ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

30 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ TK CỦA BGD THI TN THPT NĂM 2024

* CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
* CHIA PHẦN ĐỀ VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI TN THPT NĂM 2024

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 001

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ là điểm nào dưới đây?
A. $Q(1\,;\,2)$. **B.** $P(-1\,;\,2)$.
C. $N(1\,;\,-2)$. **D.** $M(-1\,;\,-2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x - 2z - 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?
A. $\overrightarrow{n_4} = (1;\,0;\,-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (1;\,0;\,-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (1;\,-2;\,-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (1;\,-2;\,0)$.

Câu 4. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3]dx$ bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là
A. $\mathbb{R}\backslash\{1\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 34$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).
A. $I(2;-2;3)$; $R = \sqrt{34}$. **B.** $I(-2;2;-3)$; $R = \sqrt{26}$.
C. $I(-4;4;-6)$; $R = \sqrt{34}$. **D.** $I(-2;-2;3)$; $R = \sqrt{26}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. Đạt cực tiểu tại $x = 1$. **B.** Đạt cực đại tại $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại $x = 2$. **D.** Đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 8. Cho hình trụ có chiều cao bằng 2 và diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của hình trụ đã cho bằng
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 9. Cho cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 3$ và $u_6 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là:
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;\,2]$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_2^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, trục tọa độ $z'Oz$ có một véc tơ chỉ phương là?
A. $\overrightarrow{u_1} = (0\,;\,1\,;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1} = (0\,;\,0\,;1)$ **C.** $\overrightarrow{u_1} = (1\,;\,0\,;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1\,;\,0\,;1)$

Câu 12. Cho hai số phức $\boldsymbol{z_1 = 5 - 6i}$ và $\boldsymbol{z_2 = 2 + 3i}$. Số phức $\boldsymbol{3z_1 - 4z_2}$ bằng
A. $23 - 6i$. **B.** $-14 + 33i$. **C.** $26 - 15i$. **D.** $7 - 30i$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh vào một bàn hình chữ U có 5 chỗ ngồi?
A. 120. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3125.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(2;-1;3)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(-1;-1;2)$. **B.** $(1;-1;2)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(3;-1;4)$.

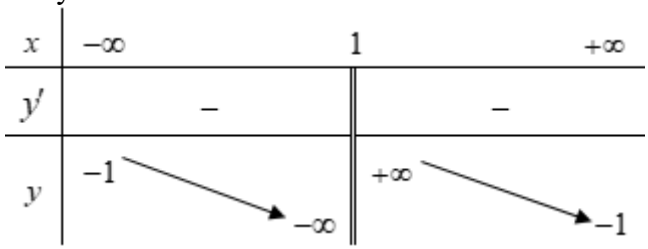
Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng đinh nào **sai**?

A. $\int \mathrm{d}x = x + C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. **C.** $\int 0\,\mathrm{d}x = C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 17. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

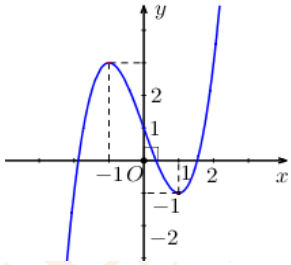


A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-1}$. **C.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **D.** $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

Câu 18. Số phức $z = (2+3i)(1-i)$ có phần ảo bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 5. **D.** i.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;\ 0)$. **B.** $(-\infty;\ -1)$. **C.** $(0;\ +\infty)$. **D.** $(-1;\ 1)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. **D.** Hàm số không có cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{3-2x}$. Tìm phát biểu đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số

A. $y = \frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng. **B.** $x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

C. $x = \frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng. **D.** $x = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 22. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{4a^2}{3}$. **B.** $V = \frac{4a^3}{3}$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

A. $(-\infty; 4)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4]$.

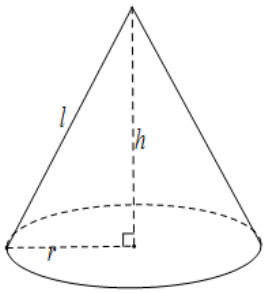
Câu 24. Với a là số thực tùy ý, $2\log_3 3^a$ bằng:

A. $3a$. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** $2a$.

Câu 25. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{\pi}{2e}\right)^x$.

Câu 26. Chiều cao h của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng:



A. $h=\sqrt{l^2-r^2}$. **B.** $h=\sqrt{l^2+r^2}$. **C.** $h=l+r$. **D.** $h=l-r$.

Câu 27. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$ khi $x>0$.

A. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 29. Cho $z_1=2-i$; $z_2=-3+i$. Phần thực của số phức $3z_1z_2$?

A. $-15i$. **B.** 15. **C.** -15. **D.** $15i$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2;2;0)$ và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $(x+2)^2+(y+2)^2+z^2=\sqrt{5}$. **B.** $(x+2)^2+(y+2)^2+z^2=5$.
C. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=5$. **D.** $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=4$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có 4 mặt là tam giác đều. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 33. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34. Cho ba số thực dương bất kỳ a, b, c và a, b, c khác 1. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau đây.

A. $\log_b a-\log_b c.\log_c a=\log_a 1$. **B.** $\log_a b^c-c.\log_a b.\log_b b=0$.
C. $\log_a bc-\log_a b=\log_a c$. **D.** $\log_a\frac{b}{c}-\log_a c=\log_a b$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $30°$. Tính khoảng cách từ Sđến mặt phẳng (ABC).

A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 36. $\int\left(3^x-\frac{1}{3^x}\right)^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $\left(\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{\ln 3}{3^x}\right)^2+C$. **B.** $\frac{1}{3}\left(\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{3^x\ln 3}\right)^3+C$.
C. $\frac{9^x}{2\ln 3}-\frac{1}{2.9^x.\ln 3}-2x+C$. **D.** $\frac{1}{2\ln 3}\left(9^x+\frac{1}{9^x}\right)-2x+C$.

Câu 37. Cho hình chóp $SABC$ có chiều cao bằng a, đáy là tam giác ABC đều cạnh a. Thể tích của khối chóp $SABC$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. **B.** $\frac{1}{24}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;2;4)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=4+5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=-1+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4-5t\end{cases}$

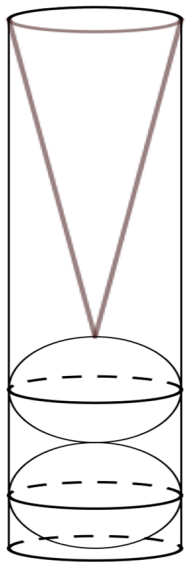
Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$, tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(2;4)$ và trục hoành. Tính diện tích của hình phẳng (H)?

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị $m$nguyên thuộc đoạn $[-2018\,;2019]$để hàm số $y = x^3 - 2x^2 - (2m-5)x + 5$đồng biến trên khoảng $(0\,;+\infty)$.

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2022.

Câu 41. Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước bán kính R, chiều cao bằng 5 lần đường kính của đáy và hai viên bi (là hai khối cầu, đặc), một khối nón làm bằng thủy tinh đều có bán kính R. Người ta từ từ thả vào cốc nước hai viên bi và khối nón (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Thể tích lượng nước còn lại trong cốc (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh) là



A. $\frac{16\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{14\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{10\pi R^3}{3}$. **D.** $10\pi R^3$.

Câu 42. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+2w| = 3$, $|2z+3w| = 6$ và $|z+4w| = 7$. Tính giá trị của biểu thức $P = z.\overline{w} + \overline{z}.w$.

A. $P = -14$. **B.** $P = -28$. **C.** $P = -14i$. **D.** $P = -28i$.

Câu 43. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_4 x = \log_6 y = \log_9(4x-5y) - 1$. Tính $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$. **B.** $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{x}{y} = \frac{4}{9}$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$, với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{12}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Câu 45. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và AB' bằng 7. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Câu 46. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1$, $b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt[4]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $[1;2)$. **B.** $[0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $\left[2;\frac{5}{2}\right)$.

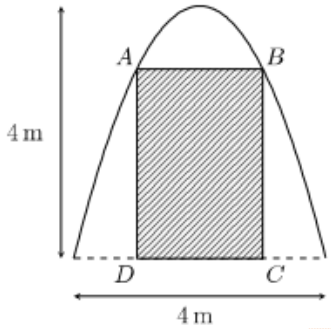
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$; $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u} = (1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_3} = (1;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (1;1;\sqrt{6})$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (1;1;-\sqrt{3})$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (1;1;\sqrt{3})$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 49. Trong đợt hội trại " Khi tôi 18 " được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bầy trên một pano có dạng Parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$. Phần còn lại sẽ trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?



A. 1.230.000 đồng. **B.** 900.000 đồng.
C. 1.232.000 đồng. **D.** 902.000 đồng.

Câu 50. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $z + 3w = 2 + 2\sqrt{3}i$ và $|z-w| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z| + |w|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $2\sqrt{21}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	A	D	A	D	B	D	B	B	D	A	B	D	D	D	B	B	B	C	C	C	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	C	C	C	A	B	D	A	C	C	C	B	C	A	B	A	A	C	D	A	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 điểm chung.

.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1\,;\,2)$. **B.** $P(-1\,;\,2)$.

C. $N(1\,;\,-2)$. **D.** $M(-1\,;\,-2)$.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = 1 - 2i$ có điểm biểu diễn là $N(1\,;\,-2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x - 2z - 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4} = (1;\,0;\,-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (1;\,0;\,-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (1;\,-2;\,-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (1;\,-2;\,0)$.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_1} = (1;\,0;\,-2)$

Câu 4. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3]dx$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 [4f(x) - 3]\,dx = 4\int_0^2 f(x)dx - 3\int_0^2 dx = 6$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\{1\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{3}{5}$ là số mũ không nguyên nên điều kiện xác định của hàm sốđã cho là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định là $(1;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 34$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;-2;3);\ R = \sqrt{34}$. **B.** $I(-2;2;-3);\ R = \sqrt{26}$.

C. $I(-4;4;-6);\ R = \sqrt{34}$. **D.** $I(-2;-2;3);\ R = \sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S): $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sẽ có tâm là $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(2;-2;3)$ và bán kính $\sqrt{2^2+2^2+3^2+17}=\sqrt{34}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. Đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** Đạt cực đại tại $x=-1$.
C. Đạt cực đại tại $x=2$. **D.** Đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: BBT

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘				↗		↘	

Tại $x=0$ hàm số không đạt cực trị.

Câu 8. Cho hình trụ có chiều cao bằng 2 và diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của hình trụ đã cho bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{\text{xq}}=2\pi rh \Leftrightarrow 16\pi=2\pi.r.2 \Leftrightarrow r=4$.

Câu 9. Cho cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1=3$ và $u_6=18$. Công sai của cấp số cộng đó là:

A. **4**. **B.** 1. **C.** **2**. **D.** **3**.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai, ta có $u_6=u_1+5d \Rightarrow 18=3+5d \Rightarrow d=3$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;\ 2]$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_2^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, trục tọa độ $z'Oz$ có một véc tơ chỉ phương là?

A. $\overrightarrow{u_1}=(0\ ;\ 1\ ;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0\ ;\ 0\ ;1)$ **C.** $\overrightarrow{u_1}=(1\ ;\ 0\ ;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1\ ;\ 0\ ;1)$

Lời giải

Chọn B

Trục tọa độ $z'Oz$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{k}=(0\ ;\ 0\ ;\ 1)$.

Câu 12. Cho hai số phức $\boldsymbol{z_1=5-6i}$ và $\boldsymbol{z_2=2+3i}$. Số phức $\boldsymbol{3z_1-4z_2}$ bằng

A. $23-6i$. **B.** $-14+33i$. **C.** $26-15i$. **D.** $7-30i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\boldsymbol{3z_1-4z_2=3(5-6i)-4(2+3i)=7-30i}$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh vào một bàn hình chữ U có 5 chỗ ngồi?

A. 120. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3125.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 5 học sinh vào một bàn hình chữ U có 5 chỗ ngồi là một hoán vị của 5 phần tử. Vậy có $5! = 120$ cách xếp 5 học sinh vào một bàn hình chữ U có 5 chỗ ngồi.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(2;-1;3)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;2)$. **B.** $(1;-1;2)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(3;-1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$ thì ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Vậy theo bài ra ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-1;2)$.

Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng đinh nào **sai**?

A. $\int \mathrm{d}x = x + C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. **C.** $\int 0\,\mathrm{d}x = C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định **C** sai do $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là

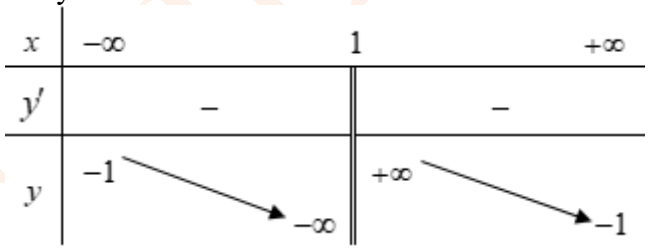
A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$

Câu 17. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-1}$. **C.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **D.** $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

Và hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

nên chọn hàm số $y = \frac{-x+3}{x-1}$ có $ad - bc = -2 < 0$.

Câu 18. Số phức $z = (2+3i)(1-i)$ có phần ảo bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 5. **D.** i.

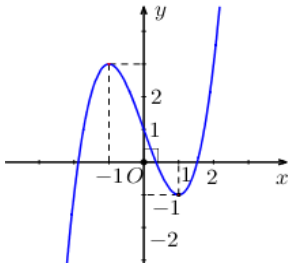
Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (2+3i)(1-i) = 5 + i$

Suy ra phần ảo của số phức z bằng 1

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;\ 0)$. **B.** $(-\infty;\ -1)$. **C.** $(0;\ +\infty)$. **D.** $(-1;\ 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;\ -1)$ và $(1;\ +\infty)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. **D.** Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Chọn B

Cho $f'(x) = (x-2)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$y_{CĐ}$	↘	y_{CT}	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{3-2x}$. Tìm phát biểu đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số

A. $y = \frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng. **B.** $x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

C. $x = \frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng. **D.** $x = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn C

đồ thị hàm số có: +) đường tiệm cận đứng là: $x = \frac{3}{2}$.

+) đường tiệm cận ngang là: $y = 1$.

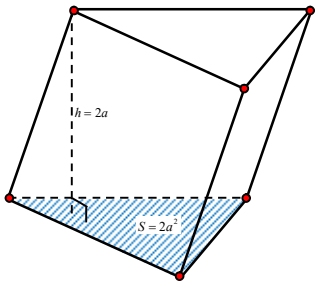
Vậy phát biểu đúng là: A

Câu 22. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{4a^2}{3}$. **B.** $V = \frac{4a^3}{3}$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ $V = 2a^2.2a = 4a^3$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

A. $(-\infty; 4)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4]$.

Lời giải

Chọn C

$3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} > 3^3 \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy: Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (4; +\infty)$.

Câu 24. Với a là số thực tùy ý, $2\log_3 3^a$ bằng:

A. $3a$. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có với $a; b > 0; a \neq 1$ thì $\log_a b^\alpha = \alpha.\log_a b$.

Nên $2\log_3 3^a = 2.a.\log_3 3 = 2.a.1 = 2a$.

Câu 25. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{\pi}{2e}\right)^x$.

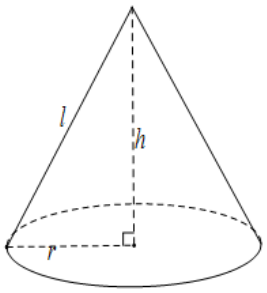
Lời giải

Chọn A

Ta có nhận xét, khi $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với hàm số $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ có $a = \frac{\pi}{e} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Chiều cao h của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng:



A. $h = \sqrt{l^2 - r^2}$. **B.** $h = \sqrt{l^2 + r^2}$. **C.** $h = l + r$. **D.** $h = l - r$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức trong tam giác vuông, ta có: $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

Phương án nhiễu B: Nhầm công thức trong tam giác vuông

Phương án nhiễu C: Hiểu sai về độ dài

Phương án nhiễu D: Hiểu sai về độ dài

Câu 27. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $\Omega = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố được mặt b chấm để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b < -2\sqrt{2} \\ b > 2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Mà $b \in \Omega$ nên $b \in \{3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\} \Rightarrow n(A) = 4$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.

A. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$.

Ta có $y' = \frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \in (0;+\infty)$.

Có $\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên $(0;+\infty)$, ta được:

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↗	$\frac{-2\sqrt{3}}{9}$	↘	0

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $(0;+\infty)$ bằng $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 29. Cho $z_1 = 2 - i$; $z_2 = -3 + i$. Phần thực của số phức $3z_1z_2$?

A. $-15i$. **B.** 15. **C.** -15. **D.** $15i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 = 2 - i$; $z_2 = -3 + i$

$\Rightarrow 3z_1z_2 = 3(2 - i)(-3 + i) = -15 + 15i$

Phần thực của $3z_1z_2$ là -15.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Có $f'(x) = x(x+1)^2$. Ta thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm $x = 0$ và không đổi dấu khi qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2;2;0)$ và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$. **B.** $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$. **D.** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C

G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G(1;2;2)$.

Bán kính của mặt cầu $R = GA = \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$

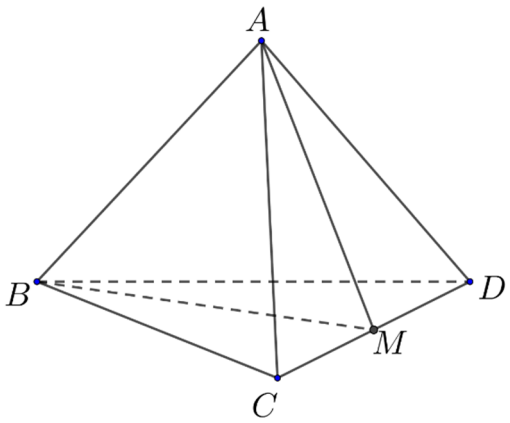
Phương trình mặt cầu (S) là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có 4 mặt là tam giác đều. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Ta có tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều. Gọi M là trung điểm của CD, khi đó.

$$\begin{cases} AM \perp CD \\ BM \perp CD \\ AM \cap BM = M \\ AM\,;\ BM \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp AB.$$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90^0.

Câu 33. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$, $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = -1$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 - 1 = 2$.

Câu 34. Cho ba số thực dương bất kỳ a, b, c và a, b, c khác 1. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau đây.

A. $\log_b a - \log_b c.\log_c a = \log_a 1$. **B.** $\log_a b^c - c.\log_a b.\log_b b = 0$.

C. $\log_a bc - \log_a b = \log_a c$. **D.** $\log_a \frac{b}{c} - \log_a c = \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$\log_a bc - \log_a b = \log_a \frac{bc}{b} = \log_a c$ (đúng).

$\log_a \frac{b}{c} - \log_a c = \log_a \frac{\frac{b}{c}}{c} = \log_a \frac{b}{c^2}$, suy ra B sai.

$\log_b a - \log_b c.\log_c a = \log_b a - \log_b a = 0 = \log_a 1$ (đúng).

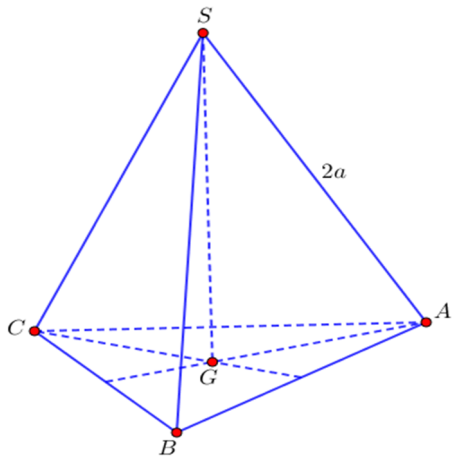
$\log_a b^c - c.\log_a b.\log_b b = \log_a b^c - \log_a b^c = 0$ (đúng).

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $30°$. Tính khoảng cách từ Sđến mặt phẳng (ABC).

A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là tâm tam giác đều ABC thì $SG \perp (ABC)$, $\widehat{SAG} = 30°$.

Ta có $\sin\widehat{SAG} = \frac{SG}{SA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{SG}{2a} \Rightarrow SG = a$.

Câu 36. $\int \left(3^x - \frac{1}{3^x}\right)^2 \mathrm{d}x$ bằng

A. $\left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{\ln 3}{3^x}\right)^2 + C$.

B. $\frac{1}{3}\left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{3^x \ln 3}\right)^3 + C$.

C. $\frac{9^x}{2\ln 3} - \frac{1}{2.9^x.\ln 3} - 2x + C$.

D. $\frac{1}{2\ln 3}\left(9^x + \frac{1}{9^x}\right) - 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$\int \left(3^x - \frac{1}{3^x}\right)^2 \mathrm{d}x = \int \left(3^{2x} + \frac{1}{3^{2x}} - 2\right)\mathrm{d}x = \int 3^{2x}\mathrm{d}x + \int 3^{-2x}\mathrm{d}x - 2\int \mathrm{d}x = \frac{1}{2}.\frac{3^{2x}}{\ln 3} - \frac{1}{2}.\frac{1}{3^{2x}\ln 3} - 2x + C$

$= \frac{1}{2}.\frac{9^x}{\ln 3} - \frac{1}{2}.\frac{1}{9^x \ln 3} - 2x + C$.

Câu 37. Cho hình chóp $SABC$ có chiều cao bằng a, đáy là tam giác ABC đều cạnh a. Thể tích của khối chóp $SABC$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$.

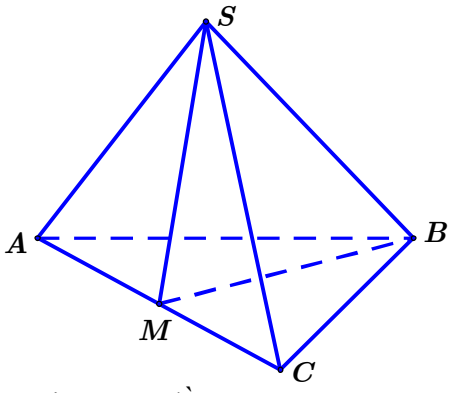
B. $\frac{1}{24}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AC. Tam giác ABC đều nên $BM \perp AC$.

Ta có $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BM.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của chóp là $h = a$.

Vậy thể tích $V_{SABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;\ 3;\ -1), B(1;\ 2;\ 4)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 5)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 5)$ làm vectơ chỉ phương là: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$, tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(2; 4)$ và trục hoành. Tính diện tích của hình phẳng (H)?

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

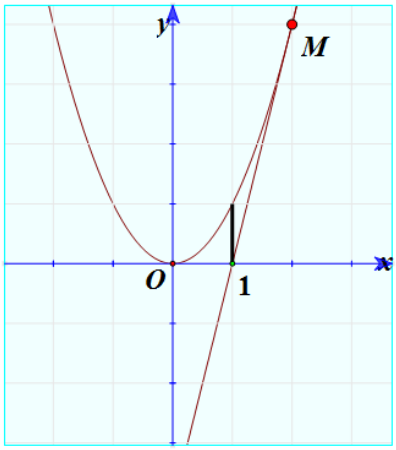
Chọn B

Ta có $y' = (x^2)' = 2x$.

Tiếp tuyến d với (P) tại điểm $M(2; 4)$ có phương trình là:

$y = f'(2)(x - 2) + 4 \Leftrightarrow y = 4(x - 2) + 4 \Leftrightarrow y = 4x - 4$.

Giao điểm của d và Ox là $A(1;\ 0)$



Trên đoạn $[0;\ 1]$ hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và trục hoành.

Trên đoạn $[1;\ 2]$ hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và tiếp tuyến d.

Vậy diện tích của hình phẳng (H) được xác định là: $S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4)\,dx = \frac{2}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị $m$nguyên thuộc đoạn $[-2018\,;\,2019]$để hàm số $y = x^3 - 2x^2 - (2m - 5)x + 5$đồng biến trên khoảng $(0\,;\,+\infty)$.

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 2m + 5$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 2m + 5 \geq 0\ , \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x \geq 2m - 5\ , \forall x \in (0;+\infty)$

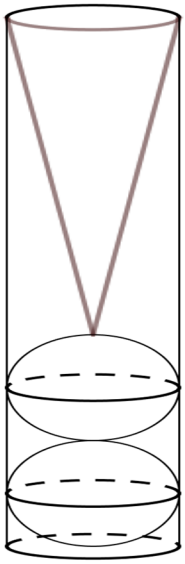
Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x$trên $(0;+\infty)$, ta có $f'(x) = 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Ta có bảng biến thiên

x	0		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f(x)$	0	$\searrow$	$\frac{-4}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng trên suy ra $3x^2-4x\geq 2m-5\ ,\forall x\in\ (0;+\infty)\Leftrightarrow 2m-5\leq -\frac{4}{3}\Leftrightarrow m\leq \frac{11}{6}$.
Do $m$nguyên và $m\in[-2018\ ;\ 2019]\Rightarrow m\in\{-2018;-2017;-2016,\ldots,0,1\}$.
Vậy có 2020giá trị $m$thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước bán kính R, chiều cao bằng 5 lần đường kính của đáy và hai viên bi (là hai khối cầu, đặc), một khối nón làm bằng thủy tinh đều có bán kính R. Người ta từ từ thả vào cốc nước hai viên bi và khối nón (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Thể tích lượng nước còn lại trong cốc (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh) là



A. $\frac{16\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{14\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{10\pi R^3}{3}$. **D.** $10\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích hai viên bi khối cầu là: $V_1=2.\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{8}{3}\pi R^3(dvtt)$.
Chiều cao khối nón thủy tinh là: $h=10R-2.2R=6R$.
Thể tích khối nón làm bằng thủy là: $V_2=\frac{1}{3}\pi.R^2.6R=2\pi R^3(dvtt)$.
Thể tích cốc nước hình trụ là: $V=\pi R^2.10R=10\pi R^3(dvtt)$.
Thể tích lượng nước tràn ra chính là tổng thể tích của hai viên bi hình cầu và khối nón. Vậy thể tích lượng nước còn lại trong cốc là: $V-(V_1+V_2)=10\pi R^3-\left(\frac{8}{3}\pi R^3+2\pi R^3\right)=\frac{16\pi R^3}{3}(dvtt)$.

Câu 42. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=3$, $|2z+3w|=6$ và $|z+4w|=7$. Tính giá trị của biểu thức $P=z.\overline{w}+\overline{z}.w$.

A. $P=-14$. **B.** $P=-28$. **C.** $P=-14i$. **D.** $P=-28i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z+2w|=3\Leftrightarrow|z+2w|^2=9\Leftrightarrow(z+2w).\overline{(z+2w)}=9\Leftrightarrow(z+2w).(\overline{z}+2\overline{w})=9$
$\Leftrightarrow z.\overline{z}+2(z.\overline{w}+\overline{z}.w)+4w.\overline{w}=9\Leftrightarrow|z|^2+2P+4|w|^2=9\ (1)$.
Tương tự:
$|2z+3w|=6\Leftrightarrow|2z+3w|^2=36\Leftrightarrow(2z+3w).(2\overline{z}+3\overline{w})=36\Leftrightarrow4|z|^2+6P+9|w|^2=36$ (2).
$|z+4w|=7\Leftrightarrow(z+4w).(\overline{z}+4\overline{w})=49\Leftrightarrow|z|^2+4P+16|w|^2=49\ (3)$.
Giải hệ phương trình gồm (1), (2), (3) ta có: $\begin{cases}|z|^2=33\\P=-28\\|w|^2=8\end{cases}\Rightarrow P=-28$.

Câu 43. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_4 x = \log_6 y = \log_9(4x-5y)-1$. Tính $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y}=\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{x}{y}=\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \log_4 x = \log_6 y = \log_9(4x-5y)-1$. Suy ra $\begin{cases} x = 4^t \\ y = 6^t \\ 4x-5y = 9^{t+1} = 9.9^t \end{cases}$.

Vì $9^t.4^t = (6^t)^2$ nên ta có $9.9^t.4^t = 9.(6^t)^2$. Hay là

$(4x-5y)x = 9y^2 \Leftrightarrow 4x^2-5xy-9y^2 = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x+y)}_{>0}(4x-9y) = 0 \Leftrightarrow 4x = 9y \Leftrightarrow \frac{x}{y}=\frac{9}{4}$.

Vậy $\frac{x}{y}=\frac{9}{4}$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x) = mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{12}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)-g'(x) = (4ax^3+3bx^2+2cx+2)-(3mx^2+2nx-1)$

$= 4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+3$.

Vì hàm số $y = f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3

nên phương trình $f'(x)-g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt là -1; 2 và 3.

Suy ra $f'(x)-g'(x) = 4a(x+1)(x-2)(x-3)$, $a \neq 0$.

Mặt khác, $f'(0)-g'(0) = 3 \Rightarrow 24a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Suy ra $f'(x)-g'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là:

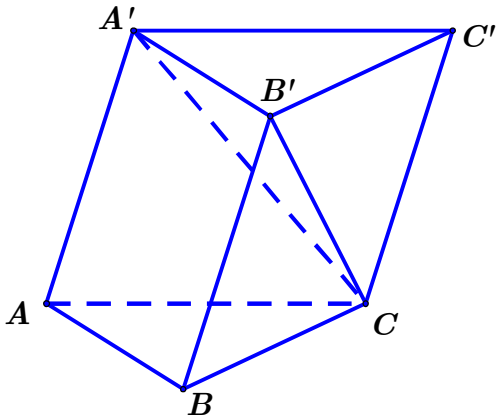
$S = \int_{-1}^{3}|f'(x)-g'(x)|\,dx = \int_{-1}^{3}\left|\frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)\right|dx = \frac{71}{12}$.

Câu 45. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và AB' bằng 7. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C



Ta có $CC'//AA' \Rightarrow CC'//(ABB'A')$.

Do đó $d(CC'\ ;\ (ABB'A')) = d(C\ ;\ (ABB'A'))$.

$V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}d(C\ ;\ (ABB'A')).S_{ABB'A'} = \frac{28}{3}$.

$V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3}d(C\ ;\ (A'B'C')).S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Suy ra $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{C.ABB'A'} = 14$.

Câu 46. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1$, $b>1$ và $a^x=b^y=\sqrt[4]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $[1;2)$. **B.** $[0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $\left[2;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có: $a^x=b^y=\sqrt[4]{ab}\Leftrightarrow\begin{cases}a^x=a^{\frac{1}{4}}.b^{\frac{1}{4}}\\b^y=a^{\frac{1}{4}}.b^{\frac{1}{4}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^{x-\frac{1}{4}}=b^{\frac{1}{4}}\\b^{y-\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{4}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\log_a b\\y-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}.\log_b a\end{cases}$

Do đó: $P=x+4y=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\log_a b+1+\log_b a=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}\log_a b+\log_b a$

Đặt $t=\log_a b\Rightarrow t>0$. Vì $a,b>1$ nên $\log_a b>\log_a 1=0$.

Khi đó $P=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}t+\frac{1}{t}\geq\frac{5}{4}+2\sqrt{\frac{1}{4}t.\frac{1}{t}}=\frac{9}{4}$. (Áp dụng BĐT Cô Si)

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{9}{4}$ khi $t=2$ hay $b=a^2$.

Phương án A: học sinh áp dụng BĐT Cô si thiếu số 2. $P=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}t+\frac{1}{t}\geq\frac{5}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}t.\frac{1}{t}}=\frac{7}{4}$.

Phương án C: học sinh áp lấy logarit sai $x=\frac{1}{4}\log_a b$, $y=\frac{1}{4}\log_b a\Rightarrow P=\frac{1}{4}t+\frac{1}{t}\geq 2\sqrt{\frac{1}{4}t.\frac{1}{t}}=1$.

Phương án D: học sinh áp dụng BĐT Cô Si cho 3 số. $P=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}t+\frac{1}{t}\geq 3\sqrt[3]{\frac{5}{4}.\frac{1}{4}t.\frac{1}{t}}=3\sqrt[3]{\frac{5}{16}}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$; $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(1;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(1;1;\sqrt{6}\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;1;-\sqrt{3}\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(1;1;\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

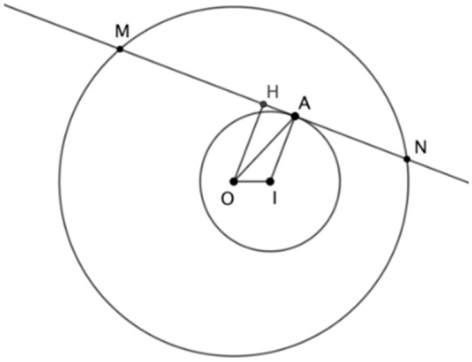
Hai mặt cầu (S_1),(S_2) có tâm lần lượt là là gốc toạ độ O, điểm I(0;0;1) và bán kính lần lượt là

$R_1=5;\ R_2=2$.

Gọi A là tiếp điểm của d và (S_2), ta có IA = R2 = 2.

Vì d cắt (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8 nên

$$d(0;\mathrm{d})=\sqrt{R_1^2-\left(\frac{8}{2}\right)^2}=\sqrt{25-16}=3.$$



Vì $d \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{u}_d = (1;1;x)$, ta có:

$OI + IA \geq OA \geq d(O,d) \rightarrow 1 + 2 \geq \text{OA} \geq 3 \Rightarrow O, I, A$ thẳng hàng.

$$\overrightarrow{OA} = \frac{OA}{OI}\overrightarrow{OI} = 3\overrightarrow{OI} = (0;0;3) \Rightarrow A(0;0;3).$$

Do đó $d(O;d) = \frac{|[\overrightarrow{OA},\vec{u}_d]|}{|\vec{u}_d|} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+2}} = 3 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \vec{u}_d = (1;1;0).$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = (2x-8).f'(x^2-8x+m)$.

Vì $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ nên

$g'(x) = (2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 4 \\ x^2-8x+m-1 = 0 \quad (1) \\ x^2-8x+m = 0 \quad (2) \\ x^2-8x+m-2 = 0 \quad (3) \end{bmatrix}.$$

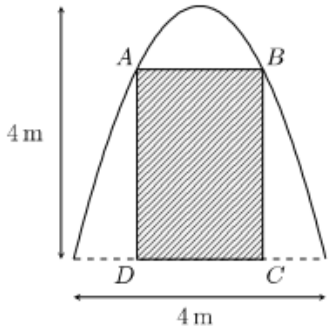
Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2-8x+m-1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_2 = 16-m > 0 \\ \Delta'_3 = 16-m+2 > 0 \\ 16-32+m \neq 0 \\ 16-32+m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

Vì m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m thỏa mãn.

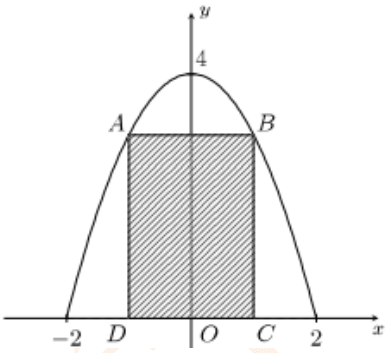
Câu 49. Trong đợt hội trại " Khi tôi 18 " được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bầy trên một pano có dạng Parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$. Phần còn lại sẽ trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?



A. 1.230.000 đồng. **B.** 900.000 đồng.
C. 1.232.000 đồng. **D.** 902.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol của pano có dạng $y = ax^2 + c(a < 0)$. Vì (P) cắt Oy tại điểm có tung độ 4 nên $c = 4$. Mà (P) đi qua điểm $(2;0)$ nên $a = -1$. Như vậy Parabol của pano có phương trình $y = 4 - x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

Giả sử $CD = 2x$ với $0 \le x \le 2$. Khi đó diện tích của hình chữ nhật là $S_{ABCD} = 2x(4 - x^2)$.

Diện tích phần trang trí của hoa văn là

$S(x) = \int_{-2}^{2}(4 - x^2)\mathrm{d}x - 2x(4 - x^2) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}$

Hàm số $S(x)$ có $S'(x) = 6x^2 - 8$ và $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Trên đoạn $[-2;2]$ ta có $S(\pm 2) = \frac{32}{3}$; $S\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96-32\sqrt{3}}{9}$; $S\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96+32\sqrt{3}}{9}$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $S(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là $\frac{96-32\sqrt{3}}{9}$

Chi phí cho họa tiết văn hoa lúc đó là $\frac{96-32\sqrt{3}}{9} \times 200.000 \approx 902.000$ đồng.

Câu 50. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $z + 3w = 2 + 2\sqrt{3}i$ và $|z - w| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z| + |w|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn A

Giả thiết: $z + 3w = 2 + 2\sqrt{3}i \Rightarrow |z + 3w| = 4$

$\Leftrightarrow |z + 3w|^2 = 16 \Leftrightarrow |z|^2 + 9|w|^2 + 2.3(\bar{z}.w + z.\bar{w}) = 16$ (1)

Và: $|z - w| = 2 \Leftrightarrow |z - w|^2 = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - 2(\bar{z}.w + z.\bar{w}) = 4$

$\Leftrightarrow 3|z|^2 + 3|w|^2 - 6(\bar{z}.w + z.\bar{w}) = 12$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4|z|^2 + 12|w|^2 = 28 \Leftrightarrow |z|^2 + 3|w|^2 = 7$

Vậy $P = |z| + |w| = |z| + \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{3}|w| \le \sqrt{(1+3)(|z|^2 + 3|w|^2)} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

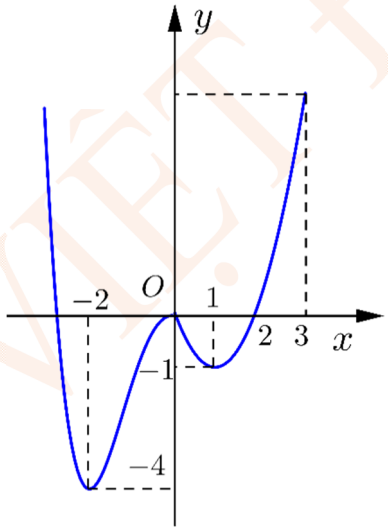
Mã đề thi 002

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	54	↘	-10	↗	54	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là
A. -4. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 54.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng
A. $(0\,;\,1)$. **B.** $(1\,;\,3)$. **C.** $(-1\,;\,0)$. **D.** $(-2\,;\,-1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2y-2z-6=0$. Tâm I của mặt cầu đã cho có tọa độ là:
A. $(1;1;3)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(-1;-1;0)$. **D.** $(2;2;6)$.

Câu 4. Cho C là một hằng số. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. $\int e^x \mathrm{d}x = e^x - C$. **B.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.
C. $\int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

Câu 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-9x$ với trục hoành là
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là
A. $\vec{n}=(1\,;\,1\,;\,1)$. **B.** $\vec{j}=(0\,;\,1\,;\,0)$. **C.** $\vec{i}=(1\,;\,0\,;\,0)$. **D.** $\vec{k}=(0\,;\,0\,;\,1)$.

Câu 7. Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng
A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $4a$. **D.** $8a$.

Câu 8. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $Q(-2\,;\,-3)$. **B.** $N(2\,;\,-3)$. **C.** $P(2\,;\,3)$. **D.** $M(-2\,;\,3)$.

Câu 9. Môđun của số phức $-i$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** i. **D.** 1.

Câu 10. Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. (N) có chiều cao bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 11. Một tổ công nhân có 10 người. Cần chọn 4 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 10^3. **B.** C_{10}^4. **C.** A_{10}^4. **D.** $10!$.

Câu 12. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{6}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x$.

C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 14. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log a+\frac{1}{3}\log b$. **B.** $2\log a+\log b$. **C.** $2\log a+3\log b$. **D.** $2\log a.3\log b$.

Câu 15. Trong không gian Oxyz, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ có một vec tơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_4=(2;-2;1)$ **B.** $\vec{n}_1=(2;-2;-1)$. **C.** $\vec{n}_2=(0;2;2)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;2;-1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2z+1=0$. Vecto nào dưới đây là vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(1;-2;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;0;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(1;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(0;1;-2)$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\left(\sqrt[3]{x}\right)^3$ tương ứng là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 18. Cho $\int_0^{-3}f(x)dx=1;\int_0^3 f(x)dx=2$. Khi đó $\int_{-3}^3 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 19. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+4}$ là

A. $x=\frac{3}{4}$. **B.** $y=\frac{3}{4}$. **C.** $x=-4$. **D.** $y=3$.

Câu 20. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=1-3i+(1-i)^2$.

A. $\overline{z}=5-i$. **B.** $\overline{z}=-1-5i$. **C.** $\overline{z}=1-5i$. **D.** $\overline{z}=1+5i$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x)=(x-1)(x+2)^2(x-3)^3$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}<9$ là

A. $S=(-\infty;\,1)$. **B.** $S=(1;\,+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;\,2)$. **D.** $S=(2;\,+\infty)$.

Câu 24. Nếu $f(1)=12, f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)dx=17$, giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 9 **B.** 19 **C.** 29 **D.** 5

Câu 25. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.

C. $y=\log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2+1)$. **D.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 26. Phương trình $\log_3(3x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{10}{3}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{3}{10}$. **D.** $x=3$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}-1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 29. Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{28}{55}$. **B.** $\frac{42}{55}$. **C.** $\frac{14}{55}$. **D.** $\frac{41}{55}$.

Câu 30. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $\widehat{DB'B}$. **B.** $\widehat{DA'C'}$. **C.** $\widehat{BDB'}$. **D.** $\widehat{AB'C}$.

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a=\log_{27}\left(a^2\sqrt{b}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b$. **B.** $a^2=b$. **C.** $a=b^2$. **D.** $a^3=b$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon 3x+4y-5z+2=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;1)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z-1}{-5}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-6}{3}=\frac{y-6}{4}=\frac{z+4}{-5}$. **D.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+5}{3}$.

Câu 33. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao là $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=22$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=11$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=22$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=22$.

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Gọi I giao điểm của AB' và $A'B$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho $\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{2}g(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính $I=\int_{-1}^{2}[x+2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=\frac{11}{2}$. **C.** $I=\frac{7}{2}$. **D.** $I=\frac{17}{2}$.

Câu 37. Các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x(\mathrm{e}^{3x}+\mathrm{e}^x+1)$ là

A. $F(x)=\frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+C$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^x\left(\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+\mathrm{e}^x+x\right)+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+x+C$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^{4x}+\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+C$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-5i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. $|z_1+z_2|=1$. **B.** $|z_1+z_2|=5$. **C.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. **D.** $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$.

Câu 39. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\le\frac{5}{4}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 40. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 41. Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0, x=a$ (với $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(1,\frac{51}{50}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{10},1\right)$. **C.** $\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{10};\frac{3}{2}\right)$.

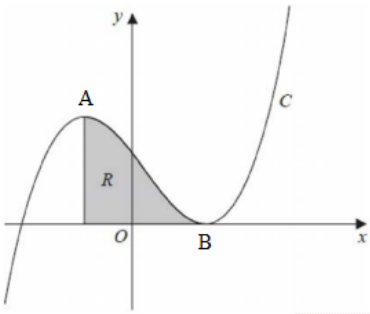
Câu 42. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tính giá trị lớn nhấtcủa biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$?

A. $P_{\max}=34+3\sqrt{2}$. **B.** $P_{\max}=5+3\sqrt{5}$. **C.** $P_{\max}=2\sqrt{26}$. **D.** $P_{\max}=4\sqrt{6}$.

Câu 43. Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h=2R$. **B.** $R=2h$. **C.** $h=3R$. **D.** $R=h$.

Câu 44.



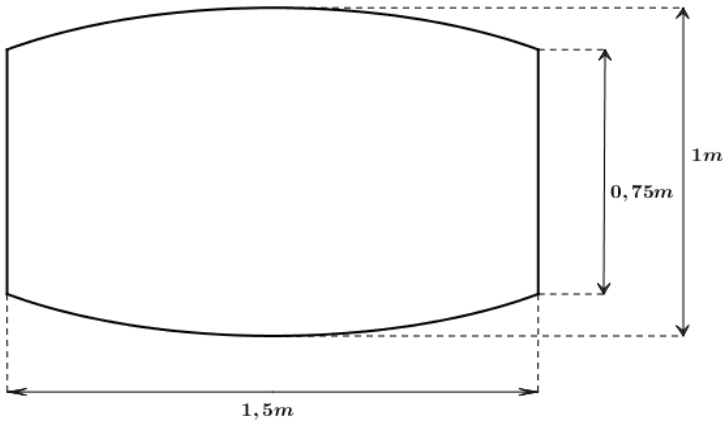
Hình trên là đồ thị (C) của hàm số $y=(x-2)^2(x+3)$ với A,B lần lượt là hai điểm cực trị của (C). Diện tích hình phẳng R được tô đậm trong hình bằng

A. $\frac{1250}{27}$. **B.** $\frac{625}{12}$. **C.** $\frac{2500}{81}$. **D.** $\frac{5000}{243}$.

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{16}$.

Câu 46. Một quán cafe muốn làm cái bảng hiệu là một phần của elip có kích thước, hình dạng giống như hình vẽ và có chất liệu bằng gỗ. Diện tích gỗ bề mặt của bảng hiệu là bao nhiêu? (làm tròn đến phần hàng chục).



A. 1,5. **B.** 1,6. **C.** 1,3. **D.** 1,4.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		4		5		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^4-2x^2-3|+m)$ có ít nhất 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 48. Cho $x;y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3+\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** $3+2\sqrt{3}$. **D.** 6.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15;7;20)$. **B.** $(21;19;8)$. **C.** $(-15;21;6)$. **D.** $(21;21;6)$.

Câu 50. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz+\sqrt{2}-i|=1$ và $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{3}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	B	D	B	C	B	D	A	B	C	D	C	B	B	D	C	D	D	A	B	A	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	B	B	B	C	A	D	C	A	A	B	B	A	C	C	A	C	C	D	D	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	54	↘	-10	↗	54	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

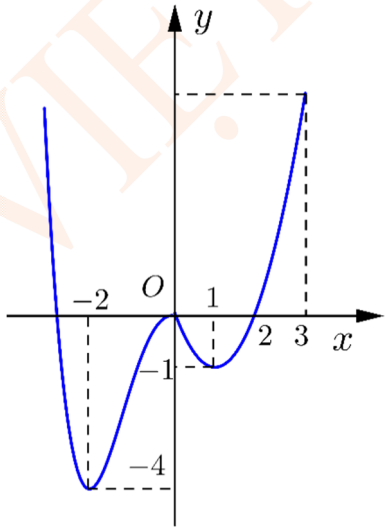
A. -4. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 54.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta có giá trị cực đại của hàm số là 54.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(0\,;\,1)$. **B.** $(1\,;\,3)$. **C.** $(-1\,;\,0)$. **D.** $(-2\,;\,-1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty\,;\,-2)$ và $(0\,;\,1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2y-2z-6=0$. Tâm I của mặt cầu đã cho có tọa độ là:

A. $(1;1;3)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(-1;-1;0)$. **D.** $(2;2;6)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2y-2z-6=0$ có tâm là $I(0;1;1)$.

Câu 4. Cho C là một hằng số. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int e^x \mathrm{d}x = e^x - C$. **B.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

C. $\int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C.$ **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \cos x + C.$

Câu 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 9x$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^3 - 9x$ với trục hoành bằng số nghiệm phương trình

$x^3 - 9x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hàm số với trục hoành là 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là

A. $\vec{n} = (1\,;\,1\,;\,1).$ **B.** $\vec{j} = (0\,;\,1\,;\,0).$ **C.** $\vec{i} = (1\,;\,0\,;\,0).$ **D.** $\vec{k} = (0\,;\,0\,;\,1).$

Lời giải

Chọn B

Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j} = (0\,;\,1\,;\,0).$

Câu 7. Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng

A. $2a.$ **B.** $6a.$ **C.** $4a.$ **D.** $8a.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi R} = \frac{8\pi a^2}{2\pi a} = 4a.$

Câu 8. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $Q(-2\,;\,-3).$ **B.** $N(2\,;\,-3).$ **C.** $P(2\,;\,3).$ **D.** $M(-2\,;\,3).$

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ là $(a\,;\ b)$.

Với $z = 2 - 3i$ ta có $a = 2$ và $b = -3$. Do đó điểm biểu diễn tương ứng là $N(2\,;\,-3).$

Câu 9. Môđun của số phức $-i$ bằng

A. $-1.$ **B.** $0.$ **C.** $i.$ **D.** $1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $|-i| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1.$

Câu 10. Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. (N) có chiều cao bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đường cao hình nón

$h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

Câu 11. Một tổ công nhân có 10 người. Cần chọn 4 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. $10^3.$ **B.** $C_{10}^4.$ **C.** $A_{10}^4.$ **D.** $10!.$

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 4 người trong 10 người để đi làm cùng một nhiệm vụ là một tổ hợp chập 4 của10.

Số cách chọn là: $C_{10}^4.$

Câu 12. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6}Bh.$ **B.** $V = \frac{1}{2}Bh.$ **C.** $V = \frac{1}{3}Bh.$ **D.** $V = Bh.$

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a > 0$ nên loại A và B.

Do hàm số có hai điểm cực trị là $x = 1$ và $x = -1$ nên chỉ có phương án C thỏa mãn.

Câu 14. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{3}\log b$. **B.** $2\log a + \log b$. **C.** $2\log a + 3\log b$. **D.** $2\log a.\, 3\log b$.

Lời giải

Chọn C

Với a và b dương, ta có:

$\log(a^2b^3) = \log a^2 + \log b^3 = 2\log a + 3\log b$.

Câu 15. Trong không gian Oxyz, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ có một vec tơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_4 = (2;-2;1)$ **B.** $\vec{n}_1 = (2;-2;-1)$. **C.** $\vec{n}_2 = (0;2;2)$. **D.** $\vec{n}_3 = (2;2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;2;1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2z + 1 = 0$. Vecto nào dưới đây là vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(1;-2;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;0;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(1;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(0;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có (P): $x - 2z + 1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = (1;0;-2)$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \left(\sqrt[3]{x}\right)^3$ tương ứng là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Do: $y = \left(\sqrt[3]{x}\right)^3$ có mũ nguyên dương nên xác định khi $\sqrt[3]{x}$ xác định, mà $\sqrt[3]{x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 18. Cho $\int_0^{-3} f(x)dx = 1; \int_0^3 f(x)dx = 2$. Khi đó $\int_{-3}^3 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{-3}^3 f(x)dx = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx = -\int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx = -1 + 2 = 1$.

Câu 19. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+4}$ là

A. $x = \frac{3}{4}$. **B.** $y = \frac{3}{4}$. **C.** $x = -4$. **D.** $y = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x-2}{x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{2}{x}}{1+\frac{4}{x}}=3$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-2}{x+4}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-\frac{2}{x}}{1+\frac{4}{x}}=3$

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+4}$ là $y=3$

Câu 20. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=1-3i+(1-i)^2$.

A. $\overline{z}=5-i$. **B.** $\overline{z}=-1-5i$. **C.** $\overline{z}=1-5i$. **D.** $\overline{z}=1+5i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=1-3i+1-2i+i^2=1-5i$ suy ra $\overline{z}=1+5i$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x)=(x-1)(x+2)^2(x-3)^3$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f'(x)=(x-1)(x+2)^2(x-3)^3\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2.\\x=3\end{array}\right.$$

Mặt khác, $f'(x)$ đổi dấu khi x qua $x=1;x=3$ và $f'(x)$ không đổi dấu khi x qua $x=-2$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}<9$ là

A. $S=(-\infty;\,1)$. **B.** $S=(1;\,+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;\,2)$. **D.** $S=(2;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x}<9\Leftrightarrow 3^{2x}<3^2\Leftrightarrow 2x<2\Leftrightarrow x<1$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;\,1)$.

Câu 24. Nếu $f(1)=12, f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)dx=17$, giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 9 **B.** 19 **C.** 29 **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Ta có $17=\int_1^4 f'(x)dx=f(x)|_1^4=f(4)-f(1)\Leftrightarrow f(4)=17+f(1)=17+12=29$.

Câu 25. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.

C. $y=\log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2+1)$. **D.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ có TXĐ $D=(0;+\infty)$ nên không thỏa mãn.

Do $\frac{\pi}{3}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do $0<\frac{2}{e}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2+1)$ có $y'=\frac{4x}{(2x^2+1)\ln\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ đổi dấu khi x đi qua 0 nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Phương trình $\log_3(3x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{10}{3}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{3}{10}$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(3x-1)=2 \Leftrightarrow 3x-1=9 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}-1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=1-\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in(0;+\infty) \\ x=-2\notin(0;+\infty) \end{array}\right.$.

Có $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; $f(2)=3$.

Nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)<0 \Leftrightarrow x+1<0 \Leftrightarrow x<-1$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 29. Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{28}{55}$. **B.** $\frac{42}{55}$. **C.** $\frac{14}{55}$. **D.** $\frac{41}{55}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

Gọi biến cố A: "Lấy được ít nhất hai bi xanh".

Suy ra $n(A)=C_8^2.C_4^1+C_8^3=168$.

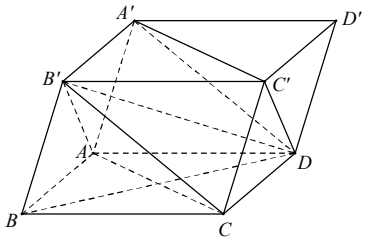
Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{42}{55}$.

Câu 30. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $\widehat{DB'B}$. **B.** $\widehat{DA'C'}$. **C.** $\widehat{BDB'}$. **D.** $\widehat{AB'C}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AC \,//\, A'C'$ (tính chất của hình hộp)

$\Rightarrow (AC,A'D)=(A'C',A'D)=\widehat{DA'C'}$ (do giả thiết cho $\Delta DA'C'$ có ba góc nhọn).

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a=\log_{27}\left(a^2\sqrt{b}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b$. **B.** $a^2=b$. **C.** $a=b^2$. **D.** $a^3=b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3 a=\log_{27}\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow \log_3 a=\frac{1}{3}\log_3\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow 3\log_3 a=\log_3\left(a^2\sqrt{b}\right)$

$\Leftrightarrow \log_3 a^3 = \log_3\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow a^3 = a^2\sqrt{b} \Leftrightarrow a = \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 = b.$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 5z + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;1)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-1}{-5}$. **B.** $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{4} = \frac{z+4}{-5}$. **D.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;1)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;4;-5)$.

Vì $\Delta \perp (Q)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n} = (3;4;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;2;1)$ và nhận $\vec{n} = (3;4;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

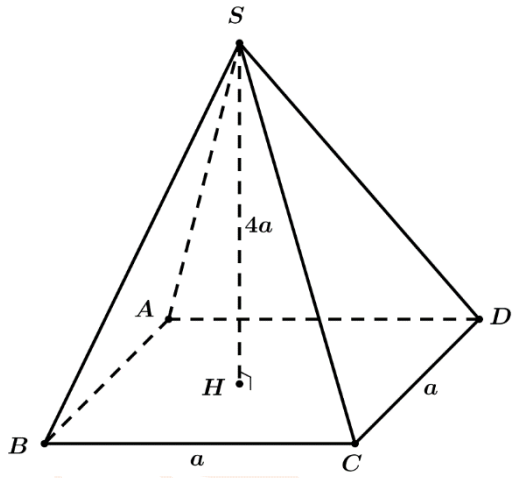
Dễ thấy đường thẳng Δ đi qua điểm $B(6;6;-4)$. Do đó đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{4} = \frac{z+4}{-5}$.

Câu 33. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao là $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn A



$S_{ABCD} = a^2, SH = 4a.$

$V_{SABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$ (đvtt).

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 22$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 11$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 22$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Lời giải

Chọn D

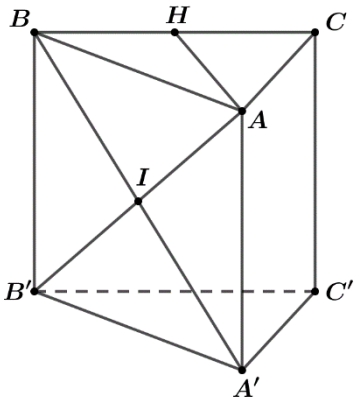
Ta có $IA = \sqrt{\left(2-(-1)\right)^2 + (0-2)^2 + \left(0-(-3)\right)^2} = \sqrt{22}$. Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$ có bán kính $R = IA = \sqrt{22}$. Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi I giao điểm của AB' và $A'B$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$.

Ta có: I là trung điểm của $AB' \Rightarrow d(I,(BCC'B')) = \frac{1}{2}d(A,(BCC'B')) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 36. Cho $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{2}[x + 2f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{5}{2}$. **B.** $I = \frac{11}{2}$. **C.** $I = \frac{7}{2}$. **D.** $I = \frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_{-1}^{2}[x + 2f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} x\mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + 3\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x$

$= \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 2.2 + 3.(-1) = 2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2}$.

Câu 37. Các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x(\mathrm{e}^{3x} + \mathrm{e}^x + 1)$ là

A. $F(x) = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + C$. **B.** $F(x) = \mathrm{e}^x\left(\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + \mathrm{e}^x + x\right) + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + x + C$. **D.** $F(x) = \mathrm{e}^{4x} + \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \mathrm{e}^x(\mathrm{e}^{3x} + \mathrm{e}^x + 1) = \mathrm{e}^{4x} + \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x$

$\Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = \int(\mathrm{e}^{4x} + \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + C$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x + C$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 5i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1 + z_2| = 1$. **B.** $|z_1 + z_2| = 5$. **C.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. **D.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - 4i$ nên $|z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 39. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m \le 2$. **B.** $m \le \frac{5}{4}$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m \ge 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{-\cos^2 x + 2m\sin x - 2\sin^2 x}{\cos^3 x} = \frac{-1 + 2m\sin x - \sin^2 x}{\cos^3 x}$

Để hàm số nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ thì

$y' \le 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow -\sin^2 x + 2m\sin x - 1 \le 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$, vì $\cos^3 x > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ (1)

Đặt $\sin x = t, t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow -t^2+2mt-1 \le 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \le \frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$ (2)

Ta xét hàm $f(t)=\frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $f'(t)=\frac{2(t^2-1)}{4t^2}<0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Bảng biến thiên

t	0		$\frac{1}{2}$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$

Từ bảng biến thiên suy ra $(2) \Leftrightarrow \boldsymbol{m \le \frac{5}{4}}$.

Câu 40. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4^t \\ b=6^t \\ a+b=9^t \end{cases} \Rightarrow 4^t+6^t=9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t}+\left(\frac{2}{3}\right)^t-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (tm) \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (l) \end{array}\right.$$

Vậy $\frac{a}{b}=\frac{4^t}{6^t}=\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41. Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y=\sin x, y=\cos x, x=0, x=a$ (với $a \in \left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(1,\frac{51}{50}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{10},1\right)$. **C.** $\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{10};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin x<\cos x$ với $x \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $\sin x>\cos x$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

Diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y=\sin x, y=\cos x, x=0, x=a$ với $a \in \left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là

$S=\int_0^a|\sin x-\cos x|\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}|\sin x-\cos x|\,dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^a|\sin x-\cos x|\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^a(\sin x-\cos x)dx$

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^a\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)dx=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^a$$

$$\Rightarrow S=\frac{-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$$

$S=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^a=\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{4}\right)-\sqrt{2}\left(\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos 0\right)S=$

$\sqrt{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\sqrt{2}\left(\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)-1\right)=2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow a-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12} \Rightarrow a=\frac{\pi}{3}\approx 1{,}047 \Rightarrow a\in\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right)$.

Câu 42. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tính giá trị lớn nhấtcủa biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$?

A. $P_{\max}=34+3\sqrt{2}$. **B.** $P_{\max}=5+3\sqrt{5}$. **C.** $P_{\max}=2\sqrt{26}$. **D.** $P_{\max}=4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1+z_2=8+6i \Rightarrow |z_1+z_2|=10$.

$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2(|z_1|^2+|z_2|^2) \Rightarrow 104=2(|z_1|^2+|z_2|^2) \Rightarrow 52=|z_1|^2+|z_2|^2$.

Ta có: $(1^2+1^2)(|z_1|^2+|z_2|^2)\geq(|z_1|+|z_2|)^2 \Leftrightarrow (|z_1|+|z_2|)^2\leq 104$

$\Rightarrow |z_1|+|z_2|\leq\sqrt{104}=2\sqrt{26}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $|z_1|=|z_2|$.

Câu 43. Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h=2R$. **B.** $R=2h$. **C.** $h=3R$. **D.** $R=h$.

Lời giải

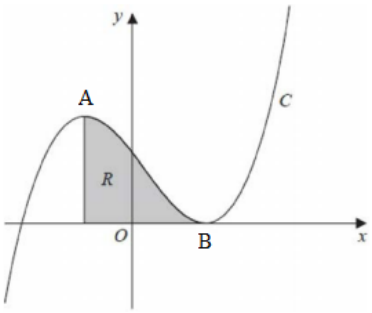
Chọn A

$V=\pi R^2h \Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}$

$S_{TP}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\frac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{V}{R}+\frac{V}{R}\geq 3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{V}{R}.\frac{V}{R}}=3.\sqrt[3]{2\pi V^2}$

S_{TP} đạt giá trị nhỏ nhất khi $2\pi R^2=\frac{V}{R} \Leftrightarrow 2\pi R^2=\frac{\pi R^2h}{R} \Leftrightarrow 2R=h$

Câu 44.



Hình trên là đồ thị (C) của hàm số $y=(x-2)^2(x+3)$ với A, B lần lượt là hai điểm cực trị của (C). Diện tích hình phẳng R được tô đậm trong hình bằng

A. $\frac{1250}{27}$. **B.** $\frac{625}{12}$. **C.** $\frac{2500}{81}$. **D.** $\frac{5000}{243}$.

Lời giải

Chọn C

$y=(x-2)^2(x+3)$. Tập xác định $\mathbb{R}$.

$y'=2(x-2)(x+3)+(x-2)^2=(x-2)(3x+4)$.

$y'=0 \Leftrightarrow (x-2)(3x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{-4}{3}.\end{array}\right.$

Hình phẳng R có diện tích $S_R=\int_{\frac{-4}{3}}^{2}[(x-2)^2(x+3)]dx=\frac{2500}{81}$.

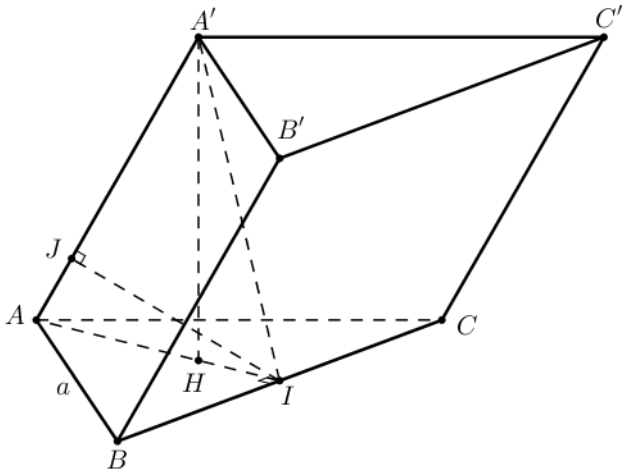
Vậy diện tích phần tô đậm R là $\frac{2500}{81}$.

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC, H là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

ΔABC đều cạnh a nên: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AH = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Trong $\Delta A'AI$ dựng $IJ \perp AA'$.

$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow BC \perp IJ$.

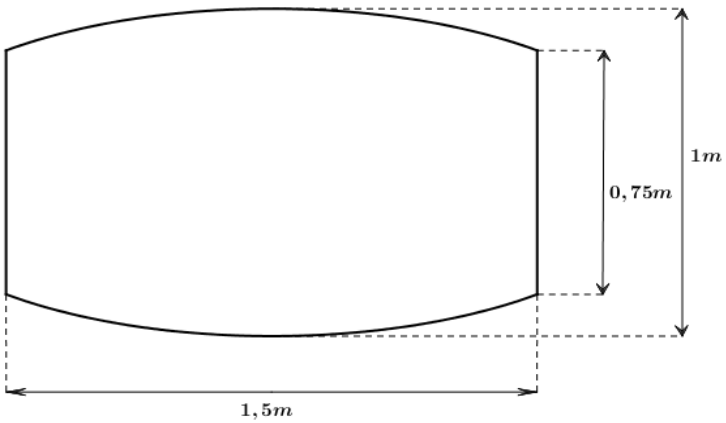
Suy ra IJ là đoạn vuông góc chung giữa AA' và $BC \Rightarrow d(AA';BC) = IJ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

ΔAIJ vuông tại $I \Rightarrow \sin\widehat{IAJ} = \frac{IJ}{AI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \widehat{IAJ} = 30°$.

$\Delta A'AH$ vuông tại $H \Rightarrow A'H = AH.\tan\alpha = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\tan 30° = \frac{a}{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

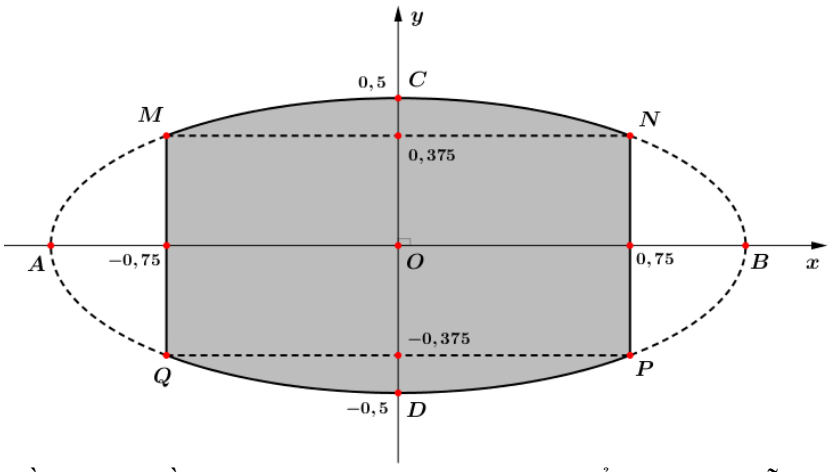
Câu 46. Một quán cafe muốn làm cái bảng hiệu là một phần của elip có kích thước, hình dạng giống như hình vẽ và có chất liệu bằng gỗ. Diện tích gỗ bề mặt của bảng hiệu là bao nhiêu? (làm tròn đến phần hàng chục).



A. 1,5. **B.** 1,6. **C.** 1,3. **D.** 1,4.

Lời giải

Chọn D



Đầu tiên ta cần lập phương trình đường elip biểu thị bảng gỗ.
Chọn hệ trục tọa độ Oxy và các điểm như hình vẽ sao cho bảng gỗ này đối xứng qua hai trục Ox và Oy.
Theo đề bài ta có: $CD = 1, MN = 1{,}5, NP = 0{,}75$.
Đường Elip có phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có trục nhỏ $CD = 1$ và đi qua điểm $N\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{8}\right)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2b = 1 \\ \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{3}{8}\right)^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a^2 = \frac{9}{7}. \end{cases}$$

Do đó phương trình Elip là: $\frac{7}{9}x^2 + 4y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2}$.

Diện tích gỗ bề mặt của bảng hiệu là: $S = 2\int_{-0,75}^{0,75} \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2}\mathrm{dx} = \int_{-0,75}^{0,75} \sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2}\mathrm{dx} \approx 1{,}4\ \mathrm{m}^2$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		4		5		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

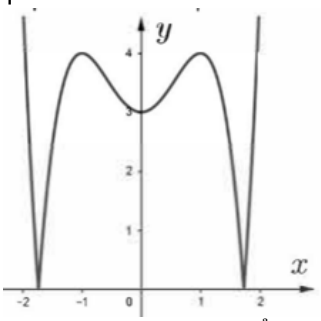
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^4 - 2x^2 - 3| + m)$ có ít nhất 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u(x) = |x^4 - 2x^2 - 3| + m$. Khi đó $u(x)$ có cùng số điểm cực trị với hàm số $h(x) = |x^4 - 2x^2 - 3|$.
Đồ thị hàm số $h(x) = |x^4 - 2x^2 - 3|$ như sau



Từ đó suy ra hàm số $u(x) = |x^4 - 2x^2 - 3| + m$ có 5 điểm cực trị.
Từ giả thiết suy ra hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 4; x = 5$
$g'(x) = [|x^4 - 2x^2 - 3| + m]'.f'(|x^4 - 2x^2 - 3| + m)$

Ta có $f'(|x^4-2x^2-3|+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x^4-2x^2-3|+m=4\\|x^4-2x^2-3|+m=5\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l}|x^4-2x^2-3|=4-m\\|x^4-2x^2-3|=5-m\end{array}\right.$ (1)

Hàm số $g(x)=f(|x^4-2x^2-3|+m)$ có ít nhất 7 điểm cực trị khi và chỉ khi (1) có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác điểm cực trị của $u(x) \Leftrightarrow 5-m>0 \Leftrightarrow m<5 \Rightarrow m \in \{1,2,3,4\}$.

Câu 48. Cho $x;y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y}=x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\frac{1}{x}+\frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3+\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** $3+2\sqrt{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y}=x+2y \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1)-\log_3(x+y)=x+2y$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1)=\log_3(3x+3y)+x+2y-1$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1)+2x+y+1=\log_3(3x+3y)+3x+3y$ (*)

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t$ với $t>0$.

Khi đó $f'(t)=\frac{1}{t\ln 3}+1>0, \forall t>0$, suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow 2x+y+1=3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1 \Leftrightarrow x=1-2y$.

Vì $x,y>0 \Rightarrow 0<y<\frac{1}{2}$.

Xét $T=\frac{1}{x}+\frac{2}{\sqrt{y}}=\frac{1}{1-2y}+\frac{2}{\sqrt{y}}=\frac{1}{1-2y}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{y}}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có $T \geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{y(1-2y)}}=3.\sqrt[3]{\frac{2}{2y(1-2y)}} \geq 3.\sqrt[3]{8}=6$.

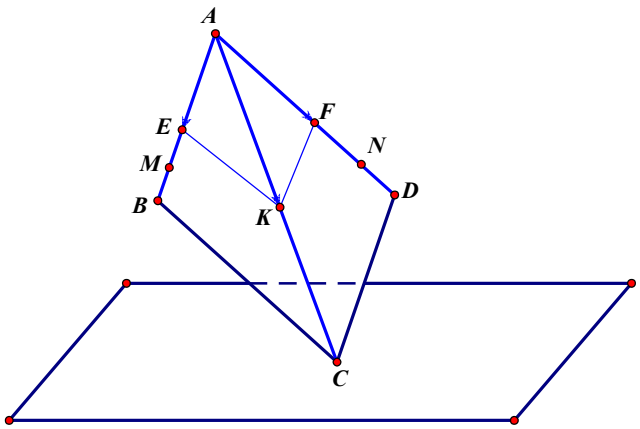
Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x=1-2y\\1-2y=\sqrt{y}\\2y=1-2y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{1}{4}\end{cases}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15;7;20)$. **B.** $(21;19;8)$. **C.** $(-15;21;6)$. **D.** $(21;21;6)$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AM}=(3;4;0)$; $AM=5$. Gọi E là điểm sao cho $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{AM}.\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5};0\right)$, khi đó E thuộc tia AM và $AE=1$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AN}=(2;2;1)$; $AN=3$. Gọi F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{AN}.\overrightarrow{AN}=\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$, khi đó F thuộc tia AN và $AF=1$.

Do $ABCD$ là hình thoi nên suy ra $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\left(\frac{19}{15};\frac{22}{15};\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{15}(19;22;5)$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$, hay $\vec{u}=(19;22;5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC. Phương trình đường thẳng AC là $AC:\begin{cases}x=2+19t\\y=-1+22t.\\z=1+5t\end{cases}$

Tọa độ điểm C ứng với t là nghiệm phương trình: $(-1+22t)+(1+5t)=27\Leftrightarrow t=1$.

Do đó $C(21;21;6)$.

Cách 2: $\overrightarrow{AM}=(3;4;0)$, $AM=5$.

$\overrightarrow{AN}=(2;2;1)$, $AN=3$.

Chọn điểm $\overrightarrow{AM_1}=3\overrightarrow{AM}$, $AM_1=15$ và $\overrightarrow{AN_1}=3\overrightarrow{AN}$, $AN_1=15$. Khi đó tam giác AM_1N_1 cân tại A.

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên tam giác ABD cân tại A. Suy ra BD và M_1N_1 song song.

Ta có $\overrightarrow{M_1N_1}=\overrightarrow{AN_1}-\overrightarrow{AM_1}=5\overrightarrow{AN}-3\overrightarrow{AM}=(1;-2;5)$.

Cần có $AC\perp BD\Leftrightarrow AC\perp M_1N_1\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{M_1N_1}=0$ Với $C(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{M_1N_1}=0\Leftrightarrow x-2y+5z-9=0$.Thử đáp án thấy B thỏa mãn.

Câu 50. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1\Leftrightarrow\left|z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right|=1$. Gọi $z_0=1+i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I\left(1;\sqrt{2}\right)$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2.

Vì $|z_1-z_2|=2$ nên I là trung điểm của AB.

Ta có $|z_1|+|z_2|=OA+OB\le\sqrt{2(OA^2+OB^2)}=\sqrt{4OI^2+AB^2}=\sqrt{16}=4$.

$OA=OB=2\Leftrightarrow|z_1|=|z_2|=2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng 4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 003

Câu 1. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?
A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=(0{,}5)^x$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3\,;\,-2\,;\,1)\,;B(5\,;\,3\,;\,4)$. Tọa độ của vecto $\overrightarrow{AB}$ là
A. $(2\,;\,5\,;\,3)$. **B.** $(-2\,;\,-5\,;\,-3)$. **C.** $(8\,;\,1\,;\,5)$. **D.** $(15\,;\,-6\,;\,4)$.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_3\frac{a}{3}$ bằng
A. $\frac{1}{3}\log_3 a$. **B.** $\log_3 a+1$. **C.** $\log_3 a-1$. **D.** $\log_3 a-3$.

Câu 4. Trong tập số phức, tính $A=\frac{4+2i}{1+i}$.
A. $A=1-2i$. **B.** $A=4$. **C.** $A=3-i$. **D.** $A=2+i$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}$ là
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 6. Số phức $z=5-7i$ có số phức liên hợp là
A. $\overline{z}=7-5i$. **B.** $\overline{z}=-5-7i$. **C.** $\overline{z}=5+7i$. **D.** $\overline{z}=-5+7i$.

Câu 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ với trục Ox là
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-z+1=0$. Vecto pháp tuyến của mp (P) là:
A. $\vec{n}=(1;\,1;\,-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;\,1;\,1)$.
C. $\vec{n}=(1;\,-1;\,-1)$**D.** $\vec{n}=(-1;\,1;\,-1)$.

Câu 9. Cho tập hợp A có 12 phần tử. Số các tập con có 3 phần tử của tập hợp A là
A. A_{12}^3. **B.** C_{12}^3. **C.** 3^{12}. **D.** 12^3.

Câu 10. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4)=4$ là
A. $S=\{4,8\}$. **B.** $S=\{12\}$. **C.** $S=\{-4,12\}$. **D.** $S=\{4\}$.

Câu 11. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và thiết diện qua trục là một hình vuông.
A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 12. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và thể tích khối nón $V=36\pi$. Bán kính đường tròn đáy của khối nón đã cho bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Tích phân $\int_0^{2020}5^x\mathrm{d}x$ bằng
A. $\frac{5^{2020}-\ln 5}{5}$. **B.** $\frac{5^{2020}-5}{\ln 5}$. **C.** $\frac{5^{2021}-\ln 5}{5}$. **D.** $\frac{5^{2020}-1}{\ln 5}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 15. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=4a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

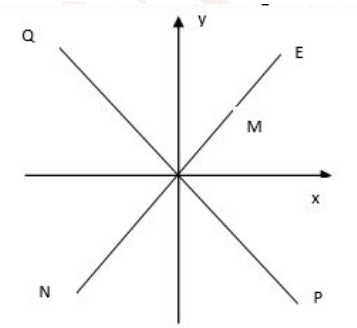
A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}-5\vec{k}$; $\overrightarrow{OB}=-2\vec{\jmath}-4\vec{k}$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u}=(2\,;\,5\,;\,-9)$. **B.** $\vec{u}=(2\,;\,3\,;\,-5)$.

C. $\vec{u}=(-2\,;\,-5\,;\,-1)$. **D.** $\vec{u}=(2\,;\,5\,;\,-1)$.

Câu 18. Cho số phức z biểu diễn bởi điểm M như hình vẽ bên. Hỏi điểm nào trong hình vẽ biểu diễn số phức $2z$?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm E. **D.** Điểm P.

Câu 19. Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int\frac{1}{(2x+1)^3}dx$.

A. $F(x)=\frac{-1}{4(2x+1)^2}+C$. **B.** $F(x)=\frac{-1}{6(2x+1)^2}+C$.

C. $F(x)=\frac{-1}{4(2x+1)^3}+C$. **D.** $F(x)=\frac{-1}{8(2x+1)^4}+C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=(x^3-27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=[3\,;\,+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(3\,;\,+\infty)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=9$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 9. **B.** 81. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Tính u_9.

A. 19. **B.** 16. **C.** 29. **D.** 26.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1}<8$ là

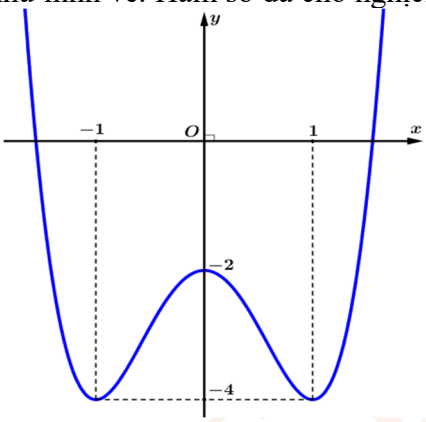
A. $(-\infty;0]$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 25. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có bảng biến thiên phù hợp với hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.
C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-4x^2+1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;\ 1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=-3+2i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng
A. 1. **B.** -6. **C.** -8. **D.** -4.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60°$, $\widehat{CSA}=90°$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SA và BC. Tính $\cos\alpha$.
A. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\cos\alpha=0$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;\ -1;\ 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng Δ: $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{4}$ có phương trình tham số là
A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-t.\\z=1+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-t.\\z=4+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+t.\\z=1+4t\end{cases}$

Câu 30. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_y(x^2y)=2$. Giá trị của $\log_x(xy^2)$ bằng
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;3)$ có tính chất $f'(x)\geq 0\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0, \forall x\in(1;2)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$. **B.** Hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng $(1;2)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$. **D.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 32. Biết $\int_0^2[f(x)+x]\mathrm{d}x=6$ và $\int_0^2[3f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\int_0^2[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$.
A. $I=10$. **B.** $I=14$. **C.** $I=12$. **D.** $I=16$.

Câu 33. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x\left(2017-\frac{2018\mathrm{e}^{-x}}{x^5}\right)$.
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x-\frac{2018}{x^4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x+\frac{2018}{x^4}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x+\frac{504,5}{x^4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x-\frac{504,5}{x^4}+C$.

Câu 34. Có 6 học sinh lớp 11 và 4 học sinh lớp 12 được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau.
A. $\frac{1}{42}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{144}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

Câu 35. Cho khối chóp có chiều cao bằng $2a$, đáy là hình thoi cạnh a và có một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2\,;\,3\,;\,1)$, $B(2\,;\,-1\,;\,1)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(0\,;\,-2\,;\,0)$; $R=2$. **B.** $I(2\,;\,1\,;\,1)$; $R=2$.

C. $I(0\,;\,-2\,;\,0)$; $R=4$. **D.** $I(0\,;\,-4\,;\,0)$; $R=4$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $C, BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3x^4+4x^3+1$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 0.

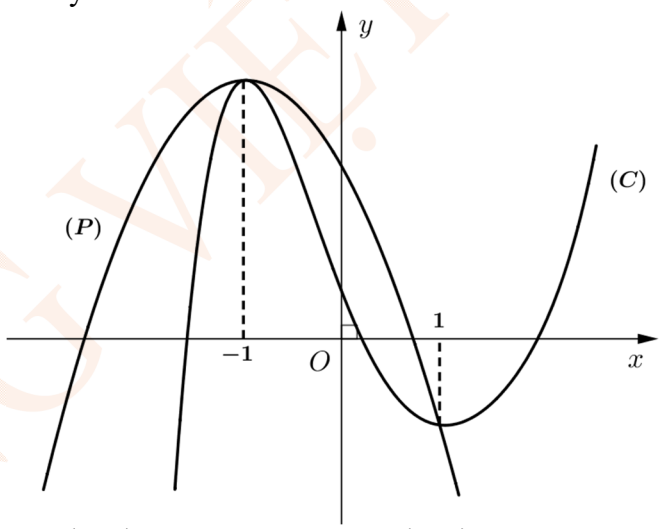
Câu 39. Tìm số các cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn $\log_a b+6\log_b a=5, 2\le a\le 2020, 2\le b\le 2021$.

A. 52. **B.** 53. **C.** 51. **D.** 54.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, $A'C=3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α có $\tan\alpha=\frac{3}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

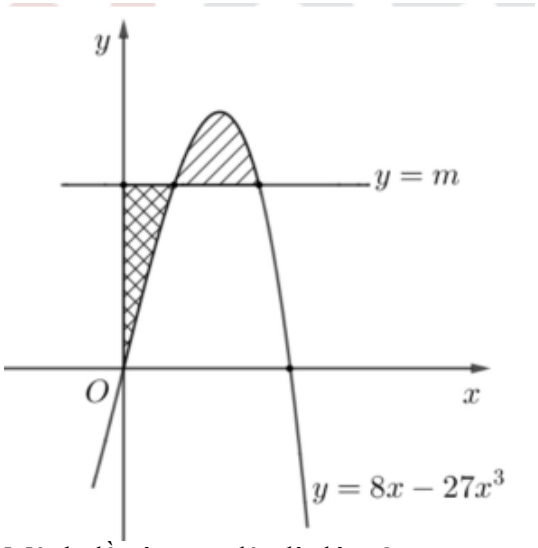
A. $V=8$. **B.** $V=10$. **C.** $V=12$. **D.** $V=6$.

Câu 41. Cho hai hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C) và $y=mx^2+nx+p(m,n,p\in\mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 42. Cho đường cong (C): $y=8x-27x^3$ và đường thẳng $y=m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ Oxy và chia thành 2 miền phẳng (gạch sọc và kẻ caro) có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên)



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{1}{2} < m < 1$. **B.** $1 < m < \frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2} < m < 2$. **D.** $0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 43. Trong các số phức z thoả mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 44. Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có ciều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 9,07. a (đồng). **B.** 97,03. a (đồng). **C.** 90,7. a (đồng). **D.** 9,7. a (đồng).

Câu 45. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

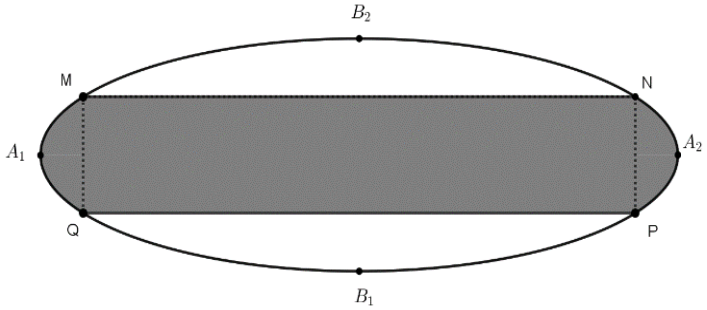
Câu 46. Cho $a; b; c$ là các số thực không âm thỏa mãn $\log_2 \frac{(a+b)(a+c)}{1+a^2} = 2 - 2(ab + bc + ca)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 10a^2 + 10b^2 + c^2$.

A. 11. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 47. Trong không gian, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + m - 1 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + z + m + 12 = 0$. Có bao nhiêu số tự nhiên m để không tồn tại điểm K nào thuộc mặt phẳng (P) mà qua điểm K kẻ được đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại A, B thỏa mãn $\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = 18$?

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 48. Một mặt bàn có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để lát đá hoa cương phần tô đậm là 150.000 đồng/m2 và kính cường lực phần còn lại là 100.000 đồng/m2. Hỏi số tiền để trang trí theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây? Biết $A_1A_2 = 12\ m, B_1B_2 = 4\ m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MN = 6\sqrt{3}\ m$.



A. 4.250.000 đồng. **B.** 4.917.845 đồng. **C.** 4.540.000 đồng. **D.** 4.000.000 đồng.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+mx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;10]$ để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị?

A. 8. **B.** 1. **C.** 10. **D.** 0.

Câu 50. Cho số phức Z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+2-2i|$ gần nhất với giá trị

A. 8,5. **B.** 4. **C.** 0,5. **D.** 0.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	C	C	C	D	A	B	B	C	A	D	D	D	B	D	C	A	D	D	A	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	A	A	D	B	B	C	B	A	B	C	B	D	A	B	B	A	A	D	C	D	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=(0{,}5)^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{2}>1$ nên $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3\,;\,-2\,;\,1)\,;B(5\,;\,3\,;\,4)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2\,;\,5\,;\,3)$. **B.** $(-2\,;\,-5\,;\,-3)$. **C.** $(8\,;\,1\,;\,5)$. **D.** $(15\,;\,-6\,;\,4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2\,;\,5\,;\,3)$.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_3\frac{a}{3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_3 a$. **B.** $\log_3 a+1$. **C.** $\log_3 a-1$. **D.** $\log_3 a-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\frac{a}{3}=\log_3 a-\log_3 3=\log_3 a-1$.

Câu 4. Trong tập số phức, tính $A=\frac{4+2i}{1+i}$.

A. $A=1-2i$. **B.** $A=4$. **C.** $A=3-i$. **D.** $A=2+i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A=\frac{4+2i}{1+i}=\frac{(4+2i)(1-i)}{2}=\frac{6-2i}{2}=3-i$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 1^+}y=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x+2}{x-1}=+\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6. Số phức $z=5-7i$ có số phức liên hợp là

A. $\overline{z}=7-5i$. **B.** $\overline{z}=-5-7i$. **C.** $\overline{z}=5+7i$. **D.** $\overline{z}=-5+7i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ với trục Ox là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
Vậy đồ thị hàm số và trục hoành có 2 giao điểm.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - z + 1 = 0$. Vectơ pháp tuyến của mp (P) là:

A. $\vec{n} = (1;\ 1;\ -1)$. **B.** $\vec{n} = (1;\ 1;\ 1)$.
C. $\vec{n} = (1;\ -1;\ -1)$ **D.** $\vec{n} = (-1;\ 1;\ -1)$.

Lời giải

Chọn A
Vectơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = (1;\ 1;\ -1)$.

Câu 9. Cho tập hợp A có 12 phần tử. Số các tập con có 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^3. **B.** C_{12}^3. **C.** 3^{12}. **D.** 12^3.

Lời giải

Chọn B
Số các tập con có 3 phần tử của tập hợp A có 12 phần tử là C_{12}^3.

Câu 10. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x + 4) = 4$ là

A. $S = \{4,\ 8\}$. **B.** $S = \{12\}$. **C.** $S = \{-4,12\}$. **D.** $S = \{4\}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x + 4) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 > 0 \\ x + 4 = 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x = 12 \end{cases}$.

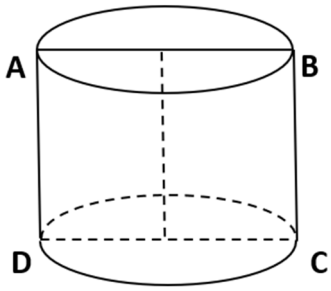
Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{12\}$.

Câu 11. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và thiết diện qua trục là một hình vuông.

A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi bán kính, chiều cao của khối trụ lần lượt là r , h.
Vì thiết diện qua trục khối trụ là hình vuông nên đường cao của khối trụ bằng đường kính của khối trụ $\Rightarrow h = 2r = 2a$.
Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$.

Câu 12. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và thể tích khối nón $V = 36\pi$. Bán kính đường tròn đáy của khối nón đã cho bằng

A. 6. **B. 8.** **C. 2.** **D. 4.**

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{h.\pi}} = \sqrt{\frac{3.36\pi}{3.\pi}} = 6$

Câu 13. Tích phân $\int_0^{2020} 5^x \mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{5^{2020}-\ln 5}{5}$. **B.** $\frac{5^{2020}-5}{\ln 5}$. **C.** $\frac{5^{2021}-\ln 5}{5}$. **D.** $\frac{5^{2020}-1}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^{2020} 5^x \mathrm{d}x = \frac{5^x}{\ln 5}\Big|_0^{2020} = \frac{5^{2020}-1}{\ln 5}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$ tại $x = 2$.

Câu 15. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^3 2f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x + \int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x$

$\int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x = \int_0^3 2f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x = = 2.2 - 2.3 = -2.$

Câu 16. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = B.h = 4a^2.a = 4a^3$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - 5\vec{k}$; $\overrightarrow{OB} = -2\vec{\jmath} - 4\vec{k}$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u} = (2\,;\,5\,;\,-9)$. **B.** $\vec{u} = (2\,;\,3\,;\,-5)$.

C. $\vec{u} = (-2\,;\,-5\,;\,-1)$. **D.** $\vec{u} = (2\,;\,5\,;\,-1)$.

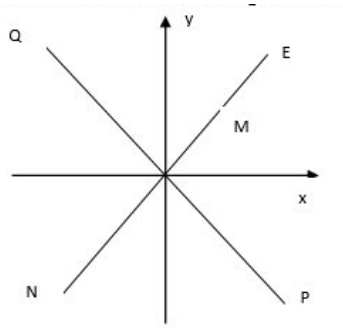
Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - 5\vec{k} \Rightarrow A(2;3;-5)$ và $\overrightarrow{OB} = -2\vec{\jmath} - 4\vec{k} \Rightarrow B(0;-2;-4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2\,;\,-5\,;\,1)$, hay đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2\,;\,5\,;\,-1)$.

Câu 18. Cho số phức z biểu diễn bởi điểm M như hình vẽ bên. Hỏi điểm nào trong hình vẽ biểu diễn số phức $2z$?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm E. **D.** Điểm P.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm biểu diễn số phức $2z$ là A thì $\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OM}$ nên $A \equiv E$. Vậy E là điểm biểu diễn số phức $2z$.

Câu 19. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3}dx$.

A. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C$. **B.** $F(x) = \frac{-1}{6(2x+1)^2} + C$.

C. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^3} + C$. **D.** $F(x) = \frac{-1}{8(2x+1)^4} + C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int \frac{1}{(ax+b)^n}dx = \frac{-1}{a(n-1)(ax+b)^{n-1}} + C$ ta có:

$F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3}dx = \frac{-1}{2.2(2x+1)^2} + C = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D = [3\,;\,+\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{3\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (3\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x^3 > 27 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy $D = (3\,;\,+\infty)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 9. **B.** 81. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 22. **(ĐTK 2019-Câu 17)** Cho hàm số $f(x)$có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vì $f'(x)$đổi dấu 3 lần khi đi qua các điểm nên hàm số đã cho có 3cực trị.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_9.

A. 19. **B.** 16. **C.** 29. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_9 = u_1 + 8d = 3 + 8.2 = 19$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1} < 8$ là

A. $(-\infty; 0]$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$2^{2x-1} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} < 2^3 \Leftrightarrow 2x - 1 < 3 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2)$.

Câu 25. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có bảng biến thiên phù hợp với hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

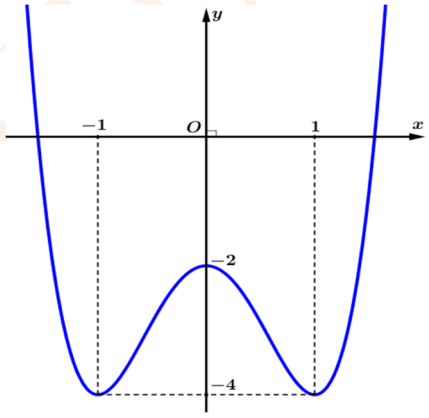
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

- Hệ số $a > 0 \Rightarrow$ đáp án B, D loại.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1\ ;\ 0) \Rightarrow$ đáp án C loại.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;\ 1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;\ -1)$ và $(0;\ 1)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = -3 + 2i$. Phần thực của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. 1. **B.** -6. **C.** -8. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 z_2 = (2 + i)(-3 + 2i) = -8 + i$

Nên phần thực của $z_1 z_2$ là -8.

Phân tích phương án nhiễu:

Học sinh không biết tính phép nhân hai số phức nên có thể lấy $2.(-3)=-6$ Chọn C

Học sinh thực hiện phép nhân lấy $i^2=1$ thì sẽ ra Chọn C

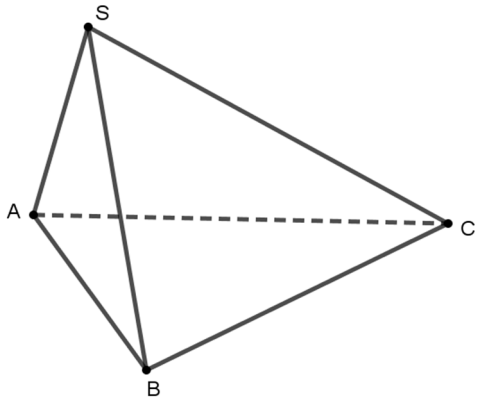
Học sinh không phân biệt được phần thực và phần ảo nên lấy phần ảo Chọn C

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a, SB=2a, SC=3a, \widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60°, \widehat{CSA}=90°$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SA và BC. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\cos\alpha=0$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$\cos\alpha=\left|\cos(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BC})\right|=\frac{|\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC}|}{SA.BC}=\frac{|\overrightarrow{SA}.(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB})|}{SA.BC}=\frac{|\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}|}{SA.BC}=\frac{|SA.SC.\cos90°-SA.SB.\cos60°|}{a.\sqrt{4a^2+9a^2-2.2a.3a.\cos60°}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng Δ: $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{4}$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-t.\\z=1+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-t.\\z=4+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+t.\\z=1+4t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ: $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{4}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;4)$.

Đường thẳng đi qua $A(3;-1;1)$ và song song với đường thẳng Δ nên cũng nhận $\vec{u}=(2;-1;4)$ làm một vectơ chỉ phương, do đó có phương trình là $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-t.\\z=1+4t\end{cases}$

Câu 30. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_y(x^2y)=2$. Giá trị của $\log_x(xy^2)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0, y>0, y\neq1$ ta có $\log_y(x^2y)=2\Leftrightarrow x^2y=y^2\Leftrightarrow x^2=y$.

Do đó $\log_x(xy^2)=\log_x(x(x^2)^2)=\log_x(x^5)=5$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;3)$ có tính chất $f'(x)\geq0\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0, \forall x\in(1;2)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$. **B.** Hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$. **D.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết $f'(x)=0, \forall x\in(1;2)$ nên hàm $f(x)$ không đổi trên khoảng $(1;2)$.

Câu 32. Biết $\int_0^2[f(x)+x]\mathrm{d}x=6$ và $\int_0^2[3f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\int_0^2[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $I = 10$. **B.** $I = 14$. **C.** $I = 12$. **D.** $I = 16$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^2 [f(x) + x]\mathrm{d}x = 6 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\ \mathrm{d}x + \frac{x^2}{2}\Big|_0^2 = 6 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\ \mathrm{d}x = 4$.

$\int_0^2 [3f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 3f(x)\ \mathrm{d}x - \int_0^2 g(x)\ \mathrm{d}x = 10 \Rightarrow \int_0^2 g(x)\ \mathrm{d}x = \int_0^2 3f(x)\ \mathrm{d}x - 10 = 2$.

$I = \int_0^2 [2f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x = 2.4 + 3.2 = 14$.

Vậy $I = 14$.

Câu 33. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x\left(2017 - \frac{2018\mathrm{e}^{-x}}{x^5}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2017\mathrm{e}^x - \frac{2018}{x^4} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2017\mathrm{e}^x + \frac{2018}{x^4} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2017\mathrm{e}^x + \frac{504{,}5}{x^4} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2017\mathrm{e}^x - \frac{504{,}5}{x^4} + C$.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int (2017\mathrm{e}^x - 2018x^{-5})\mathrm{d}x = 2017\mathrm{e}^x + \frac{504{,}5}{x^4} + C$.

Câu 34. Có 6 học sinh lớp 11 và 4 học sinh lớp 12 được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{42}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{144}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

Lời giải

Chọn B

Phép thử T: Xếp 10 học sinh thành hàng ngang.

Ta có: $n(\Omega) = 10!$.

Biến cố A: Không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau.

Ta thực hiện:

- Xếp 6 HS lớp 11 thành hàng: có 6! cách
- Chọn 4 chỗ trong 5 chỗ xen giữa và 2 đầu của các HS lớp 11 để xếp chỗ cho 4 HS lớp 12: có A_7^4 cách.

Do đó: $n(A) = 6!.A_7^4$.

Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6!.A_7^4}{10!} = \frac{1}{6}$.

Câu 35. Cho khối chóp có chiều cao bằng $2a$, đáy là hình thoi cạnh a và có một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $h = 2a$.

Gọi $ABCD$ là đáy của hình chóp và $\widehat{BAD} = 60°$. Suy ra tam giác ABD đều cạnh a có $S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V = B.h = 2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2\ ;\ 3\ ;\ 1)$, $B(2\ ;\ -1\ ;\ 1)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(0\ ;\ -2\ ;\ 0); R = 2$. **B.** $I(2\ ;\ 1\ ;\ 1); R = 2$.

C. $I(0\ ;\ -2\ ;\ 0); R = 4$. **D.** $I(0\ ;\ -4\ ;\ 0); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x_I\,;\,y_I\,;\,z_I)$ là tâm mặt cầu đường kính AB, khi đó I cũng là trung điểm của đoạn thẳng AB.

$$\text{Do đó } \begin{cases} x_I = \frac{x_A+x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A+y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A+z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 1 \\ z_I = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2\,;\,1\,;\,1).$$

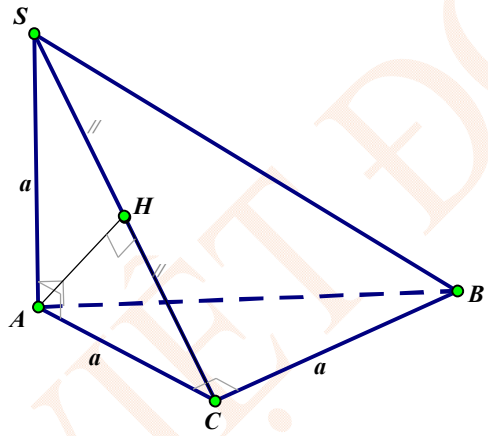
Gọi R là bán kính mặt cầu tâm I đường kính AB thì:

$R = IA = \sqrt{(x_I - x_A)^2 + (y_I - y_A)^2 + (z_I - z_A)^2} = 2.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $C, BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Chọn C

Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến là SC.

Trong (SAC), kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AH \perp (SBC)$ tại H.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH.

Ta có $AC = BC = a, SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A.

Suy ra $AH = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$.

<u>Cách 2:</u> Ta có $d\big(A,(SBC)\big) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.

Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC$ nên tam giác SBC vuông tại C.

Suy ra $d\big(A,(SBC)\big) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3.\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}CA^2}{\frac{1}{2}SC.BC} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^4 + 4x^3 + 1$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -12x^3 + 12x^2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↗	2	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

Câu 39. Tìm số các cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn $\log_a b + 6\log_b a = 5, 2 \le a \le 2020, 2 \le b \le 2021$.

A. 52. **B.** 53. **C.** 51. **D.** 54.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a b + 6\log_b a = 5 \Leftrightarrow \log_a^2 b - 5\log_a b + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_a b = 2\\ \log_a b = 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b = a^2\\ b = a^3\end{array}\right.$

TH1: $b = a^2 \Rightarrow 2 \le a^2 \le 2021 \Rightarrow 2 \le a \le 44 \Rightarrow$ Có 43 cặp $(a;b)$.

TH2: $b = a^3 \Rightarrow 2 \le a^3 \le 2021 \Rightarrow 2 \le a \le 12 \Rightarrow$ Có 11 cặp $(a;b)$.

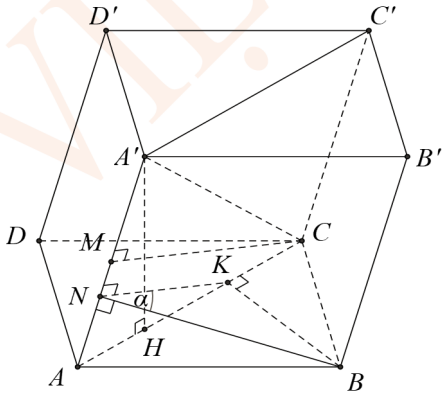
Vậy có tất cả $43 + 11 = 54$ cặp $(a;b)$.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α có $\tan\alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V = 8$. **B.** $V = 10$. **C.** $V = 12$. **D.** $V = 6$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AA'. Kẻ $A'H$ vuông góc với AC tại H, BK vuông góc với AC tại K, KN vuông góc với AA' tại N.

Do $(AA'C'C) \perp (ABCD)$ suy ra $A'H \perp (ABCD)$ và $BK \perp (AA'C'C) \Rightarrow BK \perp AA'$

$\Rightarrow AA' \perp (BKN) \Rightarrow AA' \perp NB$suy ra $\left((AA'C'\widehat{C),(AA'B'B)}\right) = \widehat{KNB} = \alpha$.

Ta có: $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$ suy ra $BD = 3 = AC$

Suy ra $\Delta ACA'$ cân tại C. Suy ra $CM \perp AA' \Rightarrow KN \,//\, CM \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AN}{AM} = \frac{NK}{MC}$.

Xét ΔABC vuông tại B có BK là đường cao suy ra $BK = \frac{BA.BC}{AC} = \sqrt{2}$ và

$$AB^2 = AK.AC \Rightarrow AK = \frac{AB^2}{AC} = 2$$

Xét ΔNKB vuông tại K có $\tan\alpha = \tan\widehat{KNB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{KB}{KN} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

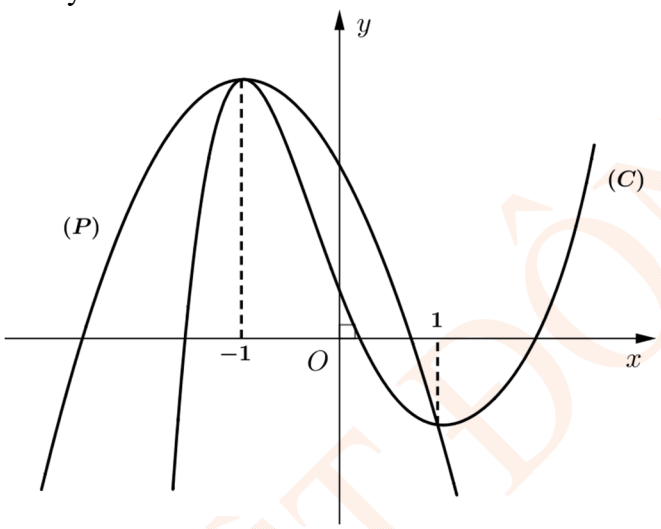
Xét ΔANK vuông tại N có $KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$, $AK = 2$ suy ra $AN = \frac{2}{3}$.

$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\frac{2}{3}}{AM} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}}{MC} \Rightarrow \begin{cases} AM = 1 \Rightarrow AA' = 2 \\ CM = 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Ta lại có: $A'H.AC = CM.AA' \Rightarrow A'H = \frac{CM.AA'}{AC} = \frac{2\sqrt{2}.2}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra thể tích khối lăng trụ cần tìm là: $V = A'H.AB.AD = \frac{4\sqrt{2}}{3}.\sqrt{6}.\sqrt{3} = 8$.

Câu 41. Cho hai hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C) và $y = mx^2 + nx + p (m, n, p \in \mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3 + ax^2 + bx + c = mx^2 + nx + p \Leftrightarrow x^3 + (a-m)x^2 + (b-n)x + (c-p) = 0 (*)$.

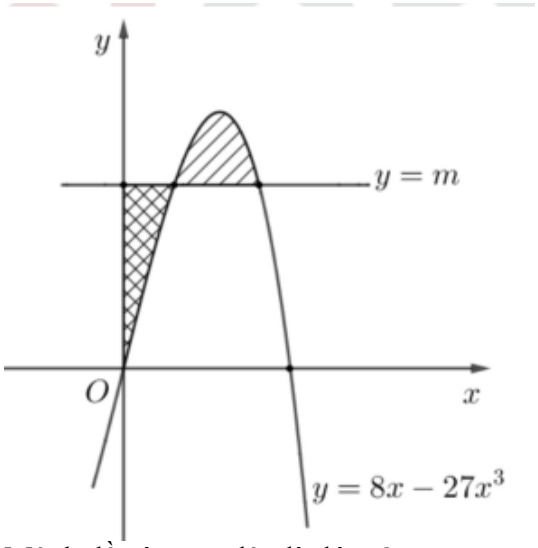
Dựa vào hình vẽ, ta thấy hai đồ thị tiếp xúc nhau tại điểm có hoành độ $x = -1$ và cắt nhau tại điểm có hoành độ $x = 1$ nên phương trình $(*)$ có nghiệm $x = -1$ (bội 2) và $x = 1$ (nghiệm đơn).

Khi đó, $(*) \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1) = 0$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) là:

$S = \int_{-1}^{1} |(x+1)^2(x-1)| dx = \int_{-1}^{1} (x+1)^2(1-x) dx = \frac{4}{3} \in (1;2)$.

Câu 42. Cho đường cong (C): $y = 8x - 27x^3$ và đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ Oxy và chia thành 2 miền phẳng (gạch sọc và kẻ caro) có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên)



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{1}{2} < m < 1$. **B.** $1 < m < \frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2} < m < 2$. **D.** $0 < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $8x - 27x^3 = m \Leftrightarrow 27x^3 - 6x + m = 0$.

Giả sử đường thẳng $y = m$ cắt đường cong (C) trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ tại các điểm có hoành độ $0 < a < b$, ta có: $\begin{bmatrix} 27a^3 - 8a + m = 0 & (1) \\ 27b^3 - 8b + m = 0 & (2) \end{bmatrix}$.

Ta có các hình phẳng S_1: $\begin{cases} y = 8x - 27x^3 \\ y = m \\ x = 0; x = a \end{cases}$; S_2: $\begin{cases} y = 8x - 27x^3 \\ y = m \\ x = a; x = b \end{cases}$;

Suy ra $S_1 = \int_0^1 |m - (8x - 27x^3)|dx = \int_0^a (m - 8x + 27x^3)dx = ma - 4a^2 + \frac{27}{4}x^4$ và $S_2 = \int_a^b |(8x - 27x^3) - m|dx = \int_a^b (8x - 27x^3 - m)dx = \left(4b^2 - \frac{27}{4}b^4 - mb\right) - \left(4a^2 - \frac{27}{4}a^4 - ma\right)$.Vì $S_1 = S_2 \Leftrightarrow 4b^2 - \frac{27}{4}b^4 - mb = 0 \Leftrightarrow m = 4b - \frac{27}{4}b^3 \ (b > 0)$.

Thay vào (2) có: $27b^3 - 8b + 3b - \frac{27}{4}b^3 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{9} > 0 \Rightarrow m = \frac{32}{27}$.

Câu 43. Trong các số phức z thoả mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$4|z|^2 = |z^2 + 1|^2 = (z^2 + 1)((\overline{z})^2 + 1) = |z|^4 + 1 + z^2 + (\overline{z})^2 = |z|^4 + 1 + (z + \overline{z})^2 - 2z\overline{z} \geq |z|^4 - 2|z|^2 + 1$

$\Rightarrow |z|^4 - 6|z|^2 + 1 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq |z|^2 \leq 3 + 2\sqrt{2}$

Vậy $Min|z| = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$ đạt được $\Leftrightarrow \begin{cases} z + \overline{z} = 0 \\ |z| = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} z = (\sqrt{2} - 1)i \\ z = -(\sqrt{2} - 1)i \end{bmatrix}$

$\text{Max}|z| = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ đạt được $\Leftrightarrow \begin{cases} z + \overline{z} = 0 \\ |z| = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} z = (\sqrt{2} + 1)i \\ z = -(\sqrt{2} + 1)i \end{bmatrix}$

Do đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} = 6$

Câu 44. Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có ciều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $9{,}07.a$ (đồng). **B.** $97{,}03.a$ (đồng). **C.** $90{,}7.a$ (đồng). **D.** $9{,}7.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn A

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì: $V_r = \pi R^2 h = \pi.10^{-6}.0{,}2 = 0{,}2.10^{-6}\pi\ (m^3)$.

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:

$V = B.h = \frac{3\sqrt{3}}{2}.(3.10^{-3})^2.0{,}2 = \frac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6}\ (m^3)$.

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ: $V_t = V - V_r = \frac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6} - 0{,}2.10^{-6}\pi(m^3)$.

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

$0{,}2.10^{-6}\pi.8a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6} - 0{,}2.10^{-6}\pi\right)a \approx 9{,}07.10^{-6}.a$ (triệu đồng).

Câu 45. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 3(4m+9) \le 0 \Leftrightarrow -9 \le m \le -3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; \ldots; -3\}$.

Vậy có 7 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Cho $a; b; c$ là các số thực không âm thỏa mãn $\log_2 \frac{(a+b)(a+c)}{1+a^2} = 2 - 2(ab+bc+ca)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 10a^2 + 10b^2 + c^2$.

A. 11. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 \frac{(a+b)(a+c)}{1+a^2} = 2 - 2(ab+bc+ca)$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(a+b)(a+c)}{1+a^2} = 2 + 2a^2 - 2(a^2+ab+bc+ca)$$
$$\Leftrightarrow \log_2 (a+b)(a+c) + 2(a+b)(a+c) = \log_2 (1+a^2) + 2(1+a^2)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ với $t > 0$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t\ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$.

Do đó phương trình $f\big((a+b)(a+c)\big) = f(1+a^2) \Leftrightarrow (a+b)(a+c) = 1 + a^2 \Leftrightarrow ab + bc + ca = 1$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} 2a^2 + 2b^2 \ge 4ab \\ 8a^2 + \frac{1}{2}c^2 \ge 4ac \\ 8b^2 + \frac{1}{2}c^2 \ge 4bc \end{array}\right\} \Rightarrow 10a^2 + 10b^2 + c^2 \ge 4(ab+bc+ca) = 4$. Suy ra $P \ge 4$.

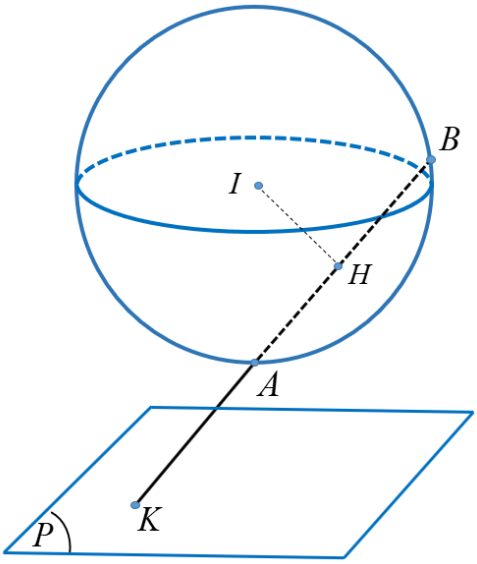
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b = \frac{1}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases}$. Vậy $\min P = 4$.

Câu 47. Trong không gian, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + m - 1 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + z + m + 12 = 0$. Có bao nhiêu số tự nhiên m để không tồn tại điểm K nào thuộc mặt phẳng (P) mà qua điểm K kẻ được đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại A, B thỏa mãn $\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = 18$?

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

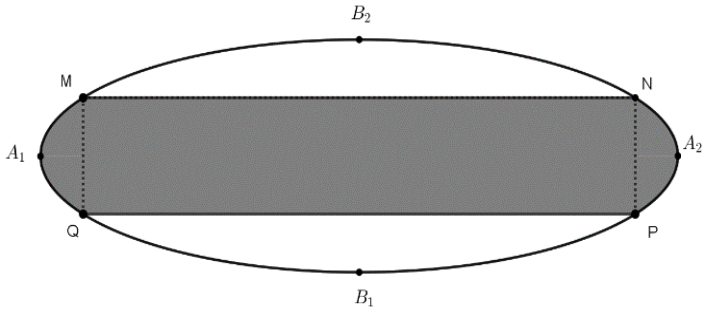
Lời giải

Chọn D



(S): $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=7-m$ là phương trình mặt cầu khi $m<7$.
Khi đó tâm $I(-1;-1;2)$, bán kính $R=\sqrt{7-m}$.
Gọi H là trung điểm của AB.
Ta có $\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB}=18\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{KH}+\overrightarrow{HA}\right).\left(\overrightarrow{KH}-\overrightarrow{HA}\right)=18$
$\Leftrightarrow KH^2-HA^2=18$
$\Leftrightarrow KI^2=25-m$
$\Leftrightarrow KI^2=R^2+18.$
Ta có yêu cầu bài toán tương đương $d\left(I,(P)\right)>KI\Leftrightarrow\frac{(m+11)^2}{6}>25-m\Leftrightarrow m^2+28m-29>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-29\end{array}\right.$.
Do $m\in\mathbb{N},\ m<7$ nên $m\in\{2,3,4,5,6\}$.

Câu 48. Một mặt bàn có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1,A_2,B_1,B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để lát đá hoa cương phần tô đậm là 150.000 đồng/m2 và kính cường lực phần còn lại là 100.000 đồng/m2. Hỏi số tiền để trang trí theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây? Biết $A_1A_2=12\ m, B_1B_2=4\ m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MN=6\sqrt{3}\ m$.



A. 4.250.000 đồng. **B.** 4.917.845 đồng. **C.** 4.540.000 đồng. **D.** 4.000.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của elip (E): $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1\Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{36-x^2}}{3}$.
Diện tích (E) là $S=4\int_0^6\frac{\sqrt{36-x^2}}{3}\mathrm{d}x$.
Đặt $x=6\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=6\cos t\mathrm{d}t$.
Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=6\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.
$S=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{6\cos t}{3}.6\cos t\mathrm{d}t=48\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2t\mathrm{d}t=24\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t=24\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=12\pi.$

Dễ thấy $N\left(3\sqrt{3};y_N\right)\in(E)$ do đó $y_N=1$.
Tương tự cách tính tích phân ở trên ta có diện tích phần tô đậm là:

$$S_1=4\int_{3\sqrt{3}}^{6}\frac{\sqrt{36-x^2}}{3}\mathrm{d}x+S_{MNPQ}=24\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t).\mathrm{d}t+2.6\sqrt{3}=24\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}+12\sqrt{3}=$$

$4\pi+6\sqrt{3}$.
Diện tích phần không tô đậm là: $S_2=S-S_1=8\pi-6\sqrt{3}$.
Do đó số tiền trang trí là: $150.000.\left(4\pi+6\sqrt{3}\right)+100.000.\left(8\pi-6\sqrt{3}\right)\approx 4917.844.957$ đồng.
(có thể tính diện tích (E) bằng công thức $S=\pi ab=\pi.6.2=12\pi$).

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+mx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;10]$ để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị?

A. 8. **B.** 1. **C.** 10. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=x^2-2x+m$$

Hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương
$\Leftrightarrow f'(x)=x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=1-m>0\\S=1>0\\P=m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1$$

Mà $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m\in[0;10]\end{cases}$ nên $m\in\emptyset$.

Câu 50. Cho số phức Z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+2-2i|$ gần nhất với giá trị

A. 8,5. **B.** 4. **C.** 0,5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$
Ta có $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|\Leftrightarrow 2|x+(y-1)i|=|2(y+1)i|$
$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(y+1)^2\Leftrightarrow x^2=4y$

Ta có $|z+2-2i|=\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x+2)^2+\left(\frac{x^2}{4}-2\right)^2}=\sqrt{\frac{x^4}{16}+4x+8}$

Xét $f(x)=\frac{x^4}{16}+4x+8\Rightarrow f'(x)=\frac{x^3}{4}+4$.
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\sqrt[3]{16}$.
Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt[3]{16}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f_{\min}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)_{\min}=f(-\sqrt[3]{16})=-3\sqrt[3]{16}+8$.
Vậy $|z+2-2i|_{\min}=-3\sqrt[3]{16}+8\approx 0{,}44$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 004

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-2;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với đường thẳng BC là
A. $\vec{n} = (1;5;2)$. **B.** $\vec{n} = (1;-2;3)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;5)$. **D.** $\vec{n} = (2;-2;-5)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là
A. $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = (3;+\infty)$. **D.** $D = [3;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?
A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = 3$.

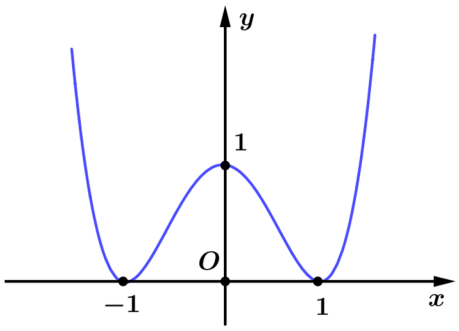
Câu 5. Cho hình hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π. Khi đó hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là
A. $\frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\frac{x^4}{4} + C$. **C.** $3x^2 + C$. **D.** $x^4 + C$.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 3x + 1) = -9$ bằng
A. 9. **B.** 10^{-9}. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 8. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int_5^2 [2 - 4f(x)]\mathrm{d}x$.
A. $I = 36$. **B.** $I = -34$. **C.** $I = 40$. **D.** $I = 34$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;0) \cup (1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 17. **B.** 12. **C.** 250. **D.** 22.

Câu 11. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^3)$ bằng

A. $3(\log a+\log b)$. **B.** $3\log a+\log b$. **C.** $\log a+\frac{1}{3}\log b$. **D.** $\log a+3\log b$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$. **B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 14. Kết quả của phép tính $z=(2-3i)(4-i)$ là

A. $z=6-14i$. **B.** $z=-5-14i$. **C.** $z=5-14i$. **D.** $z=5+14i$.

Câu 15. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h được tính theo công thức:

A. $V=3Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 16. Có ba loại cây và bốn hố trồng cây. Hỏi có mấy cách trồng cây nếu mỗi hố trồng một cây và mỗi loại cây phải có ít nhất một cây được trồng

A. 36. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;3)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(0;-2;3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;0;3)$.

Câu 18. Phần thực của số phức $z=i(1-2i)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 19. Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

A. $y=\frac{x-1}{2x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^3-3x+4$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2020}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2020$. **D.** $x=\frac{-1}{2020}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\mathrm{e}^{x^2-x+1}<\mathrm{e}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;2)$.
C. $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $M(3;-4)$ là biểu diễn hình học của số phức nào sau đây?

A. $z=3+4i$. **B.** $z=4-3i$. **C.** $z=3-4i$. **D.** $z=-4+3i$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_2^5 f(x)\,dx=10$. Tính $I=\int_5^2[2-4f(x)]\,dx$.

A. $I=36$. **B.** $I=40$. **C.** $I=32$. **D.** $I=34$.

Câu 24. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^{-2}$. **B.** $y=e^x$. **C.** $y=2^{x^2}$. **D.** $y=\log_2 x$.

Câu 25. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h=\sqrt{2}R$. **B.** $R=h$. **C.** $R=2h$. **D.** $h=2R$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y-6=0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;3;3)$. **C.** $I(1;-3;-3)$. **D.** $I(1;-3;0)$.

Câu 27. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức $w=(1+i)z$

A. -1. **B.** 5. **C.** 1. **D.** i.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ -1;\ 4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $x^2+y^2+(z-2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z+2)^2=3$. **D.** $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 29. Cho hai số thực dương x , y tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $\log_2\frac{x^2}{y}=\frac{2\log_2 x}{\log_2 y}$. **B.** $\log_2(x^2y)=2\log_2 x+\log_2 y$.

C. $\log_2(x^2y)=\log_2 x+2\log_2 y$. **D.** $\log_2(x^2+y)=2\log_2 x.\log_2 y$.

Câu 30. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-3)^2$ thỏa mãn $F(0)=\frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $\log_2[3F(1)-2F(2)]$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 10.

Câu 31. Trong không gian với hệ toa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;\ -1;\ 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x+3y-1=0$.

A. $\begin{cases}x=t\\y=-1+3t.\\z=3\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1\\y=3-t.\\z=3\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=t\\y=-1+3t.\\z=3-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=t\\y=-1+2t.\\z=3+2t\end{cases}$

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a>0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến $mp(BCD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{8}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 35. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3(1+f(x))dx$ bằng

A. 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.

Câu 36. Một hộp có 9 viên bi khác nhau trong đó có 5 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để hai viên bi được chọn có cùng màu.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Câu 37. Cho khối chóp có thể tích $V=6$ và chiều cao $h=2$. Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(2-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$.

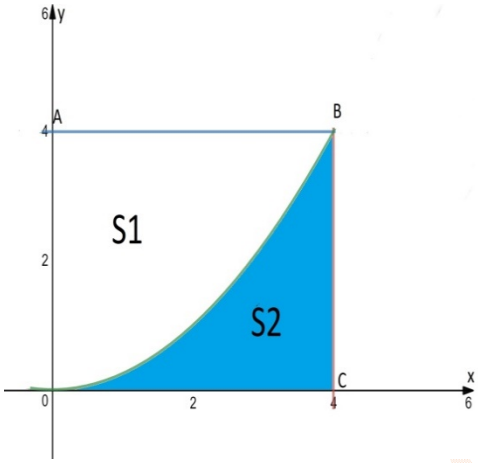
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

Câu 39. Phương trình $\log_{\frac{2}{x}}4x^2+\log_{2\sqrt{x}}\frac{2}{x}=3$ có một nghiệm $x=1$ và một nghiệm khác 1 bằng

A. $2^{\frac{1}{7}}$. **B.** $2^{-\frac{3}{7}}$. **C.** $2^{-\frac{5}{7}}$. **D.** $2^{\frac{3}{7}}$.

Câu 40. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số mđể hàm số $f(x) = -x^3 + 3(m+1)x^2 + 3(2m-1)x + 2020$nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 42. Cho hai số phức z và w thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z+2w| = 3 \\ |2z+3w| = 6 \\ |z+4w| = 7 \end{cases}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = z.\overline{w} + \overline{z}.w$ bằng

A. $P = -12$. **B.** $P = -28$. **C.** $P = 33$. **D.** $P = 8$.

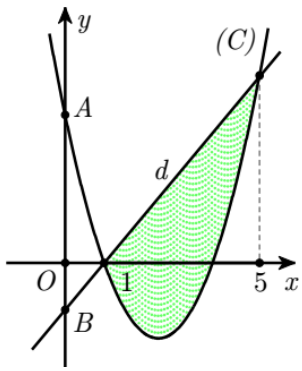
Câu 43. Một chiếc hộp hình trụ với bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 10 cm. Một học sinh bỏ một miếng bìa hình vuông vào chiếc hộp đó và thấy hai cạnh đối diện của miếng bìa lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy hộp và miếng bìa không song song với trục của hộp. Hỏi diện tích của miếng bìa đó bằng bao nhiêu?

A. 200 cm^2 **B.** 300 cm^2 **C.** 150 cm^2 **D.** 250 cm^2

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC. Đường thẳng BB' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 45^o. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $V = \frac{a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 45. Cho các hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = mx + n$ có đồ thị lần lượt là đường cong (C) và đường thẳng (d) như hình vẽ. Biết $AB = 5$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng (d) (phần tô màu) là $S = \frac{p}{q}$ (trong đó $p, q \in \mathbb{N}^*$, $(p;q) = 1$). Khẳng định nào sau đây đúng?

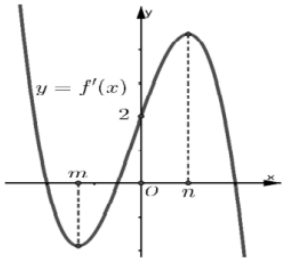


A. $p > 11q$. **B.** $pq = 69$. **C.** $p + q = 35$. **D.** $p - q = 20$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1$, $|z_2| = 4$, $|2z_1 + z_2| = \sqrt{15}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z_1 + z_2 + 3i|$ bằng

A. $\sqrt{22} + 3$. **B.** $4\sqrt{22} + 3$. **C.** $\sqrt{22} - 3$. **D.** $2\sqrt{22} + 3$.

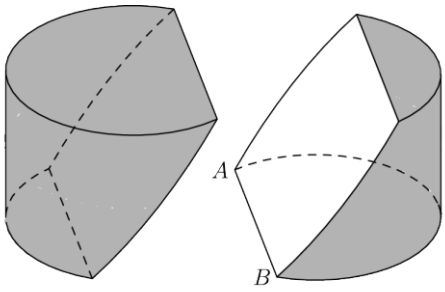
Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $(a \neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'[f(x) - 2x]$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 48. Một khối gỗ hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120^o. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S = a\pi + b\sqrt{3}$. Tính $P = a + b$.



A. $P = 30$. **B.** $P = 50$. **C.** $P = 45$. **D.** $P = 60$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1\,;\,3\,;\,-1)$. Biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a\,;\,b\,;\,c)$. Tính $2a + b + c$.

A. $\frac{62}{25}$. **B.** $\frac{134}{25}$. **C.** $\frac{116}{25}$. **D.** $\frac{84}{25}$.

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln\frac{x(1+y)}{4(2-y)} = 2(8 - x - 4y - xy)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + 3y$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	C	A	C	B	C	D	A	A	D	A	A	C	B	D	B	B	C	B	D	C	D	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	B	C	A	D	B	A	D	C	B	D	C	B	C	B	D	A	C	A	A	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 004

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vì $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi đi qua các điểm nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-2;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng vuông góc với đường thẳng BC là

A. $\vec{n}=(1;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;5)$. **D.** $\vec{n}=(2;-2;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(2;-2;-5)$.

Vì mặt phẳng vuông góc với đường thẳng BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=\vec{n}=(2;-2;-5)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=(x^3-27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

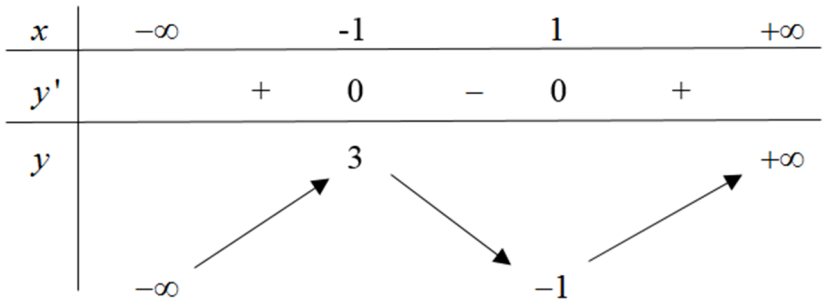
Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi $x^3-27>0\Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(3;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = 3$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 5. Cho hình hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π. Khi đó hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là:

$S_{xq} = \pi Rl = \pi.R.4 = 8\pi \Rightarrow R = 2$.

Vậy bán kính hình tròn đáy là $R = 2$.

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $\frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\frac{x^4}{4} + C$. **C.** $3x^2 + C$. **D.** $x^4 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}\,x = \int x^3\mathrm{d}\,x = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 3x + 1) = -9$ bằng

A. 9. **B.** 10^{-9}. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tương đương với $x^2 - 3x + 1 = 10^{-9} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 - 10^{-9} = 0$.

Vì $\Delta = 5 + 4.10^{-9} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 phân biệt.

Theo định lý Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 3$.

Câu 8. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int_5^2 [2 - 4f(x)]\mathrm{d}x$.

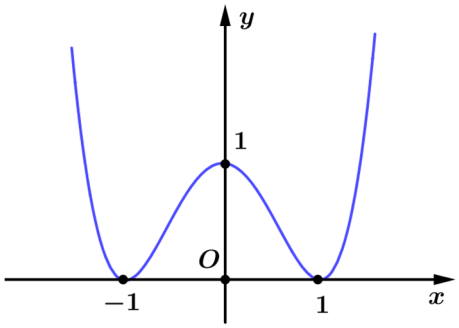
A. $I = 36$. **B.** $I = -34$. **C.** $I = 40$. **D.** $I = 34$.

Lời giải

Chọn D

$I = \int_5^2 [2 - 4f(x)]\mathrm{d}x = 2\int_5^2 \mathrm{d}x - 4\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x = -2\int_2^5 \mathrm{d}x + 4\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = -2x|_2^5 + 4.10 = 34$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 17. **B.** 12. **C.** 250. **D.** 22.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Câu 11. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^3)$ bằng

A. $3(\log a+\log b)$. **B.** $3\log a+\log b$. **C.** $\log a+\frac{1}{3}\log b$. **D.** $\log a+3\log b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log(ab^3)=\log a+\log b^3=\log a+3\log b$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$. **B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra, đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại hai điểm.

Câu 14. Kết quả của phép tính $z=(2-3i)(4-i)$ là

A. $z=6-14i$. **B.** $z=-5-14i$. **C.** $z=5-14i$. **D.** $z=5+14i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=(2-3i)(4-i)=8-2i-12i+3i^2=5-14i$.

Câu 15. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h được tính theo công thức:

A. $V = 3Bh.$ **B.** $V = Bh.$ **C.** $V = \frac{4}{3}Bh.$ **D.** $V = \frac{1}{3}Bh.$

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Có ba loại cây và bốn hố trồng cây. Hỏi có mấy cách trồng cây nếu mỗi hố trồng một cây và mỗi loại cây phải có ít nhất một cây được trồng

A. 36. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán tương đương sắp xếp 3 phần tử (3 loại cây) và 4 vị trí (4 hố trồng cây). Do đó, số cách trồng cây thỏa mãn yêu cầu bài toán chính là chỉnh hợp chập 3 của 4 phần tử.

Vậy có $A_4^3 = 24$ cách trồng.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;3)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(0;-2;3).$ **B.** $(1;0;0).$ **C.** $(1;-2;0).$ **D.** $(1;0;3).$

Lời giải

Chọn B

Câu 18. Phần thực của số phức $z = i(1-2i)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** $-1.$ **D.** $-2.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = i(1-2i) = i - 2i^2 = 2 + i.$

Như vậy phần thực của z là 2.

Câu 19. Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

A. $y = \frac{x-1}{2x-1}.$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 3.$ **C.** $y = -x^3 + 3x + 2.$ **D.** $y = x^3 - 3x + 4.$

Lời giải

Chọn C

Bảng biến thiên của hàm số bậc ba có hệ số $a < 0.$

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2020}$ là

A. $y = -2.$ **B.** $y = 2.$ **C.** $x = -2020.$ **D.** $x = \frac{-1}{2020}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-1}{x+2020} = 2;$ $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x+2020} = 2.$ Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2.$

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x+1} < e$ là

A. $(-\infty;0).$ **B.** $(1;2).$

C. $(1;+\infty).$ **D.** $(0;1).$

Lời giải

Chọn D

Ta có $e^{x^2-x+1} < e \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 1 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0;1)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $M(3;-4)$ là biểu diễn hình học của số phức nào sau đây?

A. $z = 3 + 4i$. **B.** $z = 4 - 3i$. **C.** $z = 3 - 4i$. **D.** $z = -4 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_2^5 f(x)\,dx = 10$. Tính $I = \int_5^2 [2 - 4f(x)]\,dx$.

A. $I = 36$. **B.** $I = 40$. **C.** $I = 32$. **D.** $I = 34$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \int_5^2 [2 - 4f(x)]\,dx = -\int_2^5 [2 - 4f(x)]\,dx = \int_2^5 (4f(x) - 2)\,dx = 4\int_2^5 f(x)\,dx - 2\int_x^5 dx = 34$.

Câu 24. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^{-2}$. **B.** $y = e^x$. **C.** $y = 2^{x^2}$. **D.** $y = \log_2 x$.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số $y = x^{-2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

+ Hàm số $y = 2^{x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

+ Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

+ Hàm số $y = e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 25. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h = \sqrt{2}R$. **B.** $R = h$. **C.** $R = 2h$. **D.** $h = 2R$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2.2\pi Rh \Leftrightarrow R = h$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;3;3)$. **C.** $I(1;-3;-3)$. **D.** $I(1;-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a = -1, b = 3, c = 0 \Rightarrow$ Tâm của mặt cầu là $I(-1;3;0)$.

Câu 27. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + i)z$

A. -1. **B.** 5. **C.** 1. **D.** i.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = (1 + i)z = (1 + i)(3 - 2i) = 5 + i$. Số phức w có phần ảo bằng 1

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ -1;\ 4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. **B.** $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

C. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Do (S) có đường kính AB nên nó nhận trung điểm I của AB làm tâm và $\frac{AB}{2}$ làm bán kính.

Ta có:

+ $\overrightarrow{AB} = (4;\ -2;\ 4) \Rightarrow AB = 6$.

$+ I(0;\ 0;\ 2)$.

Vậy (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 29. Cho hai số thực dương x , y tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $\log_2 \frac{x^2}{y} = \frac{2\log_2 x}{\log_2 y}$.

B. $\log_2(x^2 y) = 2\log_2 x + \log_2 y$.

C. $\log_2(x^2 y) = \log_2 x + 2\log_2 y$.

D. $\log_2(x^2 + y) = 2\log_2 x . \log_2 y$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2 \frac{x^2}{y} = \frac{2\log_2 x}{\log_2 y}$ loại vì khi chọn $x = y = 2$ đẳng thức sai.

$\log_2(x^2 y) = \log_2 x + 2\log_2 y$ loại vì khi chọn $x = 1, y = 2$ đẳng thức sai.

$\log_2(x^2 + y) = 2\log_2 x . \log_2 y$ loại vì khi chọn $x = 1, y = 2$ đẳng thức sai.

$\log_2(x^2 y) = 2\log_2 x + \log_2 y$ đúng vì $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*: \log_2(x^2 y) = \log_2 x^2 + \log_2 y = 2\log_2 x + \log_2 y$.

Câu 30. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-3)^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $\log_2[3F(1) - 2F(2)]$ bằng

A. -4.

B. 4.

C. 2.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$3F(1) - 2F(2) = 3[F(1) - F(2)] + F(2) - F(0) + F(0) = 3\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{3} = 4$.

$\Rightarrow \log_2[3F(1) - 2F(2)] = \log_2 4 = 2$.

Câu 31. Trong không gian với hệ toa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;\ -1;\ 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x + 3y - 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;\ 3;\ 0)$.

Đường thẳng đi qua $A(0;\ -1;\ 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (1;\ 3;\ 0)$.

Phương trình đường thẳng là: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a > 0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến $mp(BCD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

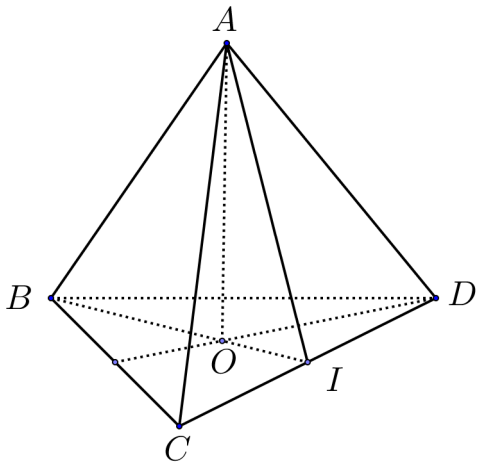
B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{8}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

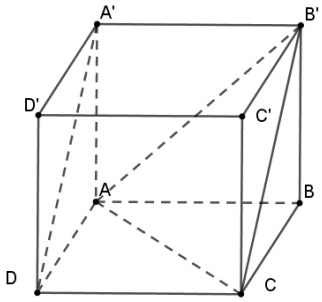


Gọi O là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AO \perp (BCD) \Rightarrow d\big(A;(BCD)\big) = AO$.
Gọi I là trung điểm CD.
Ta có: $BO = \frac{2}{3}BI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
Vậy $d\big(A;(BCD)\big) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng
A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương. Ta có $AC = B'C = AB' = a\sqrt{2}$. Nên tam giác $AB'C$ là tam giác đều.
Do AD song song với $B'C$ nên góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng góc giữa AC và $B'C$ và bằng $60°$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ **bằng**
A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(x+1)}{x^2+1} = \frac{x^2+1-x^2-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Nhận thấy $y(1) = \sqrt{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -1$.

Vậy $M = \max\limits_{(-\infty;+\infty)} y = \sqrt{2}$ tại $x = 1$.

Câu 35. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x))\mathrm{d}x$ bằng
A. 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.

Lời giải

Chọn D

$\int_1^3[1+f(x)]\,\mathrm{d}x=\int_1^3\,\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\left(x+x^3\right)\Big|_1^3=28$

Câu 36. Một hộp có 9 viên bi khác nhau trong đó có 5 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để hai viên bi được chọn có cùng màu.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_9^2$.

Gọi A là biến cố "hai viên bi được chọn có cùng màu".

Trường hợp 1. Chọn được hai viên bi màu đỏ có C_5^2 cách chọn.

Trường hợp 2. Chọn được hai viên bi màu xanh có C_4^2 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, ta có $n(A)=C_5^2+C_4^2$.

Vậy $P(A)=\frac{C_5^2+C_4^2}{C_9^2}=\frac{4}{9}$.

Câu 37. Cho khối chóp có thể tích $V=6$ và chiều cao $h=2$. Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp có công thức là $V=\frac{1}{3}B.h\Leftrightarrow 6=\frac{1}{3}.B.2\Leftrightarrow B=9$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(2-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

Câu 39. Phương trình $\log_{\frac{2}{x}}4x^2+\log_{2\sqrt{x}}\frac{2}{x}=3$ có một nghiệm $x=1$ và một nghiệm khác 1 bằng

A. $2^{\frac{1}{7}}$. **B.** $2^{-\frac{3}{7}}$. **C.** $2^{-\frac{5}{7}}$. **D.** $2^{\frac{3}{7}}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\x\neq 2\\x\neq\frac{1}{4}\end{cases}$

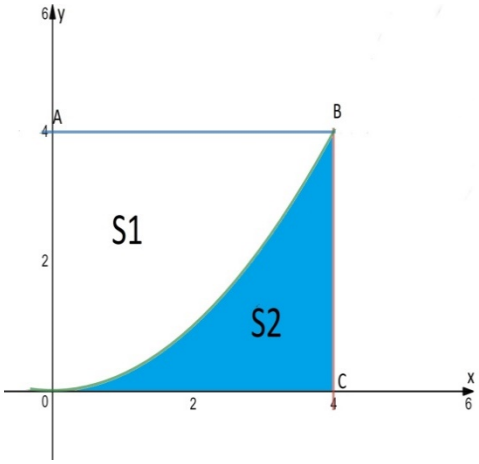
PT đã cho $\Leftrightarrow\frac{\log_2(4x^2)}{\log_2\left(\frac{2}{x}\right)}+\frac{\log_2\left(\frac{2}{x}\right)}{\log_2(2\sqrt{x})}=3\Leftrightarrow\frac{2+2\log_2 x}{1-\log_2 x}+\frac{1-\log_2 x}{1+\frac{1}{2}\log_2 x}=3$

Đặt $t=\log_2 x$ ta được phương trình: $\frac{2+2t}{1-t}+\frac{1-t}{1+\frac{1}{2}t}=3\Leftrightarrow 7t^2+5t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-\frac{5}{7}\end{array}\right.$

Với $t = 0 \to x = 1$

Với $t = -\frac{5}{7} \to x = 2^{-\frac{5}{7}}$

Câu 40. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích hình vuông $OABC$ là 16 và bằng $S_1 + S_2$.

$$S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{x^3}{12}\Big|_0^4 = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{16 - S_2}{S_2} = \frac{16 - \frac{16}{3}}{\frac{16}{3}} = 2$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số mđể hàm số $f(x) = -x^3 + 3(m+1)x^2 + 3(2m-1)x + 2020$nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = -3x^2 + 6(m+1)x + 3(2m-1)$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

(Dấu " = " xảy ra tại hữu hạn $x \in \mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ [3(m+1)]^2 + 3.3(2m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + 2m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0$$

$\Rightarrow -4 \leq m \leq 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$: có 5 giá trị m thỏa mãn đề bài.

Câu 42. Cho hai số phức z và w thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z + 2w| = 3 \\ |2z + 3w| = 6 \\ |z + 4w| = 7 \end{cases}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = z.\overline{w} + \overline{z}.w$ bằng

A. $P = -12$. **B.** $P = -28$. **C.** $P = 33$. **D.** $P = 8$.

Lời giải

Chọn B

$* |z + 2w| = 3 \Leftrightarrow |z + 2w|^2 = 9 \Leftrightarrow (z + 2w)\overline{(z + 2w)} = 9 \Leftrightarrow (z + 2w)(\overline{z} + 2\overline{w}) = 9$

$\Leftrightarrow z.\overline{z} + 4w.\overline{w} + 2(z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 9 \Leftrightarrow |z|^2 + 4|w|^2 + 2P = 9$ (1)

$* |2z + 3w| = 6 \Leftrightarrow |2z + 3w|^2 = 36 \Leftrightarrow (2z + 3w)\overline{(2z + 3w)} = 36 \Leftrightarrow (2z + 3w)(2\overline{z} + 3\overline{w}) = 36$

$\Leftrightarrow 4z.\overline{z} + 9w.\overline{w} + 6(z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 36 \Leftrightarrow 4|z|^2 + 9|w|^2 + 6P = 36$ (2)

$* |z+4w|=7 \Leftrightarrow |z+4w|^2=49 \Leftrightarrow (z+4w)\overline{(z+4w)}=49 \Leftrightarrow (z+4w)(\overline{z}+4\overline{w})=49$
$\Leftrightarrow z.\overline{z}+16w.\overline{w}+4(z.\overline{w}+\overline{z}.w)=49 \Leftrightarrow |z|^2+16|w|^2+4P=49$ (3)

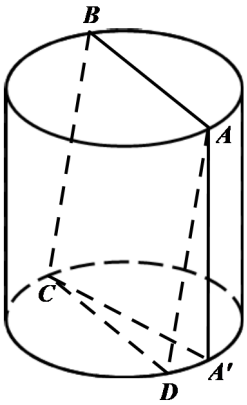
Giải hệ tạo bởi các phương trình (1), (2), (3) ta được $\begin{cases}|z|^2=33\\|w|^2=8\\P=-28\end{cases}$.

Câu 43. Một chiếc hộp hình trụ với bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 10 cm. Một học sinh bỏ một miếng bìa hình vuông vào chiếc hộp đó và thấy hai cạnh đối diện của miếng bìa lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy hộp và miếng bìa không song song với trục của hộp. Hỏi diện tích của miếng bìa đó bằng bao nhiêu?

A. $200\ cm^2$ **B.** $300\ cm^2$ **C.** $150\ cm^2$ **D.** $250\ cm^2$

Lời giải

Chọn D



Giả sử miếng bìa hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy của hình trụ.

Gọi AA' là một đường sinh của hình trụ $\Rightarrow AA' \perp CD$ (1)

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow CD \perp AD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow CD \perp (AA'D) \Rightarrow CD \perp A'D$

$\Rightarrow A'C$ là đường kính của đường tròn đáy hình trụ $\Rightarrow CD \perp DA'$

Đặt $CD=x \Rightarrow AD=x$.

Tam giác $CD'A$ vuông tại $D \Rightarrow DA'=\sqrt{A'C^2-CD^2}=\sqrt{400-x^2}$ (3)

Tam giác $AA'D$ vuông tại $A' \Rightarrow DA'=\sqrt{AD^2-AA'^2}=\sqrt{x^2-100}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $400-x^2=x^2-100 \Leftrightarrow x^2=250$.

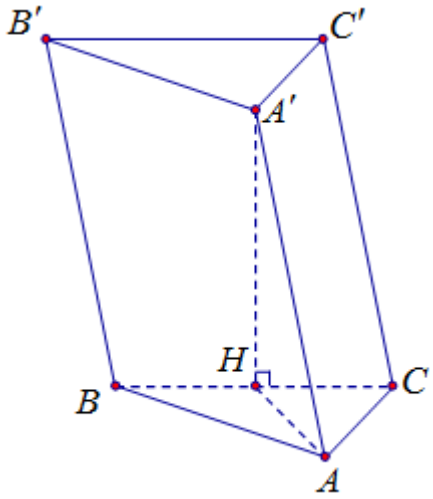
$S_{ABCD}=CD^2 \Rightarrow x^2=250\ cm^2$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC. Đường thẳng BB' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 45^o. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V=\frac{3a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

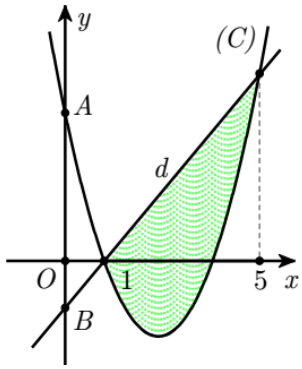
Chọn A



Gọi H là trung điểm BC. Theo giả thiết ta có $A'H \perp (ABC)$. Mặt khác $BB'//AA'$ nên $\left(BB', \widehat{(ABC)}\right) = \left(AA', \widehat{(ABC)}\right) = \widehat{A'AH} = 45^o$. Suy ra tam giác $A'AH$ vuông cân tại H có $A'H = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do tam giác ABC đều cạnh bằng a).

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 45. Cho các hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = mx + n$ có đồ thị lần lượt là đường cong (C) và đường thẳng (d) như hình vẽ. Biết $AB = 5$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng (d) (phần tô màu) là $S = \frac{p}{q}$ (trong đó $p, q \in \mathbb{N}^*$, $(p;q) = 1$). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $p > 11q$. **B.** $pq = 69$. **C.** $p + q = 35$. **D.** $p - q = 20$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(0;c) \in (C)$, $B(0;n) \in (d)$ và $AB = 5 \Leftrightarrow c - n = 5$ $(c > n)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$ax^2 + bx + c = mx + n \Leftrightarrow ax^2 + (b-m)x + c - n = 0 \Leftrightarrow ax^2 + (b-m)x + 5 = 0 (*)$.

Lại có hoành độ giao điểm của (C) và (d) là $x = 1$ và $x = 5$ nên $(*)$ có dạng:

$a(x-1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow ax^2 - 6ax + 5a = 0$.

Đồng nhất hệ số ta được $a = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) là $S = \int_1^5 |(x-1)(x-5)|dx = \frac{32}{3}$.

Suy ra $p = 32, q = 3 \Rightarrow p + q = 35$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1$, $|z_2| = 4$, $|2z_1 + z_2| = \sqrt{15}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z_1 + z_2 + 3i|$ bằng

A. $\sqrt{22} + 3$. **B.** $4\sqrt{22} + 3$. **C.** $\sqrt{22} - 3$. **D.** $2\sqrt{22} + 3$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases}\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = 4\\ \left|2+\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{15}\end{cases}$.

Đặt $\frac{z_2}{z_1} = a+bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

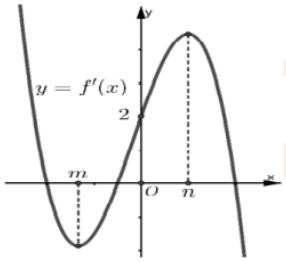
$(*) \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2=16\\(a+2)^2+b^2=15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2=16\\a=-\frac{5}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{5}{4}\\b=\pm\frac{\sqrt{231}}{4}\end{cases}$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{z_2}{z_1}=-\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{231}}{4}i\\ \frac{z_2}{z_1}=-\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{231}}{4}i\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}4+\frac{z_2}{z_1}=\frac{11}{4}+\frac{\sqrt{231}}{4}i\\ 4+\frac{z_2}{z_1}=\frac{11}{4}-\frac{\sqrt{231}}{4}i\end{array}\right.$.

Áp dụng bất đẳng thức $|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|$

Ta có: $|4z_1+z_2+3i| = \left|4+\frac{z_2}{z_1}+\frac{3i}{z_1}\right| \le \left|4+\frac{z_2}{z_1}\right| + \left|\frac{3i}{z_1}\right| = \sqrt{22}+3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a \ne 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'[f(x)-2x]$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 14.

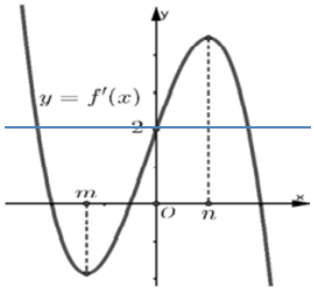
Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = (f'(x)-2)f''[f(x)-2x]$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (f'(x)-2)f''[f(x)-2x] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f'(x)-2=0\ (1)\\ f''[f(x)-2x]=0\ (2)\end{array}\right.$

Xét phương trình $(1) \Leftrightarrow f'(x) = 2$.



Từ đồ thị ta có phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $x_1, 0, x_2$ $(x_1 < m < 0 < n < x_2)$.

Xét phương trình (2).

Trước hết ta có: $f'(x) = 4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

$f'(0) = 2 \Leftrightarrow d = 2$

Suy ra: $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+2x+e$.

$(2) \Leftrightarrow f''[f(x)-2x] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)-2x=m\\ f(x)-2x=n\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}ax^4+bx^3+cx^2+e=m\\ ax^4+bx^3+cx^2+e=n\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}ax^4+bx^3+cx^2=m-e\ (2a)\\ ax^4+bx^3+cx^2=n-e\ (2b)\end{array}\right.$.

Số nghiệm của hai phương trình $(2a)$ và $(2b)$ lần lượt bằng số giao điểm của hai đường thẳng $y = m-e$ và $y = n-e$ (trong đó $m-e < n-e < 0$)với đồ thị hàm số $g(x) = ax^4+bx^3+cx^2$.

$g'(x) = 4ax^3+3bx^2+2cx$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^2+2cx=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^2+2cx+2=2$

$\Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<0 \\ x=0 \\ x=x_2>0 \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=+\infty$ nên $a<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	0	↗	$g(x_2)$	↘	$-\infty$

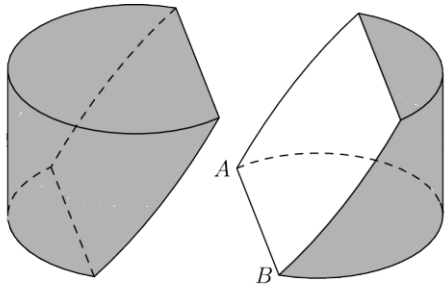
$n-e$

$m-e$

Từ bảng biến thiên suy ra hai phương trình $(2a)$, $(2b)$ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt (hai phương trình không có nghiệm trùng nhau) và khác $x_1, 0, x_2$.

Suy ra phương trình $(f'(x)-2)f''[f(x)-2x]=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $y=f'[f(x)-2x]$ có 7 điểm cực trị.

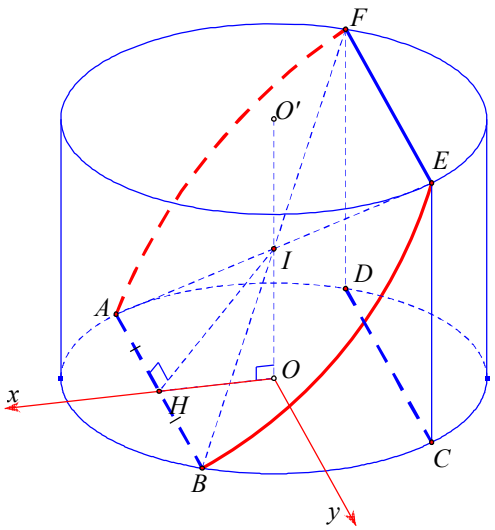
Câu 48. Một khối gỗ hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120^o. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S=a\pi+b\sqrt{3}$. Tính $P=a+b$.



A. $P=30$. **B.** $P=50$. **C.** $P=45$. **D.** $P=60$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của OO', với O, O' là tâm của hai đáy; H là trung điểm của OO'; α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy.

Ta có $AB = 6\sqrt{3}$; $OH = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 3$; $\tan\alpha = \frac{IO}{OH} = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O, trục Ox vuông góc với AB, trục Oy song song với AB.

Ta có $S_{ABCD} = 2\int_{-3}^{3}\sqrt{36 - x^2}\,dx = 18\sqrt{3} + 12\pi$.

Mặt khác, ta lại có $\cos\alpha = \frac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}} \Rightarrow S_{ABEF} = \frac{S_{ABCD}}{\cos\alpha} = 30\sqrt{3} + 20\pi$. Do đó $a = 20$, $b = 30$.

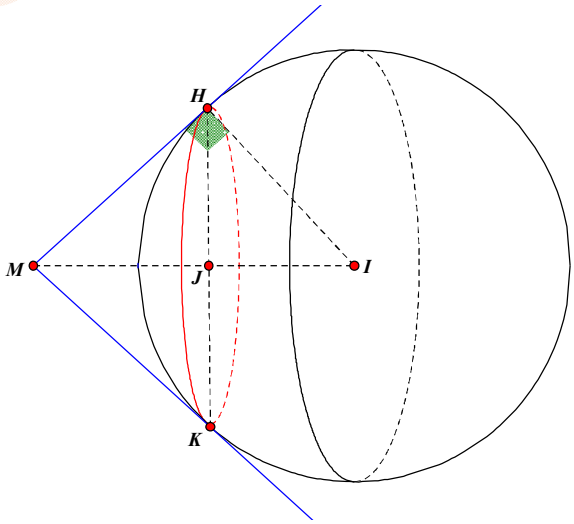
Vậy $P = a + b = 50$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1\,;\,3\,;\,-1)$. Biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a\,;\,b\,;\,c)$. Tính $2a + b + c$.

A. $\frac{62}{25}$. **B.** $\frac{134}{25}$. **C.** $\frac{116}{25}$. **D.** $\frac{84}{25}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: (S): $\begin{cases} I(1\,;\,-1\,;\,2) \\ R = 3 \end{cases}$. Khi đó $IM = 5 > R \Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu.

Tâm $J(a\,;\,b\,;\,c)$ nằm trên MI: $\begin{cases}x=1\\y=-1+4t\\z=2-3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ nên $J(1\,;\,-1+4t\,;\,2-3t)$.

Xét tam giác MHI vuông tại H có:

$MI=5\,;\,IH=3\Rightarrow MH=\sqrt{MI^2-HI^2}=4.$

$\frac{1}{HJ^2}=\frac{1}{HM^2}+\frac{1}{HI^2}\Rightarrow HJ=\frac{12}{5}.$

$MJ.MI=MH^2\Rightarrow MJ=\frac{16}{5}.$

Mặt khác, $\begin{cases}M(1\,;\,3\,;\,-1)\\J(1\,;\,-1+4t\,;\,2-3t)\end{cases}\Rightarrow MJ=\sqrt{(-4+4t)^2+(3-3t)^2}=\frac{16}{5}.$

$\Leftrightarrow(-4+4t)^2+(3-3t)^2=\frac{256}{25}$

$\Leftrightarrow 16-32t+16t^2+9-18t+9t^2=\frac{256}{25}$

$\Leftrightarrow 25t^2-50t+\frac{369}{25}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{9}{25}\\t=\frac{41}{25}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}J\left(1\,;\,\frac{11}{25}\,;\,\frac{23}{25}\right)\\J\left(1\,;\,\frac{139}{25}\,;\,\frac{-73}{25}\right)\end{array}\right.$.

- Với $J\left(1\,;\,\frac{11}{25}\,;\,\frac{23}{25}\right)$ thì $IJ=\frac{9}{5}<IM$ (nhận).

- Với $J\left(1\,;\,\frac{139}{25}\,;\,\frac{-73}{25}\right)$ thì $IJ=\frac{\sqrt{1097}}{5}>IM$ (loại).

Vậy $J\left(1\,;\,\frac{11}{25}\,;\,\frac{23}{25}\right)$ nên: $2a+b+c=\frac{84}{25}$.

Câu 50. Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn $\ln\frac{x(1+y)}{4(2-y)}=2(8-x-4y-xy)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+3y$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}\frac{x(1+y)}{4(2-y)}>0\\x>0;y>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<y<2\\x>0\end{cases}$.

Ta có: $\ln\frac{x(1+y)}{4(2-y)}=2(8-x-4y-xy)\Leftrightarrow\ln(x+xy)-\ln(8-4y)=2(8-4y)-2(x+xy)$

$\Leftrightarrow\ln(x+xy)+2(x+xy)=\ln(8-4y)+2(8-4y)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\ln t+2t$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t}+2>0,\forall t>0$, suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó $f(x+xy)=f(8-4y)\Leftrightarrow x+xy=8-4y\Leftrightarrow x=\frac{8-4y}{1+y}$.

Khi đó: $P=x+3y=\frac{8-4y}{1+y}+3y$. Xét hàm số $g(y)=\frac{8-4y}{1+y}+3y$ trên khoảng $(0;2)$.

Ta có: $g'(y)=\frac{-12}{(y+1)^2}+3=\frac{3(y^2+2y-3)}{(y+1)^2}$; $g'(y)=0\Leftrightarrow\frac{3(y^2+2y-3)}{(y+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-3\ (L)\\y=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

y	0		1		2
$g'(y)$		$-$	0	$+$	
$g(y)$		↘	5	↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min P = 5$ khi $x = 2, y = 1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 005

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là
A. $\sin x+C$. **B.** $\cot x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $\tan x+C$.

Câu 2. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=-x^4-x^2+2$. **B.** $y=-x^4+x^2+2$. **C.** $y=1+x-x^2$. **D.** $y=x^2+2$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<32$ là
A. $(5;+\infty)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $[0;5)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Câu 4. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)(-x^2+2x)$ với trục hoành là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$. Vectơ nào dưới đây không là vectơ pháp tuyến của (α)?
A. $\overrightarrow{n_3}=\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Câu 6. Cho khối trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq}=10\pi$, đường sinh $l=5$. Bán kính đáy của khối trụ bằng
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 8. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=a\sqrt{3}$.Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.
A. $l=2a$. **B.** $l=a$. **C.** $l=\sqrt{3}a$. **D.** $l=\sqrt{2}a$.

Câu 9. Tìm x để biểu thức $(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa là
A. $\forall x\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **B.** Không tồn tại x.
C. $\forall x>1$. **D.** $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Hàm số đó nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp 5 học sinh thành một hàng dọc
A. $4!$.**B.** 5^5**C.** 5**D.** $5!$.

Câu 12. Phần thực của số phức $z=i(1-2i)$ là
A. 2.**B.** -1.**C.** -2.**D.** 1.

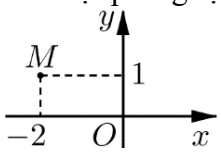
Câu 13. Số phức $z=\frac{3-4i}{4-i}$ bằng

A. $z=\frac{16}{15}-\frac{11}{15}i$. **B.** $z=\frac{9}{25}-\frac{23}{25}i$. **C.** $z=\frac{9}{5}-\frac{4}{5}i$. **D.** $z=\frac{16}{17}-\frac{13}{17}i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2019}.(x-1)^{2020}.(x+1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 15. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ?



A. $2-i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $1-2i$.

Câu 16. Thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** πr^2h.

Câu 17. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2018}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

Câu 18. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$, $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=4$, khi đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(8;-6;2)$. **B.** $\vec{u}=(4;-6;3)$. **C.** $\vec{u}=(8;-6;3)$. **D.** $\vec{u}=(8;11;2)$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^x$. **B.** $y=\frac{1}{5^x}$.

C. $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **D.** $y=\frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^x}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(1;-3;0)$. **D.** $(0;-3;4)$.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là

A. $\{-4\}$. **B.** $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$. **C.** $\{-4;4\}$. **D.** $\{4\}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2+2x-8y+4z-4=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 25. **D.** 5.

Câu 24. Cho $a>0$, $a\neq 0$ giá trị của biểu thức $\log_{a^2}\sqrt[3]{a^4}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 25. Cho biết $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=6$, $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=8$. Tính $K=\int_1^5[4f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $K=6$. **B.** $K=16$. **C.** $K=61$. **D.** $K=5$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$ và đi qua điểm $M(2;6;0)$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=100$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=100$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'\mathrm{D}'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AA'=AB=a$, $AD=2a$. Tính tang của góc giữa đường thẳng AB' và BC'.

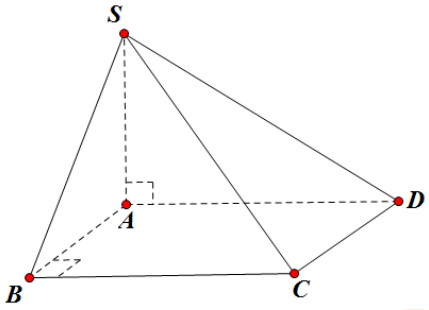
A. $\frac{4}{5}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Tính tích phân $I=\int_0^{2019}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I = e^{4038} - 1$. **B.** $I = \frac{1}{2}(e^{4038} - 1)$. **C.** $I = \frac{1}{2}e^{4038} - 1$. **D.** $I = e^{4038}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), SA = a$ và $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).



A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d = a\sqrt{2}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d = \frac{a}{2}$.

Câu 32. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với a, b là tham số thực) có một nghiệm phức là $z = 1 + 2i$. Tìm mô đun của số phức $w = a + bi$.
A. 3. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 29.

Câu 33. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1 ; 2; 3; 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1 ; 2; 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).
A. $\frac{9}{4096}$. **B.** $\frac{9}{8192}$. **C.** $\frac{3}{4096}$. **D.** $\frac{3}{2048}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x) = -x^2 - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $f(1) > f(0)$. **B.** $f(0) < f(-1)$. **C.** $f(1) < f(2)$. **D.** $f(3) > f(2)$.

Câu 35. Cho a và b là hai số thực dương biết rằng $\log_2(ab) = \log_{32}\left(\frac{b}{a}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a^6b^4 = 1$ **B.** $a^4 = b^6$ **C.** $a^6 = b^4$ **D.** $a^4b^6 = 1$

Câu 36. Hàm số nào dưới đây ***không*** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$?
A. $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x\cos x) + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right) + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{4}(2x - \sin 2x) + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{4}(2x - \sin x\cos x) + C$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2,1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là
A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích khối chóp $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?
A. 3. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 39. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $(C): y = \frac{x^2+x-2}{x+1}$, trục hoành và trục tung được cho dưới dạng $S = \frac{a+\ln b}{2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tìm $P = a^2 + b$.
A. 17. **B.** 15. **C.** -15. **D.** 5.

Câu 40. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| > 0$.
Tính $A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. -1. **B.** $1+i$. **C.** 1. **D.** $1-i$.

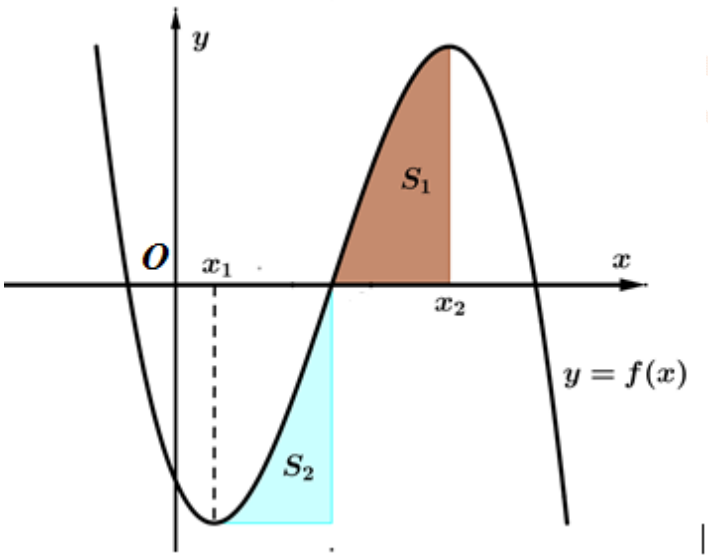
Câu 41. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(4a-5b) - 1$. Đặt $T = \frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$ **B.** $0 < T < \frac{1}{2}$. **C.** $-2 < T < 0$. **D.** $1 < T < 2$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho biết $A'A = A'B = A'D$ và $AB = a; AD = a\sqrt{3}; AA' = 2a$.

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thoả mãn $x_2 = x_1 + 6$ và $f(x_1) = -f(x_2)$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được tô màu trong hình. Tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng bao nhiêu?

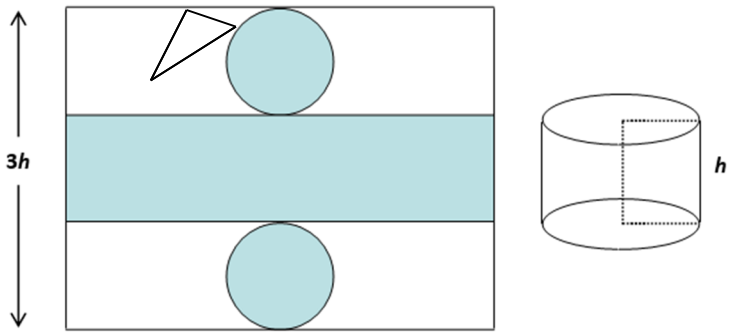


A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 44. Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = \frac{(m+1)x^2 - 2mx + 6m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

A. 2021. **B.** 2018. **C.** 2025. **D.** 2034.

Câu 45. Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết rằng đường tròn đáy ngoại tiếp một tam giác có kích thước là $50cm, 70cm, 80cm$ (các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3{,}14$). Diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu gần nhất với số liệu nào sau đây?

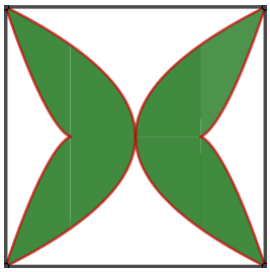


A. 6,8 (m^2). **B.** 24,6 (m^2). **C.** 6,15 (m^2). **D.** 3,08 (m^2).

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ cắt mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ tại điểm M. Mặt cầu (S) có tâm $I(a\,;\,b\,;\,c)$ với $a < 0$ thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm A. Tìm tổng $T = a + b + c$ khi biết diện tích tam giác IAM bằng $3\sqrt{3}$.

A. $T = 0$. **B.** $T = \frac{1}{2}$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = -2$.

Câu 47. Sản phẩm một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hoa hình vuông cạnh $20(\text{cm}^2)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^4$ và $4(|x| - 1)^3 = y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?



A. $7{,}47(\text{cm}^2)$. **B.** $5{,}07(\text{cm}^2)$. **C.** $7{,}46(\text{cm}^2)$. **D.** $5{,}06(\text{cm}^2)$.

Câu 48. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x = -3, x = 3, x = 5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x) = f\left(e^{x^3+3x^2} - m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 3

Câu 49. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y^2}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $2|z| = |z^2 + 4|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{6 + \sqrt{13}}$. **B.** $1 + \sqrt{5}$. **C.** $1 + 3\sqrt{5}$. **D.** $3 + \sqrt{5}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	D	C	C	B	A	D	B	D	A	D	A	C	D	A	A	D	D	D	C	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	B	C	A	B	B	B	A	C	C	B	C	A	B	B	C	A	C	A	A	C	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $\cot x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $\tan x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

Câu 2. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=-x^4-x^2+2$. **B.** $y=-x^4+x^2+2$. **C.** $y=1+x-x^2$. **D.** $y=x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<32$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $[0;5)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Lời giải

Chọn D

$2^x<32\Leftrightarrow 2^x<2^5\Leftrightarrow x<5$.

Câu 4. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)(-x^2+2x)$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $y=0\Leftrightarrow(x-1)(-x^2+2x)=0$

Giải phương trình trên ta được ba nghiệm $x=0;x=1;x=2$. Vậy có ba giao điểm.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$. Vectơ nào dưới đây không là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ suy ra Chọn C đúng.

+ $\overrightarrow{n_2}=2\overrightarrow{n_3}$ nên Chọn C đúng.

+ $\overrightarrow{n_4}=-2\vec{n}_3$ nên Chọn C đúng.

Câu 6. Cho khối trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq}=10\pi$, đường sinh $l=5$. Bán kính đáy của khối trụ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl$ (với r, l lần lượt là bán kính đường tròn đáy và độ dài đường sinh của hình trụ).

Ta có $S_{xq} = 10\pi$.

$\Rightarrow 2\pi.r.5 = 10\pi \Leftrightarrow r = 1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

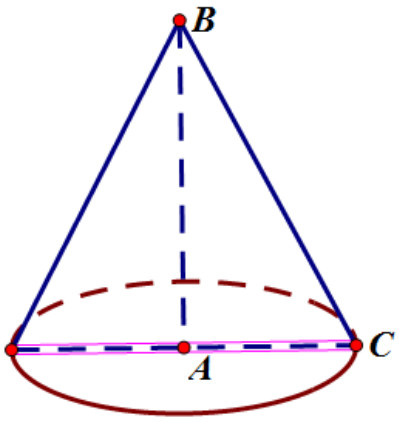
Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x = -3$ và $x = -2$ nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 8. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$.Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = 2a$. **B.** $l = a$. **C.** $l = \sqrt{3}a$. **D.** $l = \sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB,vì tam giác ABC vuông tại A nên độ dài đường sinh l của hình nón được tạo thành là $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$.

Hay $l = BC = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Câu 9. Tìm x để biểu thức $(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa là

A. $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. **B.** Không tồn tại x.

C. $\forall x > 1$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}$.

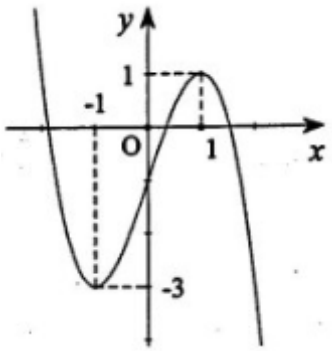
Lời giải

Chọn D

Biểu thức $(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x^2 + x + 1 > 0$. Điều này đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$. Hàm số đó nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty\,;\,1)$. **B.** $(1\,;\,+\infty)$. **C.** $(-1\,;\,1)$. **D.** $(-1\,;\,+\infty)$.



Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1\,;\,+\infty)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp 5 học sinh thành một hàng dọc

A. 4!. **B.** 5^5 **C.** 5 **D.** 5!.

Lời giải

Chọn D

Số cách sắp 5 học sinh thành một hàng dọc là 5!.

Câu 12. Phần thực của số phức $z = i(1-2i)$ là

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = i(1-2i) = i - 2i^2 = i + 2$.

Phần thực của số phức z là 2.

Câu 13. Số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$ bằng

A. $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$. **B.** $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$. **C.** $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$. **D.** $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Lời giải

Chọn D

$z = \frac{3-4i}{4-i} = \frac{(3-4i)(4+i)}{16+1} = \frac{12-13i-4i^2}{17} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019}.(x-1)^{2020}.(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

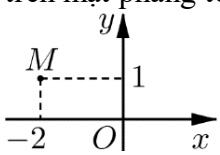
Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Trong đó có 2 nghiệm bội lẻ và 1 nghiệm bội chẵn nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 15. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ?



A. $2 - i$. **B.** $1 + 2i$. **C.** $-2 + i$. **D.** $1 - 2i$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy số phức có phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 1.

Vậy $z = -2 + i$.

Câu 16. Thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Khối trụ có thể tích là $V = \pi r^2 h$.

Câu 17. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2018}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \frac{3x+2018}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị.

Câu 18. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$, $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$, khi đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = ?$

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 6.$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 8t \\ y = -6 + 11t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u} = (8\,;-6\,;2)$. **B.** $\vec{u} = (4\,;-6\,;3)$. **C.** $\vec{u} = (8\,;\,-6\,;\,3)$. **D.** $\vec{u} = (8\,;11\,;2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 20. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^x$. **B.** $y = \frac{1}{5^x}$.

C. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **D.** $y = \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^x}$.

Lời giải

Chọn D

•Hàm số $y = \frac{1}{5^x} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{5} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

•Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ có cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

•Hàm số $y = \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^x} = \left(\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

•Hàm số $y = \left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{\mathrm{e}}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(1;-3;0)$. **D.** $(0;-3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;-3;4)$.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7) = 2$ là

A. $\{-4\}$. **B.** $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$. **C.** $\{-4;4\}$. **D.** $\{4\}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_3(x^2-7)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2+2x-8y+4z-4=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 25. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $x^2+y^2+z^2+2x-8y+4z-4=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=5^2$.

Vậy bán kính của mặt cầu (S) bằng 5.

Cách 2: Mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Trong đó $a=\frac{2}{-2}=-1; b=\frac{-8}{-2}=4; c=\frac{4}{-2}=-2; d=-4$. Do đó bán kính của mặt cầu (S) bằng $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+4^2+(-2)^2+4}=5$.

Câu 24. Cho $a>0, a\neq 0$ giá trị của biểu thức $\log_{a^2}\sqrt[3]{a^4}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có: $\log_{a^2}\sqrt[3]{a^4}=\log_{a^2}a^{\frac{4}{3}}=\frac{4}{3}.\frac{1}{2}\log_a a=\frac{2}{3}$

Cách 2: $\log_{a^2}\sqrt[3]{a^4}=b \Leftrightarrow a^{\frac{4}{3}}=a^{2b} \Leftrightarrow \frac{4}{3}=2b \Leftrightarrow b=\frac{2}{3}$

Câu 25. Cho biết $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=6, \int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=8$. Tính $K=\int_1^5[4f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $K=6$. **B.** $K=16$. **C.** $K=61$. **D.** $K=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $K=\int_1^5[4f(x)-g(x)]dx=4\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=4.6-8=16$.

Câu 26. **(Đề CT BGD 2019 mã 103)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công sai: $d=\frac{u_n-u_1}{n-1}=\frac{6-2}{2-1}=4$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1;\ 2;\ 0)$ và đi qua điểm $M(2;6;0)$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=100$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=100$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bán kính $R=IM=\sqrt{3^2+4^2+0}=5$.

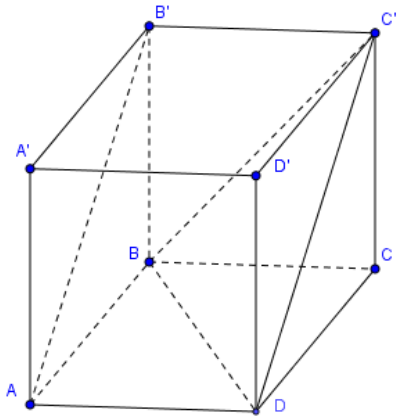
Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(-1;\ 2;\ 0)$, bán kính $R=5$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AA'=AB=a$, $AD=2a$. Tính tang của góc giữa đường thẳng AB' và BC'.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $(\widehat{AB',BC'}) = \varphi$

Có $AB' \,//\, \mathrm{DC}' \Rightarrow (\widehat{AB',\mathrm{BC}'}) = (\widehat{BC',DC'}) = \widehat{BC'D} = \varphi$

$BC' = \sqrt{5}a;\ DC' = \sqrt{2}a;\ BD = \sqrt{5}a$

$\Rightarrow \cos\widehat{BC'D} = \frac{BC'^2+DC'^2-BD^2}{2.BC'.DC'} = \frac{1}{\sqrt{10}} > 0$

$\tan\varphi = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\varphi} - 1} = 3.$

Câu 29. Tính tích phân $I = \int_0^{2019} \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I = \mathrm{e}^{4038} - 1$. **B.** $I = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{4038} - 1)$. **C.** $I = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{4038} - 1$. **D.** $I = \mathrm{e}^{4038}$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{2019} \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{2019} \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}(2x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}|_0^{2019} = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{4038} - 1)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn C

Ta có: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

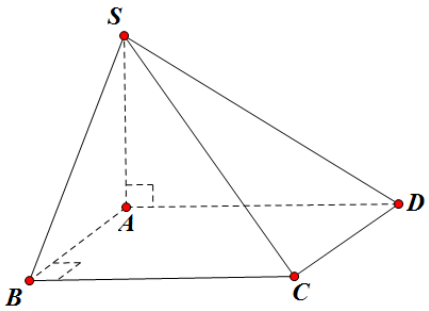
$y' = 4x^3 - 4x,\ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

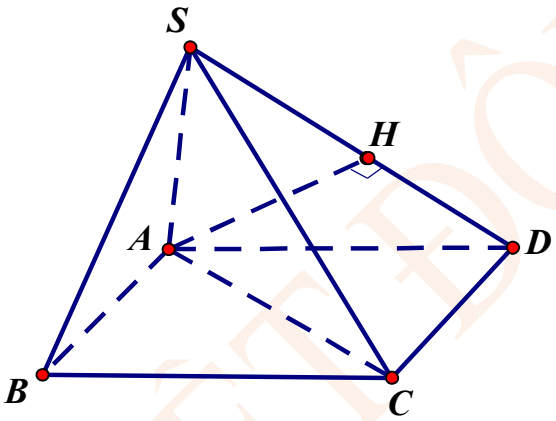
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), SA = a$ và $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).



A. $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d=a\sqrt{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d=\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $AH\perp SD$ lại có $(SAD)\perp CD$ nên $AH\perp CD\Rightarrow AH\perp (SCD)\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có AH là đường cao nên: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{2}{a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32. Biết phương trình $z^2+az+b=0$ (với a,b là tham số thực) có một nghiệm phức là $z=1+2i$. Tìm mô đun của số phức $w=a+bi$.

A. 3. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=1+2i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ nên suy ra $\overline{z}=1-2i$ cũng là một nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$.

Do đó $-a=(1+2i)+(1-2i)\Leftrightarrow -a=2\Leftrightarrow a=-2$ và $b=(1+2i).(1-2i)\Leftrightarrow b=1-4i^2\Leftrightarrow b=5$.

Suy ra $w=-2+5i$. Vậy $|w|=|-2+5i|=\sqrt{29}$.

Câu 33. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1 ; 2; 3; 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1 ; 2; 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

A. $\frac{9}{4096}$. **B.** $\frac{9}{8192}$. **C.** $\frac{3}{4096}$. **D.** $\frac{3}{2048}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n(\Omega)=4^7$

+) Chọn 2 trong 4 vị trí lẻ cho số 1 có C_4^2 cách, 2 vị trí còn lại cho số 3:

+) Chọn 1 trong 3 vị trí chẵn cho số 4 có 3 cách.

+) 2 vị trí còn lại cho số 2.

Vậy $t^2 - mt + 2m - 5 = 0$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x) = -x^2 - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(1) > f(0)$. **B.** $f(0) < f(-1)$. **C.** $f(1) < f(2)$. **D.** $f(3) > f(2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = -x^2 - 1 < 0, \forall x \in R \Rightarrow f(0) < f(-1)$.

Câu 35. Cho a và b là hai số thực dương biết rằng $\log_2(ab) = \log_{32}\left(\frac{b}{a}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^6b^4 = 1$ **B.** $a^4 = b^6$ **C.** $a^6 = b^4$ **D.** $a^4b^6 = 1$

Lời giải

Chọn A

Với điều kiện $a > 0, b > 0$ ta có:

$\log_2(ab) = \log_{32}\left(\frac{b}{a}\right) \Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_2\sqrt[5]{\left(\frac{b}{a}\right)} \Leftrightarrow ab = \sqrt[5]{\left(\frac{b}{a}\right)} \Leftrightarrow a^5b^5 = \frac{b}{a} \Leftrightarrow a^6b^4 = 1.$

Câu 36. Hàm số nào dưới đây ***không*** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x\cos x) + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right) + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{4}(2x - \sin 2x) + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{4}(2x - \sin x\cos x) + C$

Lời giải

Chọn C

$\int \sin^2 x dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{1}{2}\cos 2x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C = \frac{1}{2}(x - \sin x\cos x) + C = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right) + C = \frac{1}{4}(2x - \sin 2x) + C.$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2,1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Trung điểm của đoạn BC là $M(1;-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2;-4;1)$.

Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích khối chóp $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 3. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h$ (h là độ dài đường cao hình chóp $S.ABC$).

Diện tích tam giác đều ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{12}$.

Khi độ dài cạnh đáy tam giác đều ABC tăng lên 2 lần thì diện tích tam giác ABC tăng lên 4 lần.

Vậy, thể tích khối chóp $S.ABC$ tăng lên 4 lần.

Câu 39. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $(C): y = \frac{x^2+x-2}{x+1}$, trục hoành và trục tung được cho dưới dạng $S = \frac{a+\ln b}{2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tìm $P = a^2 + b$.

A. 17. **B.** 15. **C.** -15. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và trục hoành là $\frac{x^2+x-2}{x+1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Diện tích của hình phẳng (H) là

$S=\int_0^1\left|\frac{x^2+x-2}{x+1}\right| \mathrm{d}x=\int_0^1-\left(\frac{x^2+x-2}{x+1}\right) \mathrm{d}x=\int_0^1\left(\frac{2}{x+1}-x\right) \mathrm{d}x=\frac{\ln 16-1}{2}$.

Khi đó: $a=-1, b=16 \Rightarrow P=a^2+b=17$.

Câu 40. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=|z_1|=|z_2|>0$.

Tính $A=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. -1. **B.** $1+i$. **C.** 1. **D.** $1-i$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1=a+bi, z_2=a'+b'i$, với $a, a', b, b' \in \mathbb{R}$, ta có:

$|z_1-z_2|=|z_1|=|z_2|>0 \Leftrightarrow \begin{cases}|z_1-z_2|=|z_1| \\ |z_1|=|z_2|\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(z_1-z_2)(\overline{z_1}-\overline{z_2})=z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z_1\overline{z_1}-z_1\overline{z_2}-z_2\overline{z_1}+z_2\overline{z_2}=z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}z_1\overline{z_2}+z_2\overline{z_1}=z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}\end{cases}$.

Ta có:

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2=\left(\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}\right)^2-2=\left(\frac{z_1\overline{z_2}}{z_2\overline{z_2}}+\frac{z_2\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2-2$

$=\left(\frac{z_1\overline{z_2}+z_2\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2-2=\left(\frac{z_1\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2-2=-1$.

Từ đó:

$A=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4=\left[\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2\right]^2-2=(-1)^2-2=-1$.

Câu 41. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(4a-5b)-1$. Đặt $T=\frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{2}<T<\frac{2}{3}$ **B.** $0<T<\frac{1}{2}$. **C.** $-2<T<0$. **D.** $1<T<2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(4a-5b)-1=t$ suy ra $a=4^t, b=6^t$

và $4.4^t-5.6^t=9.9^t \Leftrightarrow 4.\left(\frac{4}{9}\right)^t-5.\left(\frac{2}{3}\right)^t-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{9}{4} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t=-1\end{array}\right.$ suy ra $\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{9}{4} \Rightarrow t=-2$

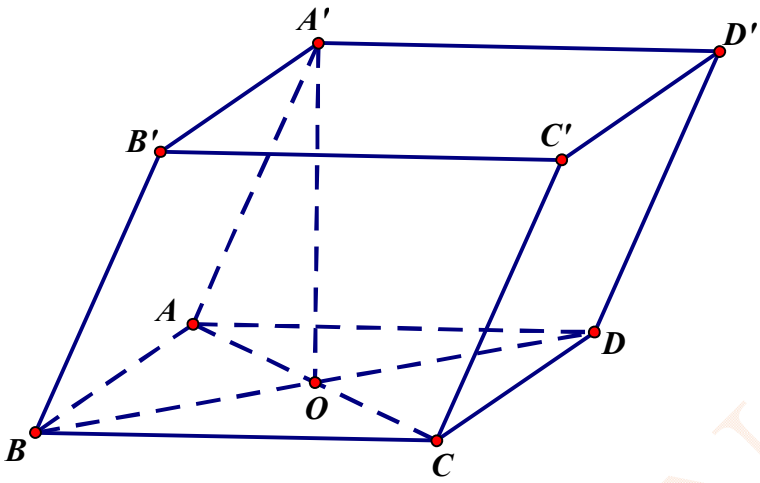
Suy ra $a=\frac{1}{16}, b=\frac{1}{36} \Rightarrow T=\frac{b}{a}=\frac{4}{9}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho biết $A'A=A'B=A'D$ và $AB=a; AD=a\sqrt{3}; AA'=2a$.

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



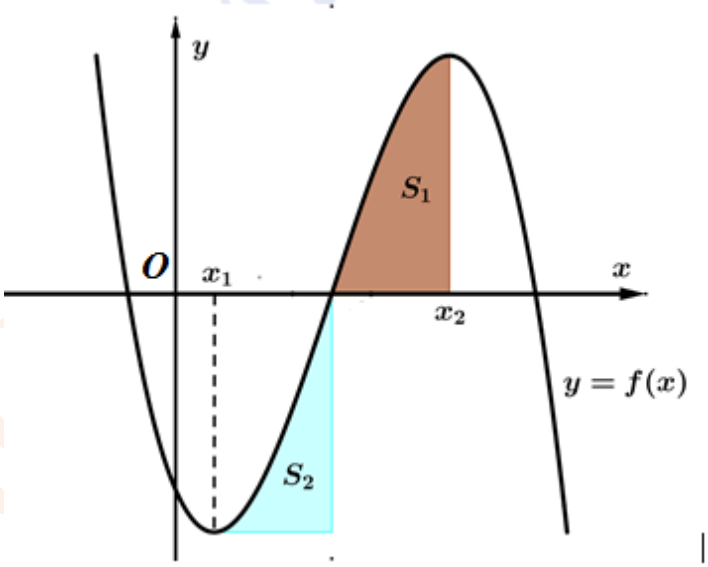
Vì $A'A = A'B = A'D$ nên hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Xét tam giác ABC ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow AO = a$

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O ta có: $A'O = \sqrt{AA'^2 + AO^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

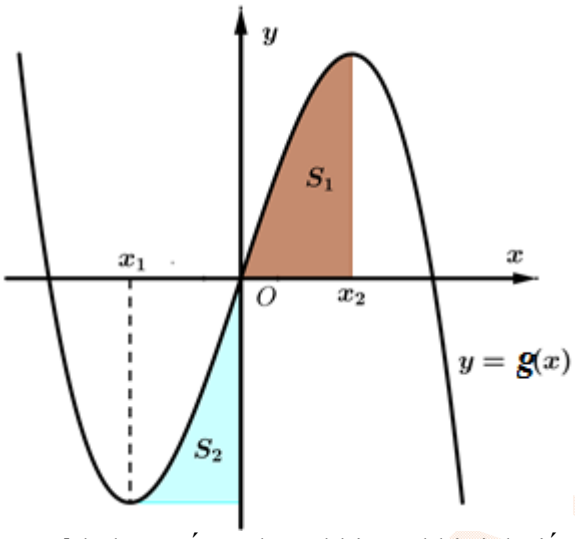
Thể tích của $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.a.a\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thoả mãn $x_2 = x_1 + 6$ và $f(x_1) = -f(x_2)$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được tô màu trong hình. Tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng bao nhiêu?



A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải



Gọi $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số có được khi sau khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O. Ta thấy đồ thị $g(x)$ đối xứng qua O nên $g(x)$ là hàm số lẻ. Suy ra $b = d = 0$ vì vậy $g(x) = ax^3 + cx$ và nhận hai điểm cực trị tương ứng là $-3,3$. Suy ra $g(x) = k(x^3 - 27x)$ với $k < 0$.

$g(-3) = 54k$.

$S_1 = \int_0^3 |k(x^3 - 27x)|dx = -k\int_0^3 |x^3 - 27x|dx = \frac{-405}{4}k$.

$S_2 = \int_{-3}^0 |k(x^3 - 27x) - 54k|dx = -k\int_{-3}^0 |x^3 - 27x - 54|dx = \frac{-243}{4}k$.

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{3}{5}$.

Câu 44. Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019\,;2019]$ để hàm số $y = \frac{(m+1)x^2 - 2mx + 6m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng $(4\,;+\infty)$?

A. 2021. **B.** 2018. **C.** 2025. **D.** 2034.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}(\quad)$.

Ta có $y' = \frac{[2(m+1)x - 2m](x-1) - [(m+1)x^2 - 2mx + 6m]}{(x-1)^2} = \frac{(m+1)x^2 - 2(m+1)x - 4m}{(x-1)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4\,;+\infty) \Leftrightarrow y' = \frac{(m+1)x^2 - 2(m+1)x - 4m}{(x-1)^2} \geq 0,\ \forall x \geq 4$.

$\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x - 4m \geq 0,\ \forall x \geq 4 \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 4)m + x^2 - 2x \geq 0,\ \forall x \geq 4$.

$\Leftrightarrow m \geq \frac{-x^2 + 2x}{x^2 - 2x - 4},\ \forall x \geq 4$ (Do $x^2 - 2x + 4 > 0$ với mọi $x \geq 4$) $(*)$

Đặt $g(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 - 2x - 4}$ có $g'(x) = \frac{8x - 8}{(x^2 - 2x - 4)^2} > 0,\ \forall x \geq 4$.

Bảng biến thiên:

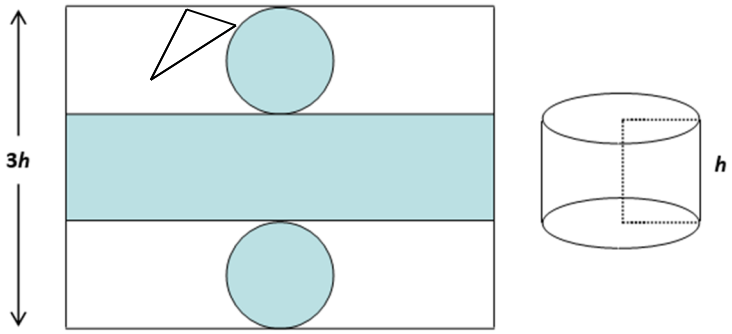
x	4		$+\infty$
y'		+	
y			-1
	-2		

Từ bảng biến thiên suy ra $(*) \Leftrightarrow m \geq -1$.

Mà $m \in \mathbb{Z};\ m \in [-2019\,;2019] \Rightarrow m \in \{-1\,;0\,;\ldots;2019\}$

⇒ Có 2021 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 45. Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết rằng đường tròn đáy ngoại tiếp một tam giác có kích thước là $50cm, 70cm, 80cm$ (các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3{,}14$). Diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu gần nhất với số liệu nào sau đây?



A. $6{,}8\ (\text{m}^2)$. **B.** $24{,}6\ (\text{m}^2)$. **C.** $6{,}15\ (\text{m}^2)$. **D.** $3{,}08\ (\text{m}^2)$.

Lời giải

Chọn C

Đổi: $50cm = 0{,}5m;\ 70cm = 0{,}7m;\ 80cm = 0{,}8m$.

Xét tam giác nội tiếp đường tròn đáy có kích thước lần lượt là $0{,}5m;\ 0{,}7m;\ 0{,}8m$ nên bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là

$R = \frac{0{,}5.0{,}7.0{,}8}{4\sqrt{1(1-0{,}5)(1-0{,}7)(1-0{,}8)}} = \frac{7\sqrt{3}}{30}$.

Ta có $h = 2R$

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp 3 lần diện tích xung quanh của hình trụ.

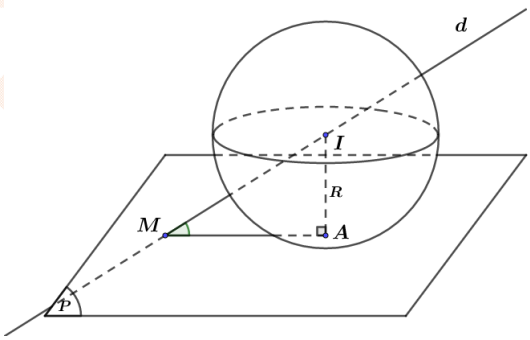
Vậy $S = 3.2\pi Rh = 6.3{,}14.2.\text{R}^2 = 6.3{,}14.2\left(\frac{7\sqrt{3}}{30}\right)^2 = \frac{7693}{1250} = 6{,}1544\ (\text{m}^2)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ cắt mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ tại điểm M. Mặt cầu (S) có tâm $I(a\ ;\ b\ ;\ c)$ với $a < 0$ thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm A. Tìm tổng $T = a + b + c$ khi biết diện tích tam giác IAM bằng $3\sqrt{3}$.

A. $T = 0$. **B.** $T = \frac{1}{2}$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = -2$.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ có vtcp $\vec{u}_d = (2\ ;\ 1\ ;\ -1)$.

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_P = (1\ ;\ 2\ ;\ 1)$.

Khi đó: Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $\widehat{IMA}$

$\sin\widehat{IMA} = \frac{|\vec{u}_d.\vec{n}_P|}{|\vec{u}_d|.|\vec{n}_P|} = \frac{|2.1+1.2-1.1|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{IMA} = 30°.$

Ta có: $IA = R \Rightarrow MA = \frac{IA}{\tan 30°} = R\sqrt{3}.$

Mà $S_{\Delta IAM} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}IA.MA = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}R^2 = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \sqrt{6}.$

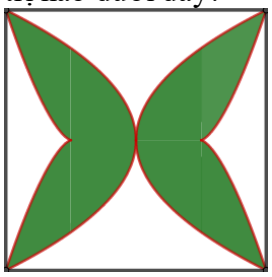
Mặt khác: $I(1+2t\,;\,1+t\,;\,-t) \in d$ và $d\big(I,(P)\big) = R$

$\Rightarrow \frac{|1+2t+2(1+t)+(-t)-6|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |3t-3| = 6 \Leftrightarrow |t-1| = 2 \Leftrightarrow$

$\begin{bmatrix} t = 3 & \Rightarrow I(7\,;\,4\,;\,-3) \\ t = -1 & \Rightarrow I(-1\,;\,0\,;\,1) \end{bmatrix} \quad (L) \quad \Rightarrow a = -1, b = 0, c = 1.$

Vậy $T = a + b + c = 0.$

Câu 47. Sản phẩm một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hoa hình vuông cạnh $20(\text{cm}^2)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^4$ và $4(|x|-1)^3 = y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?



A. $7{,}47(\text{cm}^2)$. **B.** $5{,}07(\text{cm}^2)$. **C.** $7{,}46(\text{cm}^2)$. **D.** $5{,}06(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4x^2 = y^4 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{1}{2}y^2 \\ x = -\frac{1}{2}y^2 \end{bmatrix}.$

$4(|x|-1)^3 = y^2 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 + \sqrt[3]{\frac{y^2}{4}} \\ x = -1 - \sqrt[3]{\frac{y^2}{4}} \end{bmatrix}.$

Xét phần đồ thị ở góc phần tư thứ nhất ta tính được giới hạn của 2 đường cong là:

$S = 4\int_0^{20}\left[1 + \sqrt[3]{\frac{y^2}{4}} - \frac{1}{2}y^2\right]dy \approx 7{,}4667(\text{cm}^2).$

Câu 48. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x = -3,\ x = 3, x = 5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x) = f\big(e^{x^3+3x^2} - m\big)$ có đúng 7 điểm cực trị

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = (3x^2+6x)e^{x^3+3x^2}.f'\big(e^{x^3+3x^2} - m\big)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2+6x)e^{x^3+3x^2}.f'\big(e^{x^3+3x^2} - m\big) = 0$

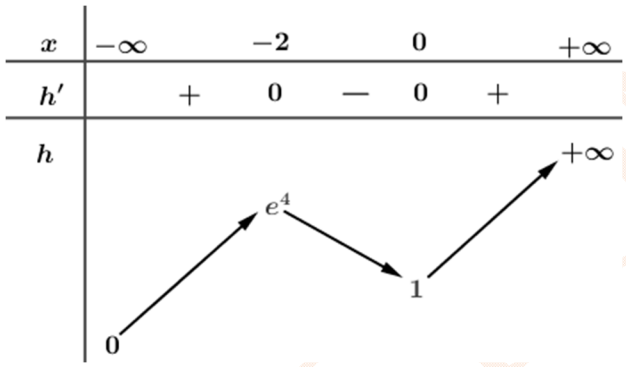
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}-m=-3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=5 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}=m-3,\ (1) \\ e^{x^3+3x^2}=m+3,\ (2) \\ e^{x^3+3x^2}=m+5,\ (3) \end{bmatrix}.$$

Hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi tổng số nghiệm đơn và bội lẻ, khác 0 và -2 của các phương trình $(1),(2),(3)$ là 5.

Xét hàm số $h(x)=e^{x^3+3x^2}$ có $h'(x)=(3x^2+6x)e^{x^3+3x^2}$.

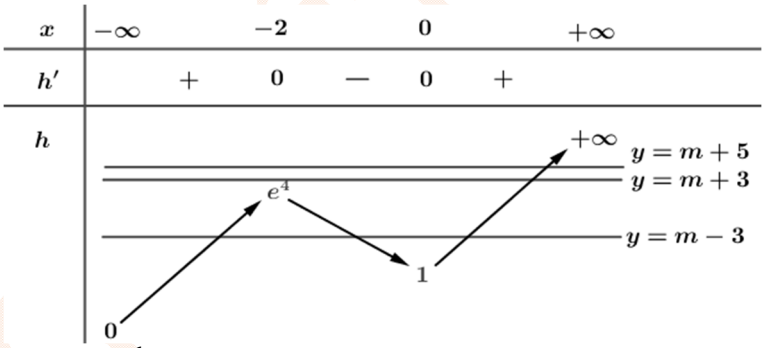
Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=-2 \end{bmatrix}$.

Bảng biến thiên:



Khi đó có 3 trường hợp sau:

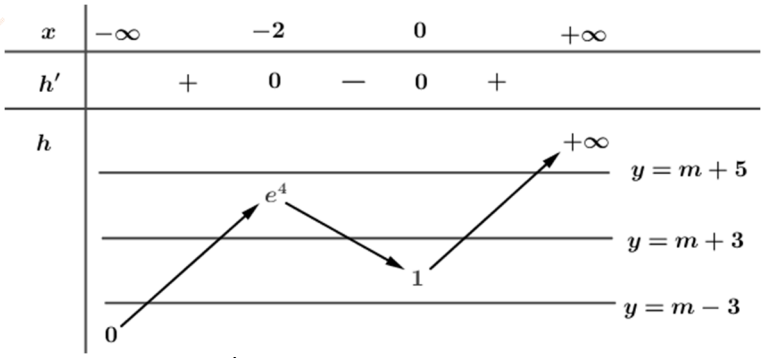
Trường hợp 1:



Khi đó: $\begin{cases} m+3 \geq e^4 \\ 1 < m-3 < e^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq e^4-3 \approx 51{,}6 \\ 4 < m < e^4+3 \approx 57{,}6 \end{cases}$

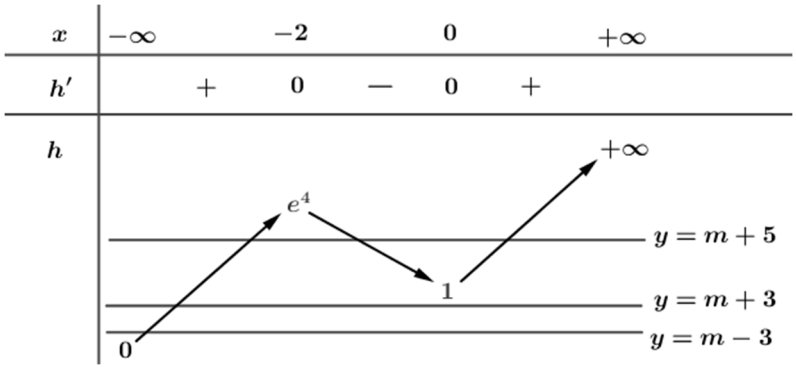
Do m nguyên nên $m \in \{52;\ 53;\ 54;\ 55;\ 56;\ 57\}$.

Trường hợp 2:



Khi đó: $\begin{cases} m+5 \geq e^4 \\ 1 < m+3 < e^4 \\ 0 < m-3 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > e^4-5 \approx 49{,}6 \\ -2 < m < e^4-3 \\ 3 < m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Trường hợp 3:



Khi đó: $\begin{cases} 1 < m+5 < e^4 \\ m+3 \le 1 \\ m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < e^4 - 5 \approx 49{,}6 \\ m \le -2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y^2}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với x, y là các số dương, ta có

$\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x \Leftrightarrow \log_2 y + y^2 - 3y = \log_2 \sqrt{1+x} + (1+x) - 3\sqrt{1+x}$ (1).

Xét hàm $f(t) = \log_2 t + t^2 - 3t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2t - 3 \ge 2\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} - 3 > 0, \forall t > 0$ suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

Do đó (1) $\Leftrightarrow f(y) = f(\sqrt{1+x}) \Leftrightarrow y = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow y^2 = 1 + x$.

Khi đó $P = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$, ta có $2(x^2+1) \ge (x+1)^2 \Rightarrow \sqrt{2} \ge \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$, dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\sqrt{2}$, đạt được khi $x = 1, y = \sqrt{2}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $2|z| = |z^2 + 4|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{6+\sqrt{13}}$. **B.** $1+\sqrt{5}$. **C.** $1+3\sqrt{5}$. **D.** $3+\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đặt: $z = x + yi (x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $2|z| = |z^2+4| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x^2-y^2+4)^2 + (2xy)^2} \Leftrightarrow 4(x^2+y^2) = (x^2-y^2+4)^2 + 4x^2y^2 \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2 + 4x^2 - 12y^2 + 16 = 0$

$\Leftrightarrow -(x^2+y^2)^2 + 12(x^2+y^2) - 16 = 16x^2 \ge 0 \Rightarrow 6 - 2\sqrt{5} \le x^2 + y^2 \le 6 + 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2+y^2} \le \sqrt{6+2\sqrt{5}} = 1 + \sqrt{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $1+\sqrt{5}$ khi $z = (1+\sqrt{5})i$.

Cách 2: Áp dụng bất đẳng thức trong số phức ta có:

$|z_1 + z_2| \ge ||z_1| - |z_2|| \Rightarrow |z^2+4| \ge ||z^2| - |-4|| = ||z|^2 - 4| = |z|^2 - 4$ khi $|z| \ge 2$

Theo đề ta có: $2|z| = |z^2+4| \ge ||z|^2 - 4| \ge |z|^2 - 4$

$\Rightarrow 2|z| \ge |z|^2 - 4 \Leftrightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 \le 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{5} \le |z| \le 1 + \sqrt{5}$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $1+\sqrt{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

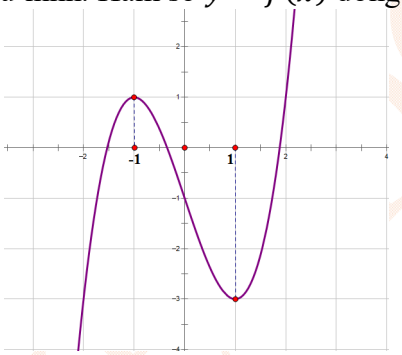
Mã đề thi 006

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x} < 2^{x+6}$ là
A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng
A. $2\sqrt{6}$. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 3. Cho khối nón có thể tích bằng 4π, chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón.
A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-3)=3$ là
A. $x=6$. **B.** $x=24$. **C.** $x=12$. **D.** $x=30$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?
A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{\pi}} x$. **C.** $y=\log_\pi x$. **D.** $y=\log_{\sqrt{3}} x$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+2x+1$ với đường thẳng $y=1-x$
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là
A. 12. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 11. Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?
A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Câu 12. Cho a, b, c là các số thực dương, a khác 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a(b^c) = c\log_a b$. **B.** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. **D.** $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?
A. $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$. **B.** $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-1;0;-1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$.

Câu 14. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.
A. $2a$. **B.** a. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 15. Biết số phức z thỏa mãn $z^{-1} = 1 + 2i$, phần ảo của z bằng
A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{2}{5}$.

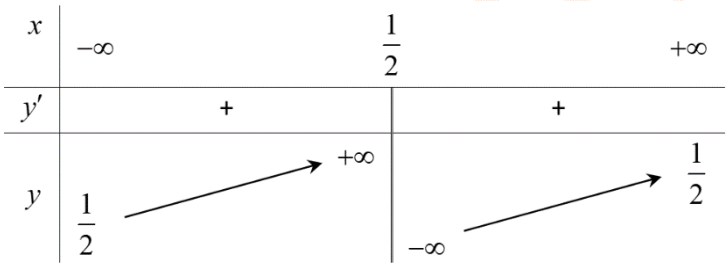
Câu 16. Tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 8)^{\frac{\pi}{2}}$ là:
A. $D = [2;+\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$ **C.** $D = \mathbb{R}$ **D.** $D = (2;+\infty)$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1;-1;2)$, $\vec{b} = (2;0;1)$ và $\vec{c} = (-4;-2;-1)$. Tìm tọa độ $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.
A. $\vec{x} = (-8;-4;0)$. **B.** $\vec{x} = (-4;-4;-3)$.
C. $\vec{x} = (-8;-4;-3)$. **D.** $\vec{x} = (-4;0;-8)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$ và $N(4\ ;\ 5\ ;\ 3)$?
A. $\vec{u}_3 = (1\ ;\ 1\ ;\ 2)$. **B.** $\vec{u}_1 = (3\ ;\ 4\ ;\ 1)$. **C.** $\vec{u}_2 = (3\ ;\ 4\ ;\ 2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1\ ;\ 1\ ;\ 1)$.

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(1 + \sqrt{3}i\right)^2 + \left(1 - \sqrt{3}i\right)^2$.
A. $P = -6$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 4$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên



Hỏi hàm số đó là hàm nào?
A. $y = \frac{x+2}{2x-1}$. **B.** $y = \frac{-x-2}{2x-1}$. **C.** $y = \frac{x-2}{2x-1}$. **D.** $y = \frac{-x+2}{2x-1}$.

Câu 21. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?
A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Câu 22. Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì giá trị của $\int_a^b f(x)\ dx$ bằng
A. $G(a) - G(b)$. **B.** $f(a) - f(b)$. **C.** $G(b) - G(a)$. **D.** $f(b) - f(a)$.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là
A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.
C. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5 = 10$; công sai $d = 3$. Số hạng u_4 của cấp số cộng đã cho bằng
A. 15. **B.** 13. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 25. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.j $y = \frac{x+1}{x-2}$ có phương trình là
A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27. Hình bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$.

Câu 28. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

A. $2018\log_a ab = 1 + \log_a b^{2018}$. **B.** $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$.

C. $\log_a a^{2018} b = 2018(1 + \log_a b)$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$.

Câu 29. Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$.

A. $\frac{2}{3}x - 2\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$. **B.** $\frac{3}{2}x - 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$.

C. $\frac{2}{3}x + 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$. **D.** $\frac{3}{2}x - 2\cos x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 + i$. Phần ảo của số phức ${z_1}^2 . z_2$ bằng

A. 2. **B.** -11. **C.** $-11i$. **D.** 11.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng K, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ AB đến $mp(ABC)$ bằng

A. CD. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 32. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Lấy tuỳ ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

A. $\frac{91}{285}$. **B.** $\frac{91}{323}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{637}{969}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = -x^2 + 6x + 5$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = x_0$. Giá trị của 2^{x_0} bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $h = \sqrt{3}a$. **D.** $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;2]$ và thỏa mãn $I = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 5$. Khi đó giá trị của tích phân $K = \int_0^2 \left(\mathrm{e}^{2+\ln f(x)} + 3\right)\mathrm{d}x$ là

A. $5e^2 + 9$. **B.** $5\mathrm{e}^2 + 6$. **C.** $5\mathrm{e}^2 - 6$. **D.** $6\mathrm{e}^2 + 5$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$,cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$và $D(1;1;3)$.Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD)có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t. \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 37. Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;1;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 7 = 0$

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 6$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 36$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{6}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối vuông góc. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tứ diện có ít nhất một mặt là tam giác nhọn.

B. Tứ diện có ít nhất hai mặt là tam giác nhọn.

C. Tứ diện có ít nhất ba mặt là tam giác nhọn.

D. Tứ diện có cả bốn mặt là tam giác nhọn.

Câu 39. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $\begin{cases} |z_1| = |z_2| = |z_3| = 1 \\ z_1^2 = z_2 . z_3 \\ |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M = |z_2 - z_3| - |z_3 - z_1|$.

A. $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2}$. **B.** $-\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-2}{2}$. **D.** $-\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$.

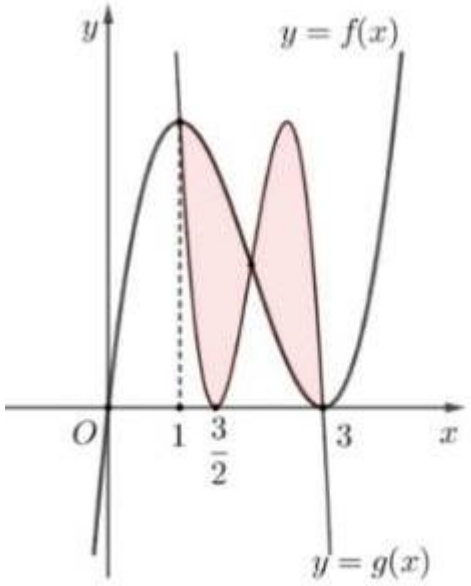
Câu 40. Người ta sản xuất 30 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 2 m, độ dày thành ống là 10cm. Đường kính ống là 60 cm. Nếu giá bê tông là 900.000 đồng/ m^3 thì để sản xuất 30 chiếc cống trên phải hết bao nhiêu tiền bê tông?.

A. 10564000 đồng. **B.** 8478000 đồng.
C. 12560000 đồng. **D.** 4320000 đồng.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ thỏa mãn $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$ và $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1111111$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $g(x) = f(dx + e)$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 4,5. **B.** 4,25. **C.** 3,63. **D.** 3,67.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số mđể hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 5$đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\frac{-1}{4} \leq m < 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \leq -\frac{1}{4}$.

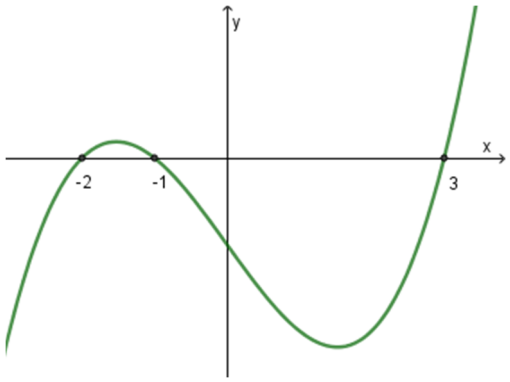
Câu 44. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$ là

A. $2\int_0^1 (1-x^2)\mathrm{d}x$. **B.** $2\int_0^1 (x^2-1)\mathrm{d}x$. **C.** $2\int_{-1}^1 (1-x^2)\mathrm{d}x$. **D.** $2\int_{-1}^1 (x^2-1)\mathrm{d}x$.

Câu 45. Cho một hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết rằng $AA' = AB' = 2a$ và hình chiếu vuông góc của A lên cạnh $B'C'$ là điểm M sao cho $\overrightarrow{MB'} + 2\overrightarrow{MC'} = \vec{0}$. Thể tích theo a của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{95}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{95}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{285}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{95}}{36}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[1; 2020]$ để hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là



A. 2041204. **B.** 2041195. **C.** 2041207. **D.** 2041200.

Câu 47. Cho hai số phức z và w thoả mãn đồng thời hai hệ thức $|z^2+(2-i)z+1|=3|z|$ và $|z^2+(2i-3-\mathrm{w})z+1|=|z|$. Giá trị lớn nhất của $|\mathrm{w}|$ tương ứng bằng

A. 5 **B.** $4+\sqrt{34}$ **C.** $3+\sqrt{34}$ **D.** $3+\sqrt{37}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0\,;\,1\,;\,9)$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=25$. Gọi (C) là giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy). Lấy hai điểm M,N trên (C) sao cho $MN=2\sqrt{5}$. Khi tứ diện $OAMN$ có thể tích lớn nhất thì đường thẳng MN đi qua điểm nào trong số các điểm dưới đây?

A. $\left(\frac{12}{5}\,;\,-3\,;\,0\right)$. **B.** $(4\,;\,6\,;\,0)$. **C.** $(5\,;\,5\,;\,0)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5}\,;\,4\,;\,0\right)$.

Câu 49. Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn $\log_2\left(\frac{a+b+c}{a^2+b^2+c^2+1}\right)=a(a-2)+b(b-2)+c(c-2)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{3a+2b+c}{a+b+c}$.

A. $\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4+2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50. Biết rằng $P=\int_a^b(-x^4+5x^2-4)\mathrm{d}x$ có giá trị lớn nhất, (với $a<b;a,b\in\mathbb{R}$), khi đó tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=7$. **B.** $S=8$. **C.** $S=4$. **D.** $S=5$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	D	D	D	B	B	A	D	A	D	B	A	D	D	A	A	B	C	A	C	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	B	B	C	D	B	C	B	C	C	A	A	B	C	A	D	C	B	A	B	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$. Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $T = (-\infty;6)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ suy ra $R=3$.

Câu 3. Cho khối nón có thể tích bằng 4π, chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón.

A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

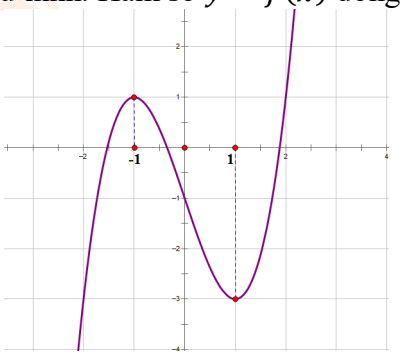
Chọn A

Gọi h là chiều cao khối nón, R là bán kính đường tròn đáy của khối nón.

Ta có: $V = \frac{1}{3}.\pi.R^2.h = \frac{1}{3}.\pi.R^2.3 = \pi.R^2$.

Theo bài ra, ta có: $V = \pi.R^2 = 4\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(1;+\infty)$ nên chọn đáp án A.

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -1$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-3)=3$ là

A. $x=6$. **B.** $x=24$. **C.** $x=12$. **D.** $x=30$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x-3>0 \Leftrightarrow x>3$.

Ta có: $\log_3(x-3)=3 \Leftrightarrow x-3=27 \Leftrightarrow x=30$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 7. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{\pi}} x$. **C.** $y=\log_\pi x$. **D.** $y=\log_{\sqrt{3}} x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\log_a x$ nghịch biến trên tập xác định của nó khi $0<a<1$.

Ta có hàm số $y=\log_{\frac{1}{\pi}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó vì $0<\frac{1}{\pi}<1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+2x+1$ với đường thẳng $y=1-x$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-2x^2+2x+1=1-x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị trên là 1.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3.4=12$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 2$. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 11. Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=2i+1 \Rightarrow \overline{z}=1-2i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $G(1;-2)$

Câu 12. Cho a, b, c là các số thực dương, a khác 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a(b^c)=c\log_a b$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **D.** $\log_a(bc)=\log_a b\cdot\log_a c$.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức: $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$. **B.** $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-1;0;-1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$ là $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$.

Câu 14. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh$

Theo đề bài ta có $4\pi a^2 = 2\pi Rh \Leftrightarrow h = 2a$.

Câu 15. Biết số phức z thỏa mãn $z^{-1} = 1 + 2i$, phần ảo của z bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^{-1} = 1 + 2i \Rightarrow z = \frac{1}{1+2i} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$. Do đó phần ảo của z bằng $-\frac{2}{5}$.

Câu 16. Tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 8)^{\frac{\pi}{2}}$ là:

A. $D = [2;+\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$ **C.** $D = \mathbb{R}$ **D.** $D = (2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = (x^3 - 8)^{\frac{\pi}{2}}$ xác định khi: $x^3 - 8 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1;-1;2)$, $\vec{b} = (2;0;1)$ và $\vec{c} = (-4;-2;-1)$. Tìm tọa độ $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{x} = (-8;-4;0)$. **B.** $\vec{x} = (-4;-4;-3)$.

C. $\vec{x} = (-8;-4;-3)$. **D.** $\vec{x} = (-4;0;-8)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$2.\vec{a} = (2;-2;4) - 3\vec{b} = (-6;0;-3); \vec{c} = (-4;-2;-1) \Rightarrow \vec{x} = (-8;-4;0)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$ và $N(4\ ;\ 5\ ;\ 3)$?

A. $\vec{u}_3 = (1\ ;\ 1\ ;\ 2)$. **B.** $\vec{u}_1 = (3\ ;\ 4\ ;\ 1)$. **C.** $\vec{u}_2 = (3\ ;\ 4\ ;\ 2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1\ ;\ 1\ ;\ 1)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN} = (2\ ;\ 2\ ;\ 4) = 2(1\ ;\ 1\ ;\ 2)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$ và $N(4\ ;\ 5\ ;\ 3)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1\ ;\ 1\ ;\ 2)$.

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(1 + \sqrt{3}i\right)^2 + \left(1 - \sqrt{3}i\right)^2$.

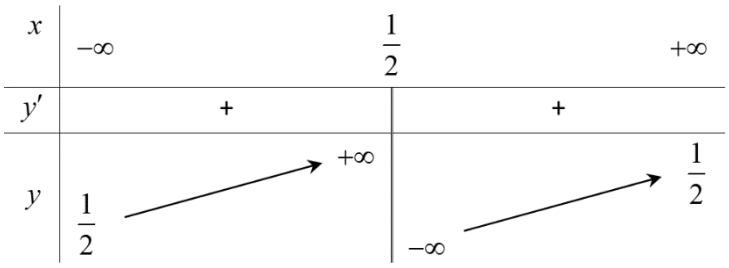
A. $P = -6$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 4$.

Lời giải

Chọn B

Bấm máy tính casio: $P = \left(1 + \sqrt{3}i\right)^2 + \left(1 - \sqrt{3}i\right)^2 = -4$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên



Hỏi hàm số đó là hàm nào?

A. $y=\frac{x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\frac{-x-2}{2x-1}$. **C.** $y=\frac{x-2}{2x-1}$. **D.** $y=\frac{-x+2}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=\frac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó loại đáp án A, B,

C.

Câu 21. **(Đề CT BGD 2023 mã 103)** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Gọi số có 3 chữ số thỏa mãn đề bài là $\overline{abc}$

$a$có 6 cách chọn 1 số từ tập hợp trên

$b$có 5 cách chọn 1 số khác a

$c$có 4 cách chọn 1 số khác a,b

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $6\times5\times4=120$ số.

Câu 22. Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì giá trị của $\int_a^b f(x)\,dx$ bằng

A. $G(a)-G(b)$. **B.** $f(a)-f(b)$. **C.** $G(b)-G(a)$. **D.** $f(b)-f(a)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa tích phân ta có $\int_a^b f(x)\,dx=G(x)|_a^b=G(b)-G(a)$.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x-\sin 2x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5=10$; công sai $d=3$. Số hạng u_4 của cấp số cộng đã cho bằng

A. 15. **B.** 13. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_5=u_4+d\Leftrightarrow u_4=u_5-d\Leftrightarrow u_4=10-3=7$.

Câu 25. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.j $y=\frac{x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{x-2}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x+1)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

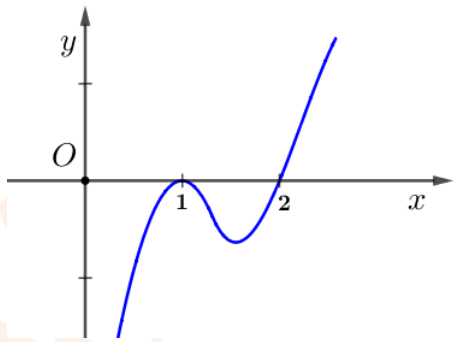
Chọn C

Phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^{2021}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Do $f'(x)$ có hai nghiệm phân biệt, một nghiệm đơn và một nghiệm bội lẻ, $f'(x)$ đổi dấu qua hai nghiệm này nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 27. Hình bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$.



Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0$

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Nên ta chọn đáp án C.

Câu 28. Cho hai số thực dương a,b và $a\neq 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

A. $2018\log_a ab=1+\log_a b^{2018}$. **B.** $\log_a a^{2018}b=2018+\log_a b$.

C. $\log_a a^{2018}b=2018(1+\log_a b)$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} ab=\frac{1}{2}+\log_a \sqrt{b}$.

Lời giải

Chọn B

* Ta có: $\log_a a^{2018}b=\log_a a^{2018}+\log_a b=2018+\log_a b$.

Câu 29. Tìm nguyên hàm $\int(1+\sin x)^2 dx$.

A. $\frac{2}{3}x-2\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **B.** $\frac{3}{2}x-2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

C. $\frac{2}{3}x+2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **D.** $\frac{3}{2}x-2\cos x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\int(1+\sin x)^2 dx=\int(1+2\sin x+\sin^2 x)dx=\int\left(\frac{3}{2}+2\sin x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)dx=\frac{3}{2}x-2\cos x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=-2+i$. Phần ảo của số phức ${z_1}^2.z_2$ bằng

A. 2. **B.** -11. **C.** $-11i$. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có: ${z_1}^2.z_2=(1+2i)^2(-2+i)=(-3+4i)(-2+i)=2-11i$.

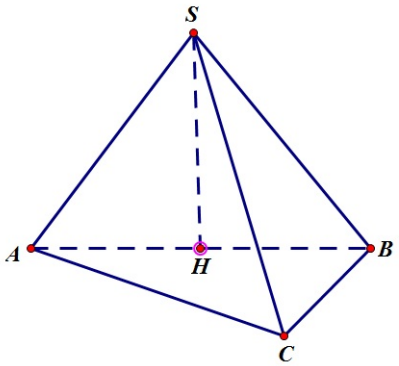
Suy ra phần ảo của ${z_1}^2.z_2$ bằng -11.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng K, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ AB đến $mp(ABC)$ bằng

A. CD. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB, vì tam giác SAB đều nên CD

Ta có $\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SH\subset(SAB)\\SH\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)\Rightarrow d\big(S,(ABC)\big)=SH.$

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác SHB vuông tại H

Ta có: $SH^2+HB^2=SB^2\Rightarrow SH^2=4a^2-a^2=3a^2\Rightarrow SH=a\sqrt{3}.$

Vậy khoảng cách từ S đến $mp(ABC)$ bằng $a\sqrt{3}$.

Câu 32. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Lấy tuỳ ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

A. $\frac{91}{285}$. **B.** $\frac{91}{323}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{637}{969}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega|=C_{20}^6$.

Gọi A là biến cố: "Trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm".

Trường hợp 1: Không lấy được phế phẩm nào.

Số cách lấy được 6 từ 16 chính phẩm trong lô hàng là $C_{16}^6=8008$ (cách).

Trường hợp 2: Lấy được 1 phế phẩm.

Số cách lấy được 5 từ 16 chính phẩm trong lô hàng là $C_{16}^5=4368$ (cách).

Số cách lấy được 1 từ 4 phế phẩm trong lô hàng là $C_4^1=4$ (cách).

Theo quy tắc nhân, ta có số cách thoả mãn cho trường hợp này là 17472 (cách).

Theo quy tắc cộng, ta có số cách thoả mãn cho biến cố A là $|A|=25480$ (cách).

Vậy $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{637}{969}$.

Câu 33. [2D4-3.1-2]Cho hàm số $y=-x^2+6x+5$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=x_0$. Giá trị của 2^{x_0} bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=-(x-3)^2+14\le 14$.

$\Rightarrow$ Hàm số đạt GTLN là 14 tại $x=3$.

Khi đó: $2^{x_0}=2^3=8$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $h=\sqrt{3}a$. **D.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Do đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Mà $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h \Rightarrow h=\frac{3V}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2}=\sqrt{3}a$

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;2]$ và thỏa mãn $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=5$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int_0^2\left(\mathrm{e}^{2+\ln f(x)}+3\right)\mathrm{d}x$ là

A. $5e^2+9$. **B.** $5\mathrm{e}^2+6$. **C.** $5\mathrm{e}^2-6$. **D.** $6\mathrm{e}^2+5$.

Lời giải

Chọn B

$K=\int_0^2\left(\mathrm{e}^{2+\ln f(x)}+3\right)\mathrm{d}x=\int_0^2(\mathrm{e}^2 f(x)+3)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^2\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+3x|_0^2=5\mathrm{e}^2+6.$

Câu 36. **(THPTQG 2019-MĐ102-Câu 32)** Trong không gian $Oxyz$,cho các điểm $A(1;0;2),B(1;2;1),C(3;2;0)$và $D(1;1;3)$.Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD)có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t.\\z=4+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t.\\z=2-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD)nhận vectơ pháp tuyến của (BCD)là vectơ chỉ phương.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1),\overrightarrow{BD}=(0;-1;2).$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2).$

Khi đó ta loại đáp án A và **B**

Thay điểm $A(1;0;2)$vào phương trình ở phương án C ta có $\begin{cases}1=2+t\\0=4+4t\\2=4+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1.\\t=-1\end{cases}$

Suy ra đường thẳng có phương trình tham số ở phương án C đi qua điểm Anên C là phương án đúng.

Câu 37. Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;1;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y+z-7=0$

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=36$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính $R=d\left(I;(P)\right)=\frac{|1-2+2-7|}{\sqrt{1+2^2+1}}=\sqrt{6}$

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối vuông góc. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tứ diện có ít nhất một mặt là tam giác nhọn.

B. Tứ diện có ít nhất hai mặt là tam giác nhọn.

C. Tứ diện có ít nhất ba mặt là tam giác nhọn.

D. Tứ diện có cả bốn mặt là tam giác nhọn.

Lời giải

Chọn A

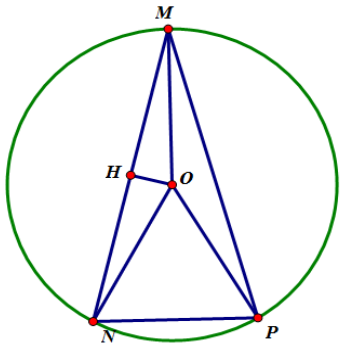
Chọn tứ diện vuông: có ba mặt là tam giác vuông; một mặt là tam giác nhọn.

Câu 39. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $\begin{cases}|z_1|=|z_2|=|z_3|=1\\z_1^2=z_2.z_3\\|z_1-z_2|=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M=|z_2-z_3|-|z_3-z_1|$.

A. $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2}$. **B.** $-\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-2}{2}$. **D.** $-\sqrt{6}-\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



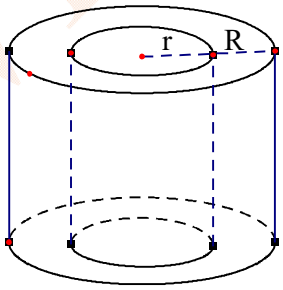
Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn trong hệ trục tọa độ của các số phức z_1, z_2, z_3.
Suy ra: M, N, P thuộc đường tròn $(O;1)$.
$MN = |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos\widehat{OMN} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{OMN} = 15^0 \Rightarrow \widehat{MON} = 150^0$.
Ta có: $|z_3 - z_1| = |z_1||z_3 - z_1| = |z_3 z_1 - z_1^2| = |z_3 z_1 - z_3 z_2| = |z_3||z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.
$\Rightarrow MN = MP = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MOP} = 150^0$
$\Rightarrow \widehat{NOP} = 60^0 \Rightarrow \Delta NOP$ đều $\Rightarrow NP = 1 \Rightarrow |z_2 - z_3| = 1$.
Vậy $M = \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2}$.

Câu 40. Người ta sản xuất 30 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 2 m, độ dày thành ống là 10cm. Đường kính ống là 60 cm. Nếu giá bê tông là 900.000 đồng/ m^3 thì để sản xuất 30 chiếc cống trên phải hết bao nhiêu tiền bê tông?.

A. 10564000 đồng. **B.** 8478000 đồng.
C. 12560000 đồng. **D.** 4320000 đồng.

Lời giải

Chọn B



Gọi R, r lần lượt là bán kính đáy của hình trụ lớn và hình trụ nhỏ $\Rightarrow R = 0{,}3\text{m}$ và $r = 0{,}2\text{m}$.
Thể tích hình trụ lớn là $V_1 = \pi.R^2.h = \pi(0{,}3)^2.2$.
Thể tích hình trụ nhỏ là $V_2 = \pi.r^2.h = \pi.(0{,}2)^2.2$
Lượng bê tông cần dung làm 1 chiếc cống là $V = V_1 - V_2 = 2\pi(0{,}3)^2 - 2\pi(0{,}2)^2 = 0{,}1\pi$ (m^3).
Thể tích khối bê tông cho 30 chiếc cống là $30.0{,}1\pi = 3\pi$ (m^3).
Số tiền cần để sản xuất 30 chiếc cống là $3\pi.900000 \approx 8.478.000$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ thỏa mãn $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$ và $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1111111$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} = 7u_n, \forall n \geq 1 \Rightarrow (u_n)$ là một cấp số nhân với số hạng đầu là u_1, công bội $q = 7$.

$$\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = [\log_2 5 + \log_2 u_1]^2 + [\log_2 7 + \log_2 u_1]^2$$
$$= \log_2^2 5 + 2.\log_2 5.\log_2 u_1 + \log_2^2 u_1 + \log_2^2 7 + 2.\log_2 7.\log_2 u_1 + \log_2^2 u_1$$
$$= 2\log_2^2 u_1 + 2.(\log_2 5 + \log_2 7).\log_2 u_1 + \log_2^2 5 + \log_2^2 7$$

$= 2\log_2^2 u_1 + 2.\log_2 35.\log_2 u_1 + \log_2^2 5 + \log_2^2 7 = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$

$\Leftrightarrow 2\log_2^2 u_1 + 2.\log_2 35.\log_2 u_1 = 0 \Leftrightarrow 2\log_2 u_1.(\log_2 u_1 + \log_2 35) = 0$

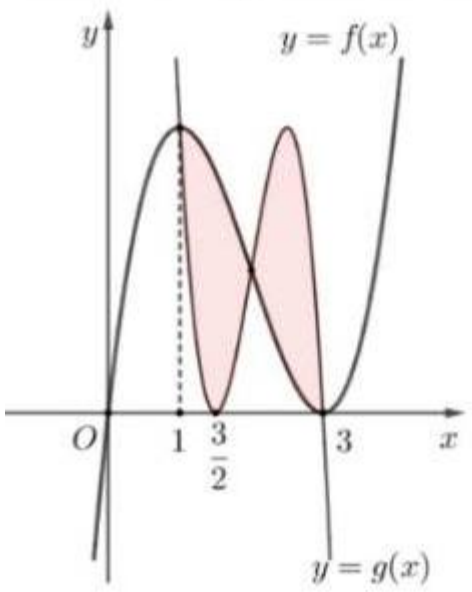
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 u_1 = 0\\ \log_2 u_1 + \log_2 35 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u_1 = 1 \text{ (loai)}\\ \log_2 u_1 = -\log_2 35\end{array}\right. \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{35}$ (nhan).

Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = u_1.q^{n-1} = \frac{1}{35}.7^{n-1} = \frac{1}{5.7}.7^{n-1} = \frac{1}{5}.7^{n-2}$.

$u_n > 1111111 \Leftrightarrow \frac{1}{5}.7^{n-2} > 1111111 \Leftrightarrow 7^{n-2} > 5555555 \Leftrightarrow n-2 > \log_7 5555555$

$\Leftrightarrow n > \log_7 5555555 + 2$. Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên giá trị nhỏ nhất của n bằng 10.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $g(x) = f(dx + e)$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 4,5. **B.** 4,25. **C.** 3,63. **D.** 3,67.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ suy ra $f(x) = x(x-3)^2$ (do hệ số x^2 bằng 1).

$g(x) = f(dx + e) = (dx + e)(dx + e - 3)^2$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt Ox tại $x = \frac{3}{2}$ và $x = 3$, trong đó điểm $x = \frac{3}{2}$ là điểm tiếp xúc $\Rightarrow$

$\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{2}d + e = 0\\ 3d + e = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}d = -2\\ e = 6\end{array}\right.$. Suy ra $g(x) = (-2x + 6)(-2x + 3)^2$.

Diện tích hình phẳng $S = \int_1^3 |f(x) - g(x)|dx = \int_1^3 |-15x^3 + 42x^2 + 27x - 54|dx$

$= \int_1^2 (9x^3 - 54x^2 + 99x - 54)dx + \int_2^3 (-9x^3 + 54x^2 - 99x + 54)dx = 4{,}5$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số mđể hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 5$đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\frac{-1}{4} \le m < 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \le -\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Chọn D

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$y' = mx^2 - 2(m+1)x + (m-2)$.

TH1: $m = 0$ta có $y' = -2x - 2$ (không thỏa mãn)

TH2: $m \neq 0$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m < 0\\ \Delta' \le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m < 0\\ (m+1)^2 - m(m-2) \le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m < 0\\ 1 + 4m \le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow m \le -\frac{1}{4}$.

Câu 44. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$ là

A. $2\int_0^1 (1 - x^2)\mathrm{d}x$. **B.** $2\int_0^1 (x^2 - 1)\mathrm{d}x$. **C.** $2\int_{-1}^1 (1 - x^2)\mathrm{d}x$. **D.** $2\int_{-1}^1 (x^2 - 1)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

- Giải phương trình $x^2 = 2 - x^2$. Khi đó $x_1 = -1; x_2 = 1$. Đây là cận của tích phân cần tính.

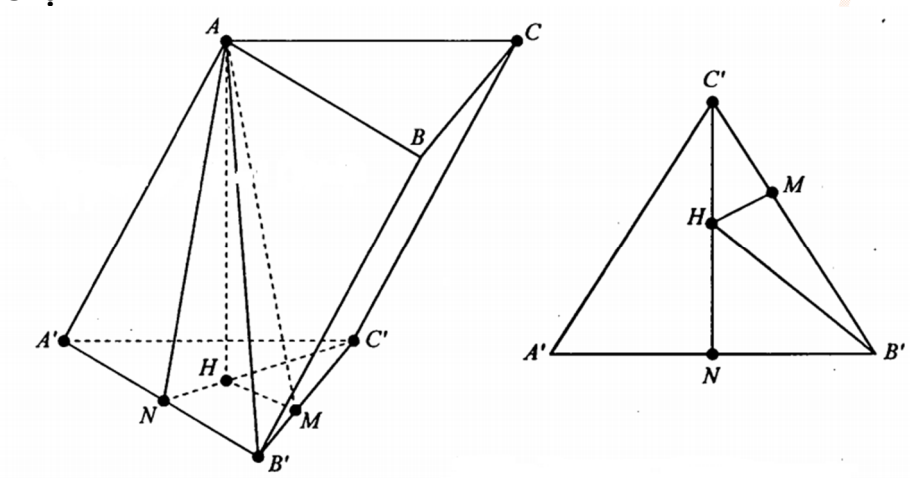
- Áp dụng công thức tính diện tích: $S = \int_{-1}^1 |x^2 + x^2 - 2|\mathrm{d}x = 2\int_{-1}^1 |x^2 - 1|\mathrm{d}x = 2\int_{-1}^1 (1 - x^2)\mathrm{d}x$.

Câu 45. Cho một hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết rằng $AA' = AB' = 2a$ và hình chiếu vuông góc của A lên cạnh $B'C'$ là điểm M sao cho $\overrightarrow{MB'} + 2\overrightarrow{MC'} = \vec{0}$. Thể tích theo a của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{95}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{95}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{285}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{95}}{36}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm $A'B' \Rightarrow AN \perp A'B'$.

Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống mặt phẳng $(A'B'C') \Rightarrow HN \perp A'B', HM \perp B'C'$.

Ta có: $C'M = \frac{a}{3} \Rightarrow C'H = \frac{C'M}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a}{3\sqrt{3}}$.

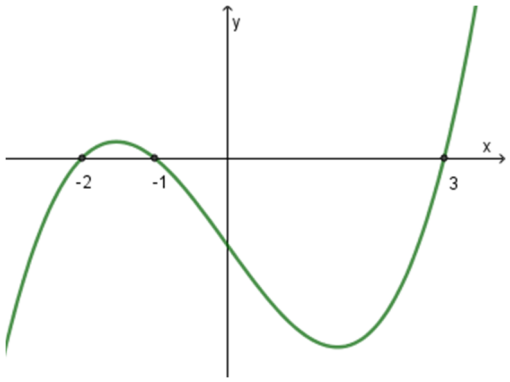
$HN = C'N - C'H = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{2a}{3\sqrt{3}} = \frac{5a\sqrt{3}}{18}$

$HB'^2 = HN^2 + NB'^2 = \left(\frac{5a\sqrt{3}}{18}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{27}$

$\Rightarrow AH = \sqrt{AB'^2 - HB'^2} = \sqrt{(2a)^2 - \frac{13a^2}{27}} = \frac{a\sqrt{285}}{9}$

Suy ra thể tích lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta A'B'C'}.AH = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{285}}{9} = \frac{a^3\sqrt{95}}{12}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[1; 2020]$ để hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là



A. 2041204. **B.** 2041195. **C.** 2041207. **D.** 2041200.

Lời giải

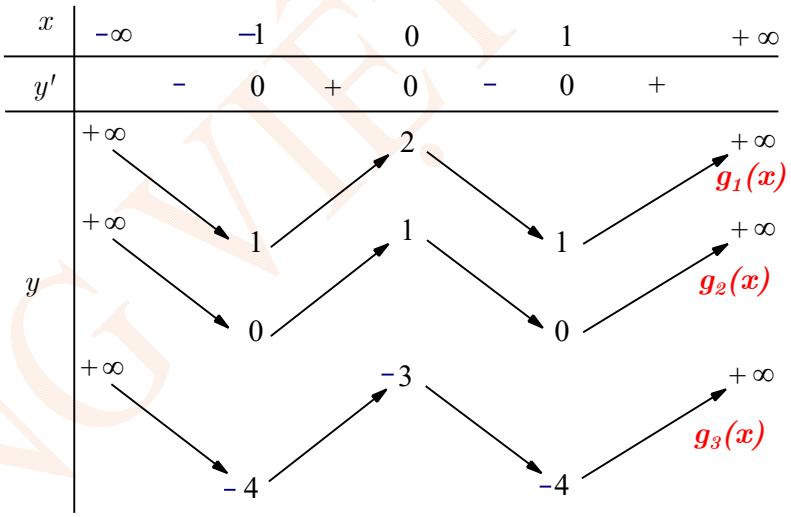
Chọn A

Ta có $g'(x) = (4x^3 - 4x)f'(x^4 - 2x^2 + m)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 4x^3 - 4x = 0 & (1) \\ f'(x^4 - 2x^2 + m) = 0 & (2) \end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \\ x = 0 \end{array}\right.$

$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4 - 2x^2 + m = -2 \\ x^4 - 2x^2 + m = -1 \\ x^4 - 2x^2 + m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m = x^4 - 2x^2 + 2 = g_1(x) \\ -m = x^4 - 2x^2 + 1 = g_2(x). \\ -m = x^4 - 2x^2 - 3 = g_3(x) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của các hàm số $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$ như hình vẽ:



Từ bảng biến trên, ta dễ thấy: với $-m \le -4 \Leftrightarrow m \ge 4$ hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + m)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Do đó: $S = \{4; 5; 6; 7; \ldots; 2020\}$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là $4 + 5 + 6 + \ldots + 2020 = \frac{(4+2020)2017}{2} = 2041204$.

Câu 47. Cho hai số phức z và w thoả mãn đồng thời hai hệ thức $|z^2 + (2-i)z + 1| = 3|z|$ và $|z^2 + (2i - 3 - \mathrm{w})z + 1| = |z|$. Giá trị lớn nhất của $|\mathrm{w}|$ tương ứng bằng

A. 5 **B.** $4 + \sqrt{34}$ **C.** $3 + \sqrt{34}$ **D.** $3 + \sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy $z = 0$ không thỏa mãn hệ thức đã cho. Nên ta tiến hành chia hai vế hệ thức cho z, ta được $|z^2 + (2i - 3 - \mathrm{w})z + 1| = |z| \Leftrightarrow \left|z + 2i - 3 - \mathrm{w} + \frac{1}{z}\right| = 1 \Leftrightarrow \left|\mathrm{w} - \left(z + \frac{1}{z} + 2i - 3\right)\right| = 1$.

Đặt $u = z + \frac{1}{z} + 2i - 3 \Rightarrow$ h ệ thức trên trở thành $|w - u| = 1$ (1).

Với hệ thức $|z^2 + (2-i)z + 1| = 3|z| \Leftrightarrow \left|z + (2-i) + \frac{1}{z}\right| = 3 \Leftrightarrow \left|z + \frac{1}{z} + 2i - 3 + 5 - 3i\right| = 3$

$\Leftrightarrow |u + 5 - 3i| = 3$ (2).

Áp dụng bất đẳng thức modun ta có $|w - u| = 1 \geq |w| - |u| \Leftrightarrow |w| \leq |u| + 1$.

Lại có $|u + 5 - 3i| = 3 \geq |u| - |3i - 5| = |u| - \sqrt{34} \Leftrightarrow |u| \leq 3 + \sqrt{34}$.

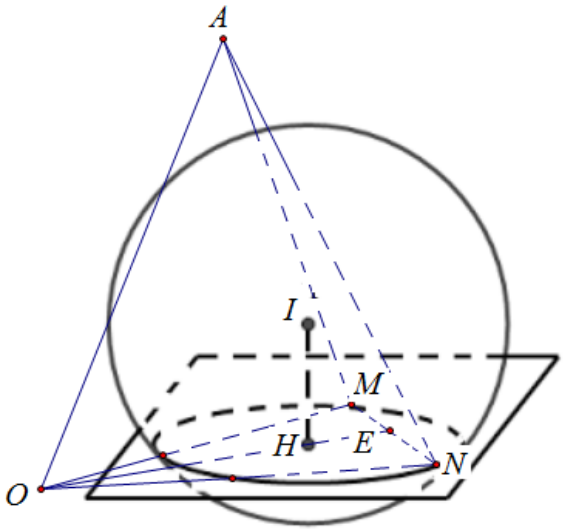
Suy ra $|w| \leq |u| + 1 \leq 1 + 3 + \sqrt{34} = 4 + \sqrt{34} \Rightarrow |u|_{max} = 4 + \sqrt{34}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0\,;\,1\,;\,9)$ và mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 25$. Gọi (C) là giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy). Lấy hai điểm M, N trên (C) sao cho $MN = 2\sqrt{5}$. Khi tứ diện $OAMN$ có thể tích lớn nhất thì đường thẳng MN đi qua điểm nào trong số các điểm dưới đây?

A. $\left(\frac{12}{5}\,;\,-3\,;\,0\right)$. **B.** $(4\,;\,6\,;\,0)$. **C.** $(5\,;\,5\,;\,0)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5}\,;\,4\,;\,0\right)$.

Lời giải

Chọn C



(S): $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 25$ có tâm $I(3\,;\,4\,;\,4)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(Oxy) \Rightarrow H(3\,;\,4\,;\,0)$.

Đường tròn (C) có tâm là $H(3\,;\,4\,;\,0)$ và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$.

Gọi E là trung điểm của MN, suy ra $ME = \sqrt{5}$ và $HE \perp MN$.

$OH = 5, HE = \sqrt{r^2 - ME^2} = 2$. Suy ra O nằm ngoài (C).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của O lên MN.

$V_{OAMN} = \frac{1}{3}d\left(A;(Oxy)\right).S_{\Delta OMN} = \frac{1}{3}.9.\frac{1}{2}OK.MN \quad = 3\sqrt{5}.OK \leq 3\sqrt{5}.OE \leq 3\sqrt{5}.(OH + HE) = 21\sqrt{5}$.

Đẳng thức xảy ra khi $K \equiv E$ và O, H, E thẳng hàng (H nằm trong đoạn OE).

Khi đó: $\overrightarrow{OE} = \frac{7}{5}\overrightarrow{OH} \Rightarrow E\left(\frac{21}{5}\,;\,\frac{28}{5}\,;\,0\right)$.

MN đi qua điểm $E\left(\frac{21}{5}\,;\,\frac{28}{5}\,;\,0\right)$ và nhận $\vec{u} = \vec{k} \wedge \overrightarrow{OE} = \left(-\frac{28}{5}\,;\,\frac{21}{5}\,;\,0\right)$ làm một vectơ chỉ phương.

Do đó MN có phương trình: $\begin{cases} x = \frac{21}{5} - \frac{28}{5}t \\ y = \frac{28}{5} + \frac{21}{5}t \\ z = 0 \end{cases}$.

Vậy, MN đi qua điểm $(5\,;\,5\,;\,0)$.

Câu 49. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $\log_2\left(\frac{a+b+c}{a^2+b^2+c^2+1}\right) = a(a-2) + b(b-2) + c(c-2)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3a+2b+c}{a+b+c}$.

A. $\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4+2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_2 \frac{a+b+c}{a^2+b^2+c^2+1} = a(a-2)+b(b-2)+c(c-2)$

$\Leftrightarrow \log_2(a+b+c)+2(a+b+c)+1 = \log_2(a^2+b^2+c^2+1)+a^2+b^2+c^2+1$

$\Leftrightarrow \log_2(2a+2b+2c)+2a+2b+2c = \log_2(a^2+b^2+c^2+1)+a^2+b^2+c^2+1$

Xét hàm $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$,

Ta có, $f'(t) = \frac{1}{t\ln 2}+1 > 0, \forall t \in (0;+\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó, $(*) \Leftrightarrow f(2a+2b+2c) = f(a^2+b^2+c^2+1)$

$\Leftrightarrow 2a+2b+2c = a^2+b^2+c^2+1 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 = 2$

Ta lại có, $P = \frac{3a+2b+c}{a+b+c} \Leftrightarrow (P-3)(a-1)+(P-2)(b-1)+(P-1)(c-1) = 6-3P$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$(6-3P)^2 = \left((P-3)(a-1)+(P-2)(b-1)+(P-1)(c-1)\right)^2 \le 2.[(P-3)^2+(P-2)^2+(P-1)^2]$

$\Leftrightarrow 3P^2-12P+8 \le 0 \Leftrightarrow \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \le P \le \frac{6+2\sqrt{3}}{3}$

Vậy, $P_{\max} = \frac{6+2\sqrt{3}}{3}$ khi $a = \frac{\sqrt{3}+1}{3}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1-\sqrt{3}}{3}$.

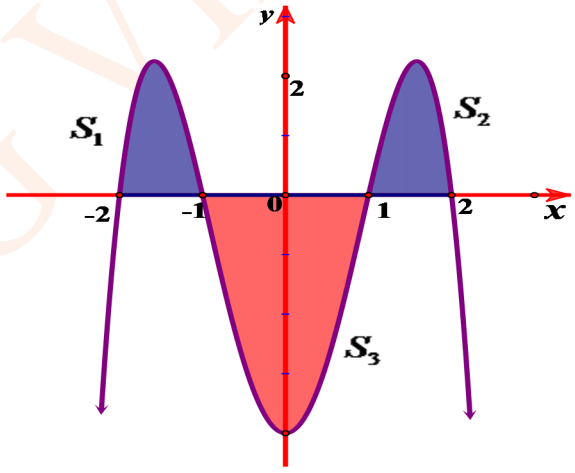
Câu 50. Biết rằng $P = \int_a^b (-x^4+5x^2-4)\mathrm{d}x$ có giá trị lớn nhất, (với $a < b; a, b \in \mathbb{R}$), khi đó tính $S = a^2+b^2$.

A. $S = 7$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 5$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = -x^4+5x^2-4$ có đồ thị như hình dưới.



Gọi $S_1 = \int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x, S_2 = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x, S_3 = \int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Ta tính được $S_1 = S_2 = \frac{22}{15}, S_3 = -\frac{76}{15}$ nên $S_1+S_2+S_3 < 0$.

Dựa vào vị trí của đồ thị hàm số và trục hoành ta có:

+ Nếu $b \le -2$ hoặc $a \ge 2$ thì $P < 0$.

+ Nếu $a = -2$ và $b = 2$ thì $P = S_1+S_2+S_3 < 0$.

+ Nếu $a = -2$ và $-1 < b < 2$ thì $P < S_1$.

+ Nếu $a = -2$ và $b = -1$ thì $P = S_1$.

+ Nếu $-2 < a < 1$ và $b = 2$ thì $P < S_1$.

+ Nếu $a = 1$ và $b = 2$ thì $P = S_2 = S_1$.

+ Nếu $a > -2$ và $b < 2$ thì $P < S_1$.

Vì vậy P có giá trị lớn nhất là bằng S_1 khi $a=-2$ và $b=-1$ hoặc $a=1$ và $b=2$.
Suy ra $S=a^2+b^2=5$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 007

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 11. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương và $a,b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

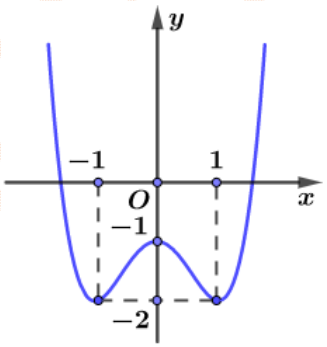
A. $\log_{a^\alpha} b=\alpha\log_a b$. **B.** $\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c=\log_a b.\log_b c$. **D.** $\log_a b.\log_b a=1$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{\frac{4}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Có 8 vận động viên chạy thi, nếu không kể trường hợp có hai vận động viên cùng về đích một lúc, hỏi có bao nhiêu kết quả xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

A. 330. **B.** 336. **C.** 300. **D.** 56.

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C$. **B.** $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

C. $\int\sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$. **D.** $\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z-1=0$. Véc tơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}=(2;1;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(-4;2;-6)$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-x+2)=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1\,;0\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{0\,;\,1\}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{y-3}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_3=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_4=\left(-1;-1;\frac{-3}{4}\right)$.

C. $\vec{u}_1=(-1;2;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(-1;2;-4)$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10}=25$. **B.** $u_{10}=28$. **C.** $u_{10}=-29$. **D.** $u_{10}=-2.3^9$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 14. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\bar{z}=3-i$. **B.** $\bar{z}=-3+i$.

C. $\bar{z}=3+i$. **D.** $\bar{z}=-3-i$.

Câu 15. Tính bán kính đáy của khối trụ biết thể tích khối trụ $V=32\pi$ (cm^3) và chiều cao $h=2$ (cm).

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$. **B.** $8(\text{cm})$. **C.** 4 (cm). **D.** $16(\text{cm})$.

Câu 16. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại B có $AB=a\sqrt{3}$ và $AC=a\sqrt{7}$. Tính độ dài bán kính đáy R của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $R=a$. **B.** $R=a\sqrt{2}$. **C.** $R=a\sqrt{3}$. **D.** $R=2a$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+x-3$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$. **D.** $y=\log_2(x^2+1)$.

Câu 18. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 19. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$.

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. **D.** (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=81$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;1;0), R=9$. **B.** $I(-2;-1;0), R=9$.

C. $I(2;1;0), R=81$. **D.** $I(-2;-1;0), R=81$.

Câu 22. Cho hai số phức $z=4+i$ và $w=1+5i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $3-4i$. **B.** $3+6i$. **C.** $5-4i$. **D.** $5+6i$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3\,;\,1\,;\,4)$ và $N(0\,;\,2\,;\,-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $(-1\,;\,-1\,;\,-1)$. **B.** $(3\,;\,3\,;\,3)$. **C.** $(-3\,;\,1\,;\,-5)$. **D.** $(1\,;\,1\,;\,1)$.

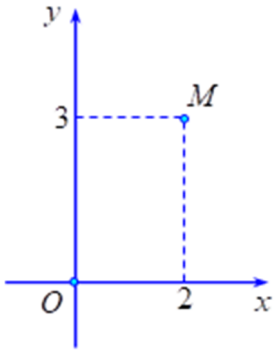
Câu 24. Giải bất phương trình $2^{x^2-x}\leq 4$, ta có nghiệm

A. $-1 \le x \le 2$. **B.** $x \le 1$. **C.** $x \le 2$. **D.** $-2 \le x \le 1$.

Câu 25. Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng

A. $I = 0$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = -2$.

Câu 26. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ bằng



A. $2 + 3i$. **B.** $2 - 3i$. **C.** $3 + 2i$. **D.** $3 - 2i$.

Câu 27. Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x}\right) \mathrm{d}x$.

A. $1 + \ln\sqrt{3}$. **B.** $2 + \ln\sqrt{3}$. **C.** $4 + \ln 3$. **D.** $2 + \ln 3$.

Câu 28. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc $60°$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 31. Cho các số a, b, c dương khác 1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$. **B.** $a^{\log_b c} = b^{\log_c a}$. **C.** $a^{\log_b c} = c^{\log_a b}$. **D.** $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;\ 2;\ -5)$, $B(-4;\ 0;\ 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. **D.** $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;\ -3;\ 5)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d.

A. $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$. **B.** $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+5}{4}$.

C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. **D.** $\Delta: \frac{2-x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{4}$.

Câu 34. Trên một giá sách có 9 quyển sách Văn, 6 quyển sách Anh. Lấy lần lượt 3 quyển và không để lại vào giá. Xác suất để lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh là

A. $\frac{74}{455}$. **B.** $\frac{71}{455}$. **C.** $\frac{72}{455}$. **D.** $\frac{73}{455}$.

Câu 35. Cho khối chóp có chiều cao bằng a, đáy của khối chóp là hình chữ nhật có chiều rộng bằng $2a$, chiều dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 36. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là

A. $F(x)=-\frac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $F(x)=-\sin 2x+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 37. Cho hai số phức $z_1=4-8i$ và $z_2=-2-i$. Tính $|2z_1.\bar{z}_2|$

A. $\sqrt{5}$. **B.** 20. **C.** 40. **D.** $4\sqrt{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x)=2x^2(x+1)(3-x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?.

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

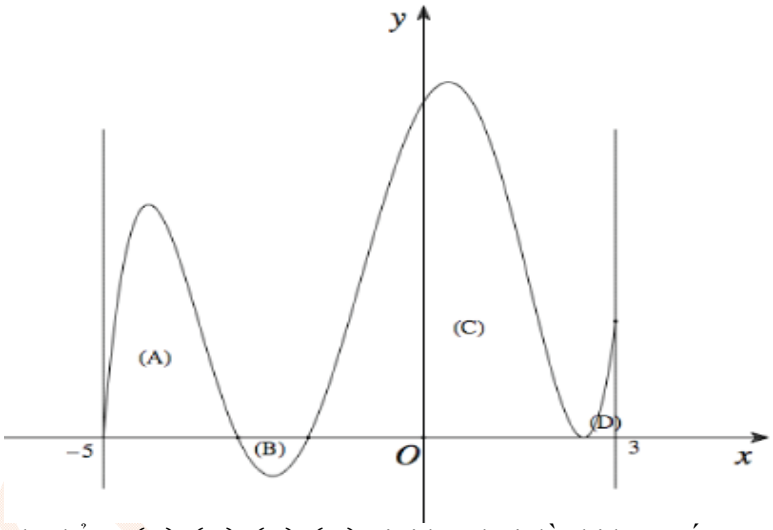
Câu 39. Cho hàm số $f(x)=x^3+x^2-3x$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x)=x^2+a^2$ có đồ thị (P). Biết rằng hai đường cong (C) và (P) có đúng hai điểm chung. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong (C) và (P) có giá trị tương ứng bằng

A. 3. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{27}{4}$. **D.** $\frac{25}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(m^2+2m)x+1$ nghịch biến trên đoạn $[2;3]$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Biết diện tích của hình phẳng $(A),(B),(C),(D)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành lần lượt là $6,3,12,2$. Tích phân $\int_{-3}^{1}[2f(2x+1)+1]\,dx$ bằng

A. 21. **B.** 25. **C.** 17. **D.** 27.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$ Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 43. Cho các số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|>0$. Tính $A=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 44. Cho phương trình $\log_3 x.\log_6 x+\log_3 x^2-2\log_6 x-\log^2{}_3 x=0$. Chọn phát biểu sai trong các phát biểu sau

A. Tích các nghiệm của phương trình lớn hơn 2.

B. Tồn tại nghiệm của phương trình thỏa mãn $\log_6 x>\log_x 6$.

C. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

D. Tổng các nghiệm của phương trình bằng 2.

Câu 45. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích $320\ cm^3$, các thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon sữa bò là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ bằng $320\ cm^3$ và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính đáy r bằng bao nhiêu?

A. $r = 2\sqrt[3]{20\pi}$. **B.** $r = 2\sqrt[3]{20}$. **C.** $r = 2\sqrt[3]{\frac{20}{\pi}}$. **D.** $r = 4\sqrt[3]{5}$.

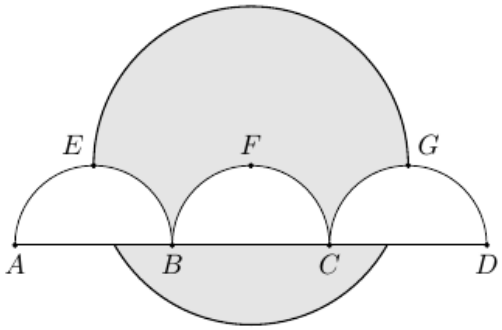
Câu 46. Cho hai số thực x và y thỏa mãn các điều kiện $x^2 + y^2 \geq 9$ và $\log_{x^2+y^2}(x(8x^2 + 8y^2 - 7x) - 7y^2) \geq 2$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + y$ lần lượt là M và m. Khi đó giá trị của biểu thức $(M + 3m\sqrt{2})$ bằng:

A. $12 + 18\sqrt{2}$. **B.** 24. **C.** $6\sqrt{10}$. **D.** $10 - 2\sqrt{3}$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 5 = 0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất đi qua A, B, O và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có tâm là

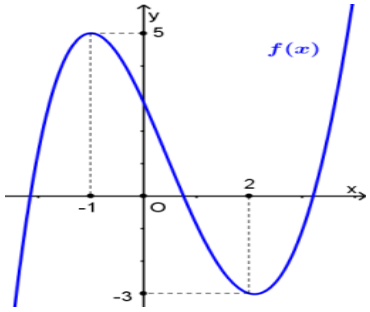
A. $(1\ ;\ 2\ ;\ 2)$. **B.** $\left(1\ ;\ -\frac{19}{4}\ ;\ 2\right)$. **C.** $(1\ ;\ -2\ ;\ 2)$. **D.** $\left(1\ ;\ \frac{19}{4}\ ;\ 2\right)$.

Câu 48. Trong hình vẽ dưới đây, đoạn AD được chia làm 3 bởi các điểm B và C sao cho $AB = BC = CD = 2$. Ba nửa đường tròn có bán kính 1 là $\overset{\frown}{AEB}$, $\overset{\frown}{BFC}$ và $\overset{\frown}{CGD}$ có đường kính tương ứng là AB, BC và CD. Các điểm E, F, G lần lượt là tiếp điểm của tiếp tuyến chung EG với 3 nửa đường tròn. Một đường tròn tâm F, bán kính bằng 2. Diện tích miền bên trong đường tròn tâm F và bên ngoài 3 nửa đường tròn (miền tô đậm) có thể biểu diễn dưới dạng $\frac{a}{b}\pi - \sqrt{c} + d$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và a, b nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của $a + b + c + d$.



A. 17. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 14.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2012]$ để hàm số $y = f(f(x) - 2m + 1)$ có đúng 4 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là



A. 4028. **B.** 4029. **C.** 4038. **D.** 4030.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	B	B	B	D	C	D	D	D	A	A	D	C	D	A	B	B	C	B	A	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	D	A	D	B	C	C	B	C	C	A	C	D	A	C	B	D	C	A	A	A	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 11. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$,ta thấy giá trị cực đại của hàm số là 11.

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương và a, $b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. **B.** $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \log_a b . \log_b c$. **D.** $\log_a b . \log_b a = 1$

Lời giải

Chọn A

$\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{4}{3}}$ là

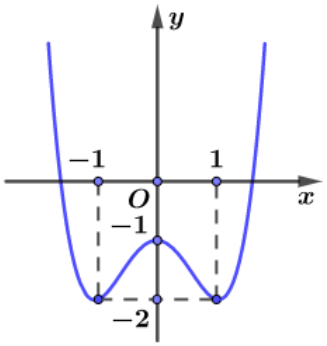
A. $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$. **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{4}{3}}$ là $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 1)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có:

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ v à $(1: +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số đã cho có một cực trị.

Câu 6. Có 8 vận động viên chạy thi, nếu không kể trường hợp có hai vận động viên cùng về đích một lúc, hỏi có bao nhiêu kết quả xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

A. 330. **B.** 336. **C.** 300. **D.** 56.

Lời giải

Chọn B

Mỗi kết quả là sự sắp thứ tự của 3 phần tử từ tập hợp 8 phần tử

Số kết quả là $A_8^3=336$

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=4+3=7$.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C$. **B.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

C. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$. **D.** $\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z-1=0$. Véc tơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}=(2;1;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(-4;2;-6)$.

Lời giải

Chọn D

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ nên (α) cũng nhận $\vec{k}=(-4;2;-6)$ là vectơ pháp tuyến.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-x+2)=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1\,;0\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{0\,;\ 1\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(x^2-x+2)=1 \Leftrightarrow x^2-x+2=2$

$\Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{0;\ 1\}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{y-3}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_3=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_4=\left(-1;-1;\frac{-3}{4}\right)$.

C. $\vec{u}_1=(-1;2;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(-1;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(1;-2;4)$.

Ta có vectơ $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $\vec{u} = k\vec{a}, (k \neq 0, k \in \mathbb{R})$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.
Suy ra $\vec{u}_2 = -1\vec{a} = (-1; 2; -4)$.
Vậy $\vec{u}_2 = (-1; 2; -4)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10} = 25$. **B.** $u_{10} = 28$. **C.** $u_{10} = -29$. **D.** $u_{10} = -2.3^9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9.3 = 25$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 14. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

A. $\bar{z} = 3 - i$. **B.** $\bar{z} = -3 + i$.
C. $\bar{z} = 3 + i$. **D.** $\bar{z} = -3 - i$.

Lời giải

Chọn D

$z = i(3i + 1) = -3 + i$ nên suy ra $\overline{z} = -3 - i$.

Câu 15. Tính bán kính đáy của khối trụ biết thể tích khối trụ $V = 32\pi$ (cm^3) và chiều cao $h = 2$ (cm).

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$. **B.** $8(\text{cm})$. **C.** 4 (cm). **D.** $16(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn C

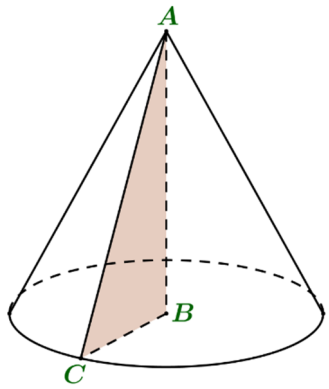
Áp dụng công thức tính thể tích của khối trụ ta có
$V = \pi r^2 h \Leftrightarrow \pi.\text{r}^2.2 = 32\pi \Leftrightarrow r^2 = 16 \Leftrightarrow r = 4\ (\text{cm})$.

Câu 16. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại B có $AB = a\sqrt{3}$ và $AC = a\sqrt{7}$. Tính độ dài bán kính đáy R của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $R = a$. **B.** $R = a\sqrt{2}$. **C.** $R = a\sqrt{3}$. **D.** $R = 2a$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết suy ra hình nón có đỉnh là A, tâm đường tròn đáy là B, đường sinh $\ell = AC = a\sqrt{7}$ và chiều cao hình nón là $AB = a\sqrt{3}$.
Vậy độ dài bán kính đáy là $BC = R$ của hình nón bằng: $R = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^{x}$. **D.** $y=\log_2(x^2+1)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^{x}$ có cơ số $a=\sqrt{2}-1\in(0;1)$ nên hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy A sai.

Xét hàm số $y=\log_2(x^2+1)$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=\frac{2x}{(x^2+1)\ln 2}$ không mang dấu dương trên toàn miền xác định nên không thể đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy B sai

Xét hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có $y'=4x(x^2-1)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\x>1\end{array}\right.$ nên hàm số không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.Vậy D sai.

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+x-3$

$y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0$ (Dấu $''=''$ xảy ra tại $x=1$)

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 18. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

* Bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm bậc ba.

* Nhánh đầu tiên của bảng biến thiên đi xuống nên ta loại các đáp án C và **D**

* Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x=0$ và $x=2$ nên ta loại đáp án **A**

* Đáp án đúng là **B**

Câu 19. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$.

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-2^+}y=\lim\limits_{x\to-2^+}\frac{x-1}{x+2}=-\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 20. Cho hàm số $y=x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. **D.** (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục Ox:

$x(1-x)(x^2+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow(C)$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=81$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(2;1;0), R=9.$ **B.** $I(-2;-1;0), R=9.$
C. $I(2;1;0), R=81.$ **D.** $I(-2;-1;0), R=81.$

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình của mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=81$ suy ra tâm $I(-2;-1;0)$ và bán kính $R=9$.

Câu 22. Cho hai số phức $z=4+i$ và $w=1+5i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $3-4i.$ **B.** $3+6i.$ **C.** $5-4i.$ **D.** $5+6i.$

Lời giải

Ta có: $z-\mathrm{w}=4+i-(1+5i)=3-4i.$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3\,;\,1\,;\,4)$ và $N(0\,;\,2\,;\,-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $(-1\,;\,-1\,;\,-1).$ **B.** $(3\,;\,3\,;\,3).$ **C.** $(-3\,;\,1\,;\,-5).$ **D.** $(1\,;\,1\,;\,1).$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $O(0\,;\,0\,;\,0)$. Gọi $G(x\,;\,y\,;\,z)$ là trọng tâm của tam giác OMN.

Khi đó: $\begin{cases} x_G=\frac{x_O+x_M+x_N}{3}=\frac{0+3+0}{3}=1 \\ y_G=\frac{y_O+y_M+y_N}{3}=\frac{0+1+2}{3}=1 \\ z_G=\frac{z_O+z_M+z_N}{3}=\frac{0+4+(-1)}{3}=1 \end{cases}$.

Vậy $G(1\,;\,1\,;\,1)$.

Câu 24. Giải bất phương trình $2^{x^2-x}\le 4$, ta có nghiệm

A. $-1\le x\le 2.$ **B.** $x\le 1.$ **C.** $x\le 2.$ **D.** $-2\le x\le 1.$

Lời giải

$2^{x^2-x}\le 4\Leftrightarrow 2^{x^2-x}\le 2^2\Leftrightarrow x^2-x\le 2\Leftrightarrow x^2-x-2\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 2.$

Câu 25. Kết quả của tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$ bằng

A. $I=0.$ **B.** $I=-1.$ **C.** $I=1.$ **D.** $I=-2.$

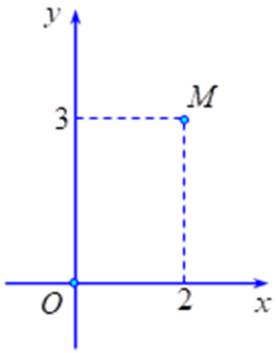
Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx=(\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0=1$

Do đó $I=1.$

Câu 26. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ bằng



A. $2+3i.$ **B.** $2-3i.$ **C.** $3+2i.$ **D.** $3-2i.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $M(2;\,3)$ là điểm biểu diễn số phức $z=2+3i.$

Do đó $\bar{z} = 2 - 3i$.

Câu 27. Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x}\right) dx$.

A. $1 + \ln\sqrt{3}$. **B.** $2 + \ln\sqrt{3}$. **C.** $4 + \ln 3$. **D.** $2 + \ln 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x}\right) dx = \int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx + 3\int_0^1 \sqrt{x} dx$

$= \frac{1}{2}\ln|2x+1|\Big|_0^1 + 3.\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\ln 3 + 2 = \ln\sqrt{3} + 2.$

Câu 28. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \sqrt{(x-1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}$ Ta có $g(t) = 4t + 3 - t^2$ với $t \in [\sqrt{2}; +\infty)$.

Có $g'(t) = 4 - 2t; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$	$4\sqrt{2}+1$	↗	7	↘	$-\infty$

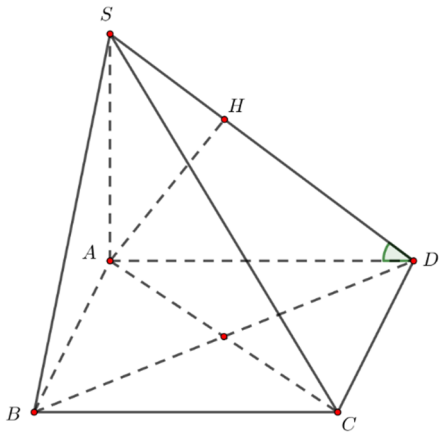
Vậy $\max_{[\sqrt{2};+\infty)} g(t) = \max f(x) = 7$ khi $t = 2$ hay $x^2 - 2x - 1 = 0$ nên tích hai nghiệm bằng -1.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc $60°$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có góc giữa (SCD) và mặt đáy là góc $\widehat{SDA} = 60°$.

Kẻ $AH \perp SD$, do $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$

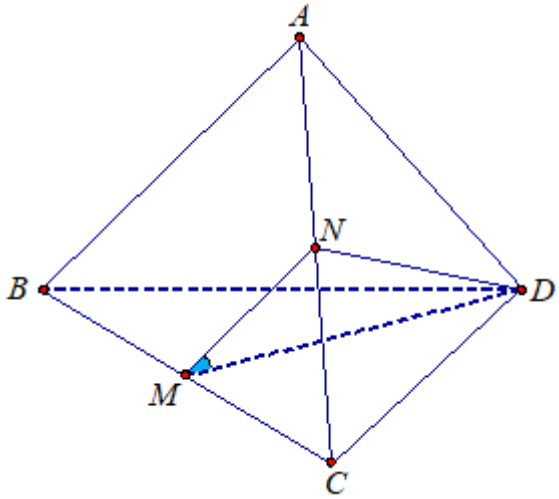
nên $d\left(A,(SCD)\right)=AH=AD.\sin 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\cos(AB,DM)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AC và a là độ dài cạnh tứ diện đều.

Ta có $MN\ //\ AB\Rightarrow(AB,DM)=(MN,DM)=\widehat{DMN}$.

Tam giác DMN có $DM=DN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}$ và $\cos\widehat{DMN}=\frac{DM^2+MN^2-DN^2}{2.DM.MN}$.

$\Leftrightarrow\cos\widehat{DMN}=\frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Vậy $\cos(AB,DM)=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 31. Cho các số a, b, c dương khác 1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^{\log_b c}=b^{\log_a c}$. **B.** $a^{\log_b c}=b^{\log_c a}$. **C.** $a^{\log_b c}=c^{\log_a b}$. **D.** $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}\Leftrightarrow\log_b a\log_a c=\log_b c\Leftrightarrow\log_a c^{\log_b a}=\log_b c\Leftrightarrow c^{\log_b a}=a^{\log_b c}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;\ 2;\ -5)$, $B(-4;\ 0;\ 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$. **D.** $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$.

Lời giải

:

Chọn B

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của AB.

Ta có $I(1;\ \ 1;\ \ 1)$.

Ngoài ra $R=\frac{AB}{2}=\sqrt{62}$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;\ -3;\ 5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=4+t\end{cases}$.

Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d.

A. $\Delta:\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{1}$. **B.** $\Delta:\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+5}{4}$.

C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. **D.** $\Delta: \frac{2-x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua M và song song với d nên $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

Câu 34. Trên một giá sách có 9 quyển sách Văn, 6 quyển sách Anh. Lấy lần lượt 3 quyển và không để lại vào giá. Xác suất để lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh là

A. $\frac{74}{455}$. **B.** $\frac{71}{455}$. **C.** $\frac{72}{455}$. **D.** $\frac{73}{455}$.

Lời giải

Chọn C

Số các kết quả của việc lấy ra 3 quyển sách trên giá có 15 quyển sách là : $n(\Omega) = A_{15}^3 = 2730$.

Gọi A là biến cố "lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh". Ta có 9 cách lấy quyển Văn thứ nhất, 8 cách lấy quyển Văn thứ hai, 6 cách lấy quyển thứ ba là Anh.

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $n(A) = 9.8.6 = 432$.

Khi đó : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{432}{2730} = \frac{72}{455}$.

Câu 35. Cho khối chóp có chiều cao bằng a, đáy của khối chóp là hình chữ nhật có chiều rộng bằng $2a$, chiều dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3}.3a.2a.a = 2a^3$.

Câu 36. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $F(x) = -\sin 2x + C$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản ta có

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int(-\cos 2x)\mathrm{d}x = -\int \cos 2x\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Câu 37. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 8i$ và $z_2 = -2 - i$. Tính $|2z_1.\bar{z}_2|$

A. $\sqrt{5}$. **B.** 20. **C.** 40. **D.** $4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|2z_1.\bar{z}_2| = |2(4-8i)(-2+i)| = 40$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x) = 2x^2(x+1)(3-x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?.

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{bmatrix}$

Bảng xét dấu:

x	-1	0	3
f'(x)	- 0	+ 0	+ 0 -

Căn cứ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=x^3+x^2-3x$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x)=x^2+a^2$ có đồ thị (P). Biết rằng hai đường cong (C) và (P) có đúng hai điểm chung. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong (C) và (P) có giá trị tương ứng bằng

A. 3. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{27}{4}$. **D.** $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Giả thiết cho phương trình hoành độ giao điểm có đúng hai nghiệm

$x^3+x^2-3x=x^2+a^2 \Leftrightarrow x^3-3x=a^2$ có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2=2 \\ x=-1; x=2 \end{cases}$

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x$ trên $\mathbb{R}$.

Có $h'(x)=3x^2-3 \Rightarrow h'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

BBT:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra: phương trình: $h(x)=a^2$ có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi $a^2=2$.

Suy ra $g(x)=x^2+a^2=x^2+2$

Suy ra diện tích hình phẳng cần tính là: $S=\int_{-1}^{2}|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}|x^3-3x-2|\mathrm{d}x=\frac{27}{4}$

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(m^2+2m)x+1$ nghịch biến trên đoạn $[2;3]$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2(m+1)x+m^2+2m=(x-m-1)^2-1=(x-m)(x-m-2)$

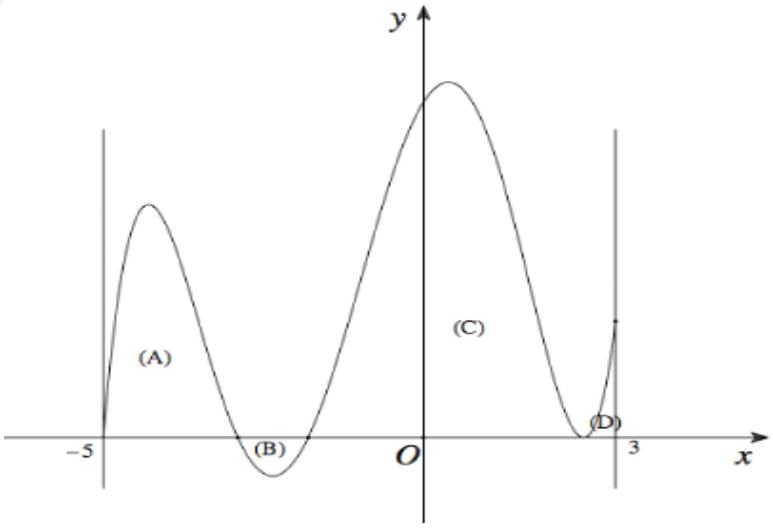
$$y' \le 0 \Leftrightarrow m \le x \le m+2$$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[m;m+2]$

Hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;3] \Leftrightarrow [2;3] \subset [m;m+2] \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 2 \\ m+2 \ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m \le 2$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1;2\}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Biết diện tích của hình phẳng $(A),(B),(C),(D)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành lần lượt là $6,3,12,2$. Tích phân $\int_{-3}^{1}[2f(2x+1)+1]\,dx$ bằng

A. 21. **B.** 25. **C.** 17. **D.** 27.

Lời giải

Ta có $\int_{-3}^{1}[2f(2x+1)+1]\,dx=2\int_{-3}^{1}f(2x+1)dx+x|_{-3}^{1}=\int_{-5}^{3}f(x)dx+4.$

Mà $\int_{-5}^{3}f(x)dx=S_{(A)}-S_{(B)}+S_{(C)}+S_{(D)}=6-3+12+2=17.$

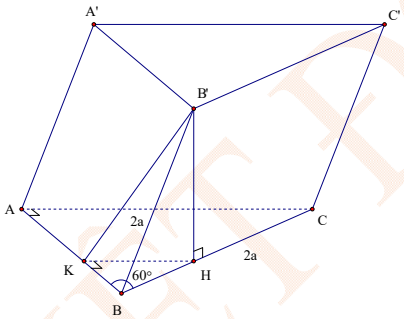
Vậy $\int_{-3}^{1}[2f(2x+1)+1]\,dx=21.$

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^{\circ}$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C



Do ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$ nên $AB=a, AC=a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $BC\Rightarrow H$ thuộc đoạn BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn)

$\Rightarrow B'H\perp(ABC)$ (do $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC)).

Kẻ HK song song AC $(K\in AB)\Rightarrow HK\perp AB$ (do ABC là tam giác vuông tại A).

$$\Rightarrow\left(\widehat{(ABB'A'),(ABC)}\right)=\widehat{B'KH}=45°\Rightarrow B'H=KH\ (1)$$

Ta có $\Delta BB'H$ vuông tại $H\Rightarrow BH=\sqrt{4a^2-B'H^2}\ (2)$

Mặt khác HK song song $AC\Rightarrow\frac{BH}{BC}=\frac{HK}{AC}\Rightarrow BH=\frac{HK.2a}{a\sqrt{3}}\ (3)$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\sqrt{4a^2-B'H^2}=\frac{B'H.2a}{a\sqrt{3}}\Rightarrow B'H=a\sqrt{\frac{12}{7}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.B'H=\frac{1}{2}AB.AC.B'H=\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 43. Cho các số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|>0$. Tính $A=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z_1=a_1+b_1i;z_2=a_2+b_2i$.

Ta có:

$|z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow a_2^2+b_2^2=(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2\Leftrightarrow a_2^2+b_2^2=a_1^2+a_2^2+b_1^2+b_2^2-2(a_1a_1+b_1$

$\Leftrightarrow a_1^2+b_1^2=2(a_1a_1+b_1b_2)=|z_1|^2$

$\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}=\frac{z_1.\overline{z_2}}{|z_2|^2}+\frac{z_2.\overline{z_1}}{|z_1|^2}=\frac{z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}}{|z_1|^2}=\frac{(a_1+b_1i)(a_2-b_2i)+(a_1-b_1i)(a_2+b_2i)}{|z_1|^2}$

$=\frac{a_1a_2-a_1b_2i+b_1a_2i+b_1b_2+a_1a_2+a_1b_2i-b_1a_2i+b_1b_2}{|z_1|^2}=\frac{2(a_1a_2+b_1b_2)}{|z_1|^2}=1$

Vậy: $A=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4=\left(\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2+\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2\right)^2-2=\left(\left(\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}\right)^2-2\right)^2-2=-1.$

Câu 44. Cho phương trình $\log_3 x.\log_6 x+\log_3 x^2-2\log_6 x-\log^2{}_3 x=0$. Chọn phát biểu sai trong các phát biểu sau

A. Tích các nghiệm của phương trình lớn hơn 2.

B. Tồn tại nghiệm của phương trình thỏa mãn $\log_6 x>\log_x 6$.

C. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

D. Tổng các nghiệm của phương trình bằng 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$

$\log_3 x.\log_6 x+\log_3 x^2-2\log_6 x-\log^2{}_3 x=0\Leftrightarrow\log_3 x.\log_6 x+2\log_3 x-2\log_6 x-\log^2{}_3 x=0$

$\Leftrightarrow\log_3 x(\log_6 x-\log_3 x)-2(\log_6 x-\log_3 x)=0$

$\Leftrightarrow(\log_6 x-\log_3 x).(\log_3 x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_6 x-\log_3 x=0\\ \log_3 x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x.\log_6 3-\log_3 x=0\\ \log_3 x=2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x.(\log_6 3-1)=0\\ \log_3 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=9\end{array}\right.$.

Câu 45. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích $320\ cm^3$, các thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon sữa bò là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ bằng $320\ cm^3$ và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính đáy r bằng bao nhiêu?

A. $r=2\sqrt[3]{20\pi}$. **B.** $r=2\sqrt[3]{20}$. **C.** $r=2\sqrt[3]{\frac{20}{\pi}}$. **D.** $r=4\sqrt[3]{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=h.\pi.r^2=320\Leftrightarrow h=\frac{320}{\pi r^2}$.

Mà $S_{TP}=2\pi r.h+2\pi r^2=2\pi r.\frac{320}{\pi r^2}+2\pi r^2=\frac{640}{r}+2\pi r^2=\frac{320}{r}+\frac{320}{r}+2\pi r^2\geq 3\sqrt[3]{320^2.2\pi}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{320}{r}=2\pi r^2\Leftrightarrow r^3=\frac{160}{\pi}\Leftrightarrow r=2\sqrt[3]{\frac{20}{\pi}}$.

Câu 46. Cho hai số thực x và y thỏa mãn các điều kiện $x^2+y^2\geq 9$ và $\log_{x^2+y^2}(x(8x^2+8y^2-7x)-7y^2)\geq 2$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+y$ lần lượt là M và m. Khi đó giá trị của biểu thức $(M+3m\sqrt{2})$ bằng:

A. $12+18\sqrt{2}$. **B.** 24. **C.** $6\sqrt{10}$. **D.** $10-2\sqrt{3}$

Lời giải

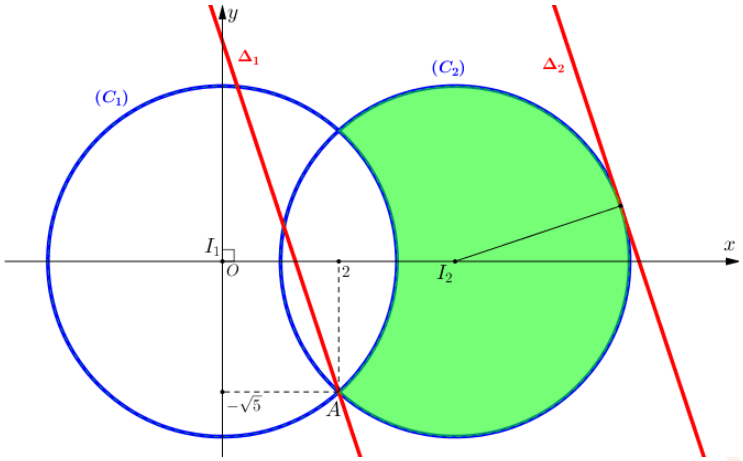
Chọn A

Từ

$\log_{x^2+y^2}(x(8x^2+8y^2-7x)-7y^2)\geq 2\Leftrightarrow(x^2+y^2)(8x-7)\geq(x^2+y^2)^2\Leftrightarrow(x-4)^2+y^2\leq 9$

Như vậy x và y thỏa mãn: $\begin{cases}x^2+y^2\geq 9\\ (x-4)^2+y^2\leq 9\end{cases}$. Đây là miền D giới hạn bởi bên trong đường tròn (C_2): $(x-4)^2+y^2=9$ và bên ngoài đường tròn (C_1): $x^2+y^2\geq 9$

Hai đường tròn cùng bán kính $R_1=R_2=3$ và tâm $I_1(0;0)$ và tâm $I_2(4;0)$ như hình vẽ.



Giao điểm của hai đường tròn là $(2;\pm\sqrt{5})$. Cụ thể điểm A như hình vẽ, có $A(2;-\sqrt{5})$

Xét họ đường thẳng Δ song song với nhau: $3x+y-P=0$

Để thỏa mãn bài toán thì họ đường thẳng này phải cắt miền D.

Ứng với vị trí đường thẳng Δ_1 đi qua điểm A, ta có: $3.2-\sqrt{5}-P=0\rightarrow P_1=6-\sqrt{5}$

Ứng với vị trí đường thẳng Δ_2 tiếp xúc với (C_2) ta có: $d(I;\Delta_2)=R_2$

$\Leftrightarrow \frac{|3.4+0-P|}{\sqrt{9+1}}=3\leftrightarrow \left[\begin{array}{l}P=12-3\sqrt{10}\\P=12+3\sqrt{10}\end{array}\right.\Rightarrow P_2=12+3\sqrt{10}$

Suy ra: giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P tương ứng là: $\begin{cases}M=P_2=P_{\max}=12+3\sqrt{10}\\m=P_1=P_{\min}=6-\sqrt{5}\end{cases}$

Suy ra: $(M+3m\sqrt{2})=12+18\sqrt{2}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất đi qua A, B, O và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có tâm là

A. $(1\,;\,2\,;\,2)$. **B.** $\left(1\,;\,-\frac{19}{4}\,;\,2\right)$. **C.** $(1\,;\,-2\,;\,2)$. **D.** $\left(1\,;\,\frac{19}{4}\,;\,2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(1\,;\,0\,;2)$ là trung điểm của AB suy ra I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với $(OAB)\equiv(Oxz)$, suy ra d có phương trình $\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2\end{cases}$. Gọi E là tâm mặt cầu (S), suy ra $E\in d\Rightarrow E(1\,;\,t\,;2)$

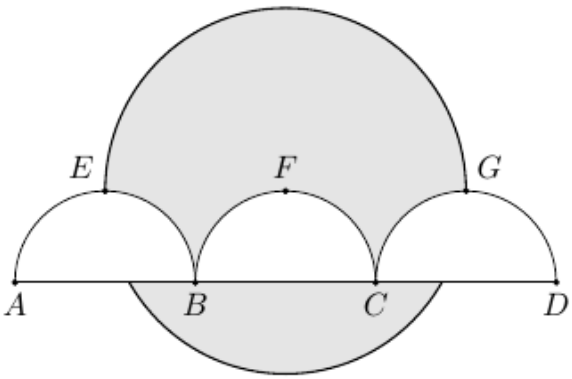
Ta có: $EB=\sqrt{t^2+5}$ và $d\big(E\,;\,(P)\big)=\frac{|-t+11|}{3}$.

Khi đó $\sqrt{t^2+5}=\frac{|-t+11|}{3}\Leftrightarrow 8t^2+22t-76=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=-\frac{19}{4}\end{array}\right.$

Với $t=2\Rightarrow E(1\,;\,2\,;\,2)\Rightarrow R=EB=3$ (nhận)

Với $t=-\frac{19}{4}\Rightarrow E\left(1\,;\,-\frac{19}{4}\,;\,2\right)\Rightarrow R=EB=\frac{\sqrt{441}}{4}>3$ (loại).

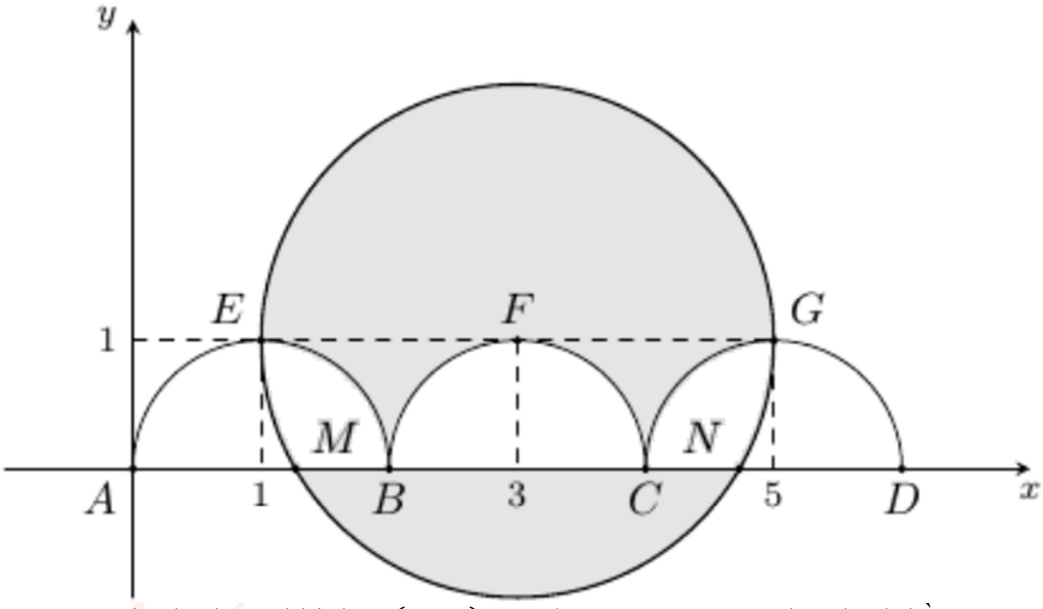
Câu 48. Trong hình vẽ dưới đây, đoạn AD được chia làm 3 bởi các điểm B và C sao cho $AB=BC=CD=2$. Ba nửa đường tròn có bán kính 1 là $\overset{\frown}{AEB}$, $\overset{\frown}{BFC}$ và $\overset{\frown}{CGD}$ có đường kính tương ứng là AB, BC và CD. Các điểm E, F, G lần lượt là tiếp điểm của tiếp tuyến chung EG với 3 nửa đường tròn. Một đường tròn tâm F, bán kính bằng 2. Diện tích miền bên trong đường tròn tâm F và bên ngoài 3 nửa đường tròn (miền tô đậm) có thể biểu diễn dưới dạng $\frac{a}{b}\pi-\sqrt{c}+d$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và a, b nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của $a+b+c+d$.



A. 17. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục Axy như hình vẽ, khi đó $F(3\,;\,1)$ nên đường tròn tâm F, bán kính bằng 2 có dạng $(x-3)^2+(y-1)^2=4$.

Gọi M, N là giao điểm của đường tròn (F) với trục hoành.

Suy ra $x_M=3-\sqrt{3}$ và $x_N=3+\sqrt{3}$.

Gọi S_1 là diện tích giới hạn bởi nửa đường tròn $\overset{\frown}{AEB}$, đường tròn (F) và trục hoành.

Khi đó, $S_1=\frac{1}{2}S_{\overset{\frown}{AEB}}-\int_1^{3-\sqrt{3}}\left(1-\sqrt{4-(x-3)^2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\pi-\int_1^{3-\sqrt{3}}\left(1-\sqrt{4-(x-3)^2}\right)\mathrm{d}x$.

Tính $I=\int_1^{3-\sqrt{3}}\left(1-\sqrt{4-(x-3)^2}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $x-3=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t.\,\mathrm{d}t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.

Khi $x=1$ thì $t=-\frac{\pi}{2}$ và khi $x=3-\sqrt{3}$ thì $t=-\frac{\pi}{3}$.

Nên $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}}\left(1-\sqrt{4-4\sin^2 t}\right).2\cos t.\,\mathrm{d}t=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}}(1-|2\cos t|).2\cos t.\,\mathrm{d}t$.

Do $t\in\left(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right)$ nên $\cos t>0$, suy ra $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}}(2\cos t-4\cos^2 t)\mathrm{d}t=-\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+2$.

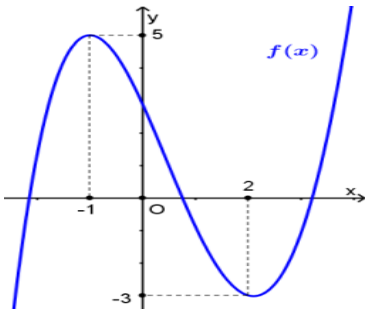
Vậy $S_1=\frac{1}{4}\pi-\left(-\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\right)=\frac{7}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}-2$.

Gọi S là diện tích miền tô đậm.

Ta có $S=S_{(F)}-2S_1-S_{\overset{\frown}{BFC}}=4\pi-2\left(\frac{7}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}-2\right)-\frac{1}{2}\pi=\frac{7}{3}\pi-\sqrt{3}+4$.

Suy ra $a=7, b=3, c=3, d=4$. Vậy $a+b+c+d=17$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2021;2012]$ để hàm số $y=f(f(x)-2m+1)$ có đúng 4 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là



A. 4028. **B.** 4029. **C.** 4038. **D.** 4030.

Lời giải

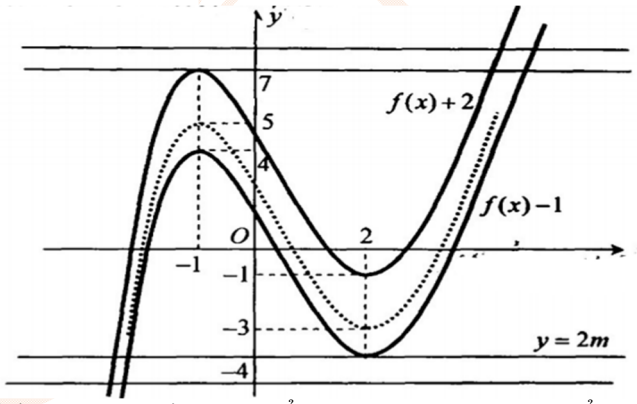
Chọn B

Đặt $g(x)=f(f(x)-2m+1)\Rightarrow g'(x)=f'(x)f'(f(x)-2m+1)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\f'(f(x)-2m+1)=0\end{array}\right.$

Xét phương trình $f'(f(x)-2m+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)-2m+1=-1\\f(x)-2m+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)+2=2m\\f(x)-1=2m\end{array}\right.$.

Ta áp dụng kĩ năng hợp hàm, tức là xét tương giao của đường thẳng $y=2m$ và hai đồ thị hàm số $y=f(x)+2;\ y=f(x)-1$



Để hàm số $g(x)=f(f(x)-2m+1)$ có 4 điểm cực trị thì đường thẳng $y=2m$ phải cắt đồ thị 2 hàm số trên tại hai điểm phân biệt (không kể tiếp xúc)

Dựa vào đồ thị ta thấy điều kiện là $\left[\begin{array}{l}2m\geq 7\\2m\leq -4\end{array}\right.\xrightarrow{m\in[-2021;2012]}\left[\begin{array}{l}4\leq m\leq 2012\\-2021\leq m\leq -2\end{array}\right.\Rightarrow$ c ó 4029 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=|z+1|\leq|z|+1=2$ nên $t\in[0;2]$.

Vì $|z|=1$ nên $z.\overline{z}=1$.

Do đó, ta có: $P=|z+1|+|z^2-z+1|=|z+1|+|z^2-z+z.\overline{z}|=|z+1|+|z-1+\overline{z}|$.

Ta lại có $t^2=|z+1|^2=(z+1)(\overline{z}+1)=2+z+\overline{z}$.

Suy ra $z+\overline{z}=t^2-2$.

Vậy $P=t+|t^2-3|=f(t)$, với $t\in[0;2]$.

Ta có $f(t)=\begin{cases}t+t^2-3 & \text{khi} \quad \sqrt{3}\le t\le 2\\ t-t^2+3 & \text{khi} \quad 0\le t<\sqrt{3}\end{cases}$.

Do đó $f'(t)=\begin{cases}2t+1 & \text{khi} \quad \sqrt{3}\le t<2\\ -2t+1 & \text{khi} \quad 0<t<\sqrt{3}\end{cases}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Ta có: $f(0)=3, f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{13}{4}, f\left(\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}, f(2)=3$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $M=\frac{13}{4}$;giá trị nhỏ nhất của P là $m=\sqrt{3}$.

Khi đó $M.m=\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 008

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3\log_2 3$ là
A. $x = 3$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 27$. **D.** $x = 8$.

Câu 2. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng
A. $I = 4\ln 5$. **B.** $I = 5\ln 5$. **C.** $I = \frac{5}{\ln 5}$. **D.** $I = \frac{4}{\ln 5}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.** $y = -x^2 + 2x$.

Câu 4. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = \log_{0,9} x$. **B.** $y = (0,9)^x$. **C.** $y = \log_9 x$. **D.** $y = 9^x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^2$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?
A. Không có điểm cực trị. **B.** Có đúng 1 điểm cực trị.
C. Có đúng 2 điểm cực trị. **D.** Có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?
A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.
C. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x, c \in (a\,;\,b)$.
D. $\int_a^b f(x).\mathrm{g}(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \,.\, \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 1 = 0$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.
A. $I(1;-3;0), R = \sqrt{11}$. **B.** $I(1;-3;0), R = 3$.
C. $I(2;-6;0), R = 40$. **D.** $I(-1;3;0), R = 3$.

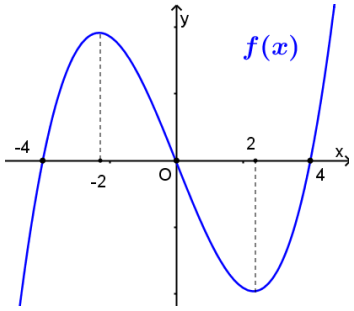
Câu 8. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.
A. $l = \frac{3a}{2}$. **B.** $l = 3a$. **C.** $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. **D.** $l = 2\sqrt{2}a$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{-3x} > 3^{-x+2}$.
A. $S = (-\infty; 1)$. **B.** $S = (-\infty; -1)$. **C.** $S = (-1; 0)$. **D.** $S = (-1; +\infty)$.

Câu 10. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x-1}$ là
A. $x = -\frac{1}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng bằng
A. 6. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào trong 4 khoảng được cho dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-4;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 13. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của w $=(2-i)\overline{z}$

A. -1. **B.** 5. **C.** 1. **D.** i.

Câu 14. Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. 21. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** $\frac{7!}{3!}$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=3-2i$. Tìm số phức $z=\frac{z_1}{z_2}$.

A. $z=\frac{7}{13}-\frac{4}{13}i$. **B.** $z=\frac{4}{13}+\frac{7}{13}i$. **C.** $z=\frac{4}{13}-\frac{7}{13}i$. **D.** $z=\frac{7}{13}+\frac{4}{13}i$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(3;-1;2)$. **B.** $\vec{n}(3;-1;0)$. **C.** $\vec{n}(3;0;-1)$. **D.** $\vec{n}(-3;0;-1)$.

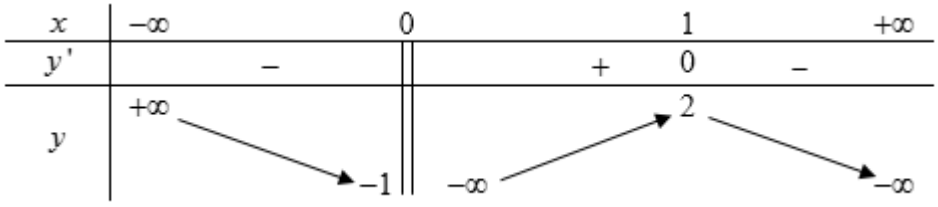
Câu 17. Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các cạnh $2cm, 4cm, 7cm$ là

A. $56cm^3$. **B.** $36cm^3$. **C.** $48cm^3$. **D.** $24cm^3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình chính tắc của đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(1\,;\,1\,;\,4)$. **B.** $\vec{u}=(2\,;\,1\,;\,4)$. **C.** $\vec{u}=(1\,;\,1\,;\,1)$. **D.** $\vec{u}=(2\,;\,1\,;\,1)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20. Số phức liên hợp của số phức $z=3-4i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $Q(-3\,;\,-4)$. **B.** $P(3\,;\,4)$. **C.** $M(-3\,;\,4)$. **D.** $N(3\,;\,-4)$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\sin x$ là

A. $3x^3+\cos x+C$. **B.** $3x^3-\cos x+C$. **C.** $x^3+\cos x+C$. **D.** $x^3-\cos x+C$.

Câu 22. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.

Câu 23. Cho a, b là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log\frac{a}{b}=\frac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log\frac{a}{b}=\log b-\log a$.

C. $\log(ab)=\log a+\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a.\log b$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(0;2;3)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;0;4)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$.

A. $R\backslash\{0\}$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** R. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\frac{2x-3}{3x-1}$. **B.** $y=\frac{4x+1}{x+2}$.

C. $y=\frac{3x+4}{x-1}$. **D.** $y=\frac{-2x+3}{x+1}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π.Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S):x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$

C. $(S):x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(S):x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC là tam giác đều cạnh a và tam giác SAB cân. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=\frac{2a}{\sqrt{7}}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z-1=0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-2t.\\z=3-3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t.\\z=3-3t\end{cases}$

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là

A. x^2+3x+C. **B.** $2x^2+C$.

C. x^2+C. **D.** $2x^2+3x+C$.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1=4+3i, z_2=-4+3i, z_3=z_1.z_2$. Lựa chọn phương án đúng?

A. $|z_3|=25$. **B.** $z_3=|z_1|^2$. **C.** $\overline{z_1+z_2}=z_1+z_2$. **D.** $z_1=z_2$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$. Đặt $m=\min\limits_{(0;+\infty)}f(x)$, khi đó.

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $m=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 34. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** 10.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 36. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{37}{42}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

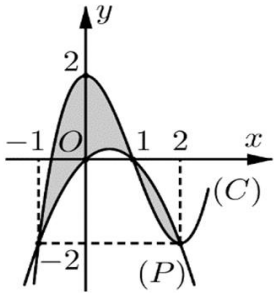
Câu 37. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3^2(a^2)$ bằng

A. $4\log_3^2 a$. **B.** $2\log_3^2 a$. **C.** $2+\log_3^2 a$. **D.** $4+\log_3^2 a$.

Câu 38. Một khối chóp tam giác có cạnh đáy lần lượt là $3,4,5$ và có chiều cao là 6 có thể tích là

A. $V = 72$. **B.** $V = 18$. **C.** $V = 36$. **D.** $V = 12$.

Câu 39. Hình phẳng (H) (phần tô đậm) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



Diện tích hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{7}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 40. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $(-\infty; -1]$ **B.** $(-\infty; -1)$ **C.** $[-1; 1]$ **D.** $B(5; 6; 2)$

Câu 41. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{16} x = \log_{20} y = \log_{25} \frac{2x-y}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{y}{x}$.

A. $T = -\frac{2}{3}$. **B.** $T = -\frac{3}{2}$. **C.** $T = \frac{2}{3}$. **D.** $T = \frac{3}{2}$.

Câu 42. Số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{1}{z+|z|}$ có phần thực bằng 1. Khi đó, $a^2 + b^2$

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 43. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-4x+3}{x+2}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ bằng

A. $8 - 15.\ln\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{28}{25} - 3.\ln\frac{5}{3}$. **C.** $8 - 5.\ln\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{2} - 15.\ln\frac{5}{3}$.

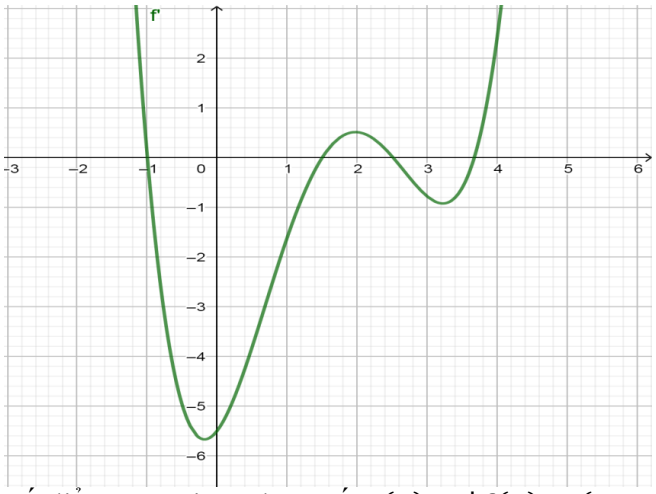
Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. $\frac{14}{3}$. **B.** 28. **C.** 14. **D.** $\frac{28}{3}$.

Câu 45. Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có nắp, có thể tích 16π (m^3). Tính bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $2.\sqrt[3]{2}$ (m). **B.** $\sqrt[3]{4}$ (m). **C.** 2 (m). **D.** $2\sqrt{3}$ (m).

Câu 46. Cho hàm số đa thức $f(x) = mx^5 + nx^4 + px^3 + qx^2 + hx + r$, $(m, n, p, q, h, r \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (như hình vẽ bên dưới) cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-1; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{11}{3}$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)-(m+n+p+q+h+r)|$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 47. Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=(2x^2+y)(2y^2+x)+9xy$.

A. $P_{\max}=27$. **B.** $P_{\max}=12$. **C.** $P_{\max}=\frac{27}{2}$. **D.** $P_{\max}=18$.

Câu 48. Một bồn nước **Inox SONHA®** ngang có hai đầu bồn là hình phẳng elip. Thể tích tối đa khi đóng nắp bồn là $V_1=3000$ lít. Bồn có chiều dài bằng $l=2{,}0$ m và gấp 2 lần chiều cao của bồn. Để nước bơm tự động vào bồn, người ta lắp một phao điện sao cho mực nước trong bồn cao $h=0{,}75$ m so với điểm thấp nhất trong đáy bồn thì phao đóng không cho nước chảy vào bồn. Tính thể tích nước trong bồn khi phao đóng *(bỏ qua độ dày của bồn nước và kết quả làm tròn đến phần trăm)*.



A. $V=2.41$ m^3. **B.** $V=2.43$ m^3. **C.** $V=2.40$ m^3. **D.** $V=2.44$ m^3.

Câu 49. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1|=3$, $|z_2|=4$, $|z_1-z_2|=\sqrt{37}$. Xét số phức $z=\frac{z_1}{z_2}=a+bi$. Tìm $|b|$.

A. $|b|=\frac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $|b|=\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $|b|=\frac{\sqrt{39}}{8}$. **D.** $|b|=\frac{3}{8}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=16$ và điểm $A(m;m;2)$ nằm ngoài mặt cầu. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S), gọi (P_m) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết (P_m) luôn đi qua một đường thẳng d cố định, phương trình đường thẳng d là

A. $(d):\begin{cases}x=t\\y=-t.\\z=2\end{cases}$ **B.** $(d):\begin{cases}x=t\\y=-t.\\z=-2\end{cases}$ **C.** $(d):\begin{cases}x=t\\y=-t.\\z=-1\end{cases}$ **D.** $(d):\begin{cases}x=t\\y=2t.\\z=2\end{cases}$

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	B	B	B	D	B	B	B	D	A	C	C	B	B	C	A	B	A	B	C	D	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	D	A	A	D	C	D	C	D	A	D	A	A	C	B	A	C	C	A	D	A	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3\log_2 3$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 27$. **D.** $x = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x = 3\log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 3^3 \Rightarrow x = 27$.

Câu 2. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

A. $I = 4\ln 5$. **B.** $I = 5\ln 5$. **C.** $I = \frac{5}{\ln 5}$. **D.** $I = \frac{4}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

$I = \int_0^1 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5}\Big|_0^1 = \frac{5}{\ln 5} - \frac{1}{\ln 5} = \frac{4}{\ln 5}$.

Câu 3. **(Đề CT BGD 2022 mã 103)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.** $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Bảng biến thiên đã cho phù hợp với hàm số dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a < 0$, nên chỉ có hàm $y = -x^3 + 3x$thỏa mãn.

Câu 4. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{0,9} x$. **B.** $y = (0,9)^x$. **C.** $y = \log_9 x$. **D.** $y = 9^x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = (0,9)^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có cơ số $a = 0,9 < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^2$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

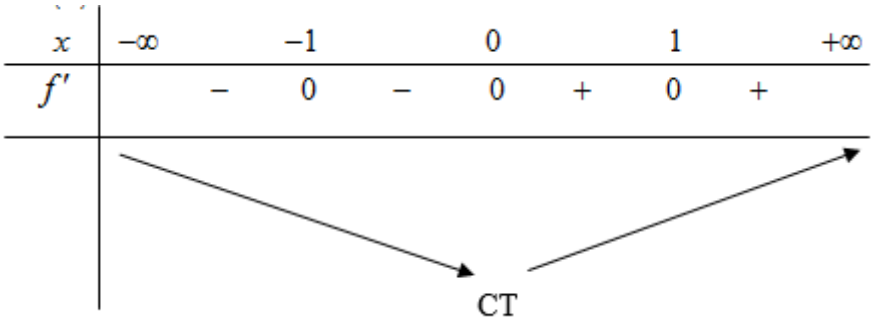
A. Không có điểm cực trị. **B.** Có đúng 1 điểm cực trị.

C. Có đúng 2 điểm cực trị. **D.** Có đúng 3 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$; $x = -1$; $x = 1$.



Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

C. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x, c\in(a\,;\,b)$. **D.** $\int_a^b f(x).\mathrm{g}(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\,.\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+6y+1=0$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $I(1;-3;0), R=\sqrt{11}$. **B.** $I(1;-3;0), R=3$.

C. $I(2;-6;0), R=40$. **D.** $I(-1;3;0), R=3$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+6y+1=0$ suy ra: $a=1; b=-3; c=0; d=1$.

Vì $a^2+b^2+c^2-d=1+9+0-1=9>0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu tâm $I(1;-3;0)$, bán kính $R=3$.

Câu 8. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\frac{3a}{2}$. **B.** $l=3a$. **C.** $l=\frac{\sqrt{5}a}{2}$. **D.** $l=2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi al$.

Mà $S_{xq}=3\pi a^2$, suy ra $\pi al=3\pi a^2\Leftrightarrow l=3a$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{-3x}>3^{-x+2}$.

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-\infty;-1)$. **C.** $S=(-1;0)$. **D.** $S=(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{-3x}>3^{-x+2}\Leftrightarrow -3x>-x+2\Leftrightarrow 2x<-2\Leftrightarrow x<-1$.

Câu 10. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{2x-1}$ là

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\frac{2-x}{2x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\frac{2-x}{2x-1}=-\infty$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** -4.

Lời giải

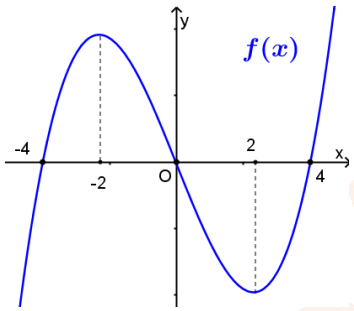
Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n).

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 \Leftrightarrow d = 8 - 2 = 6$.

Vậy $d = 6$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào trong 4 khoảng được cho dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-4;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của $w = (2 - i)\overline{z}$

A. -1. **B.** 5. **C.** 1. **D.** i.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = (2 - i)\overline{z} = (2 - i)(3 + 2i) = 8 + i$. Số phức liên hợp của w có phần ảo bằng -1.

Câu 14. Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. 21. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 7.

Vậy có C_7^3 tập con 3 phần tử của tập có 7 phần tử.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Tìm số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.

A. $z = \frac{7}{13} - \frac{4}{13}i$. **B.** $z = \frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$. **C.** $z = \frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$. **D.** $z = \frac{7}{13} + \frac{4}{13}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = \frac{2+i}{3-2i} = \frac{(2+i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{4+7i}{13} = \frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(3;-1;2)$. **B.** $\vec{n}(3;-1;0)$. **C.** $\vec{n}(3;0;-1)$. **D.** $\vec{n}(-3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}(3;0;-1)$.

Câu 17. Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các cạnh $2cm, 4cm, 7cm$ là

A. $56cm^3$. **B.** $36cm^3$. **C.** $48cm^3$. **D.** $24cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích của khối hộp chữ nhật có các cạnh $2cm, 4cm, 7cm$ là $V = 2.4.7 = 56(cm^3)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

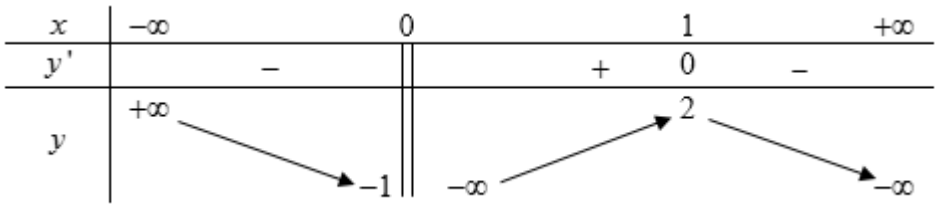
A. $\vec{u} = (1\,;\,1\,;\,4)$. **B.** $\vec{u} = (2\,;\,1\,;\,4)$. **C.** $\vec{u} = (1\,;\,1\,;\,1)$. **D.** $\vec{u} = (2\,;\,1\,;\,1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình của d ta thấy d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2\,;\,1\,;\,4)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại bằng 2 tại $x = 1$. Do đó hàm số đã cho có 1 cực trị.

Câu 20. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 4i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $Q(-3\,;\,-4)$. **B.** $P(3\,;\,4)$. **C.** $M(-3\,;\,4)$. **D.** $N(3\,;\,-4)$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 4i$ là $\bar{z} = 3 + 4i$.

Điểm biểu diễn của $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là $P(3\,;\,4)$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \sin x$ là

A. $3x^3 + \cos x + C$. **B.** $3x^3 - \cos x + C$. **C.** $x^3 + \cos x + C$. **D.** $x^3 - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

• Ta có: $\int (3x^2 - \sin x)\,dx = x^3 + \cos x + C$

Câu 22. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl = 3\pi a^2 \Rightarrow h = l = \frac{3\pi a^2}{2\pi a} \Rightarrow h = \frac{3}{2}a$.

Câu 23. Cho a, b là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log\frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log\frac{a}{b} = \log b - \log a$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$. **D.** $\log(ab) = \log a.\log b$.

Lời giải

Chọn C

Công thức đúng: $\log(ab) = \log a + \log b$; $\log\frac{a}{b} = \log a - \log b$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên trục Ox là điểm nào dưới đây?

A. $M(0;2;3)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;0;4)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Do điểm M thuộc trục Ox nên tọa độ có dạng $M(x;0;0)$

M là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ lên trục Ox: $\overrightarrow{AM} \perp \vec{i} \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

Vậy $M(2;0;0)$.

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$.

A. $R\backslash\{0\}$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** R. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$

Suy ra tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$

Câu 26. Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\frac{2x-3}{3x-1}$. **B.** $y=\frac{4x+1}{x+2}$.

C. $y=\frac{3x+4}{x-1}$. **D.** $y=\frac{-2x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Cho $x=0$ thay vào các hàm số trên ta thấy chỉ có hàm số ở đáp án D là được $y=-4<0$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π.Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$

C. $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

Lời giải

.

Chọn A

Ta có $h=d(I,(P))=1$

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến có bán kính r.

Vì $S=r^2.\pi=2\pi \Leftrightarrow r=\sqrt{2}$.

Mà $R^2=r^2+h^2=3 \Rightarrow R=\sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(0;-2;1)$ *và bán kính* $R=\sqrt{3}$.

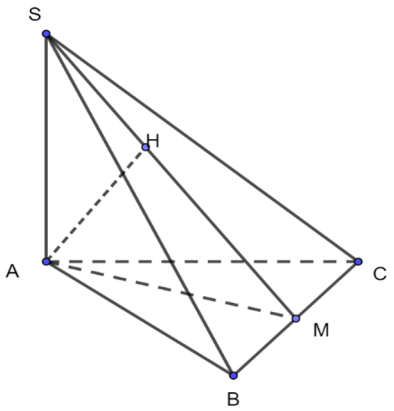
$(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ΔABC là tam giác đều cạnh a và tam giác SAB cân. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=\frac{2a}{\sqrt{7}}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC. Kẻ $AH \perp SM (H \in SM)$. (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA (SA \perp (ABC)) \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$. (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow h = AH$.

Vì ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì ΔSAB cân mà $SA \perp AB \Rightarrow SA = AB = a$.

Xét ΔSAM vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$

$\Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t. \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$. Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên véctơ $\vec{n} = (1;2;-3)$ cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng d. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $x^2 + 3x + C$. **B.** $2x^2 + C$.

C. $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn A

Họ nguyên hàm của $f(x) = 2x + 3$ là $\int (2x + 3)\mathrm{d}x = \int 2x\mathrm{d}x + \int 3\mathrm{d}x = x^2 + 3x + C$

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = -4 + 3i$, $z_3 = z_1.z_2$. Lựa chọn phương án đúng?

A. $|z_3| = 25$. **B.** $z_3 = |z_1|^2$. **C.** $\overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$. **D.** $z_1 = z_2$.

Lời giải

Ta có $z_3 = z_1.z_2 = -25$. Do đó $|z_3| = 25$.

$|z_1|^2 = 25 \neq z_3 \Rightarrow z_3 = |z_1|^2$ sai.

$\overline{z_1 + z_2} = -6i \neq z_1 + z_2 = 6i \Rightarrow \overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$ sai.

$z_1 = 4 + 3i \neq z_2 = -4 + 3i \Rightarrow z_1 = z_2$ sai.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$. Đặt $m = \min\limits_{(0;+\infty)} f(x)$, khi đó.

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $m=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$. Ta có

$f'(x)=\frac{-3}{x^4}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$.

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	0

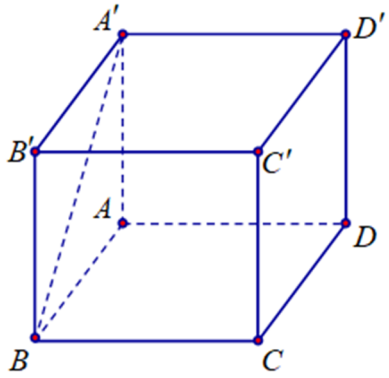
Vậy $m=\min\limits_{(0;+\infty)}f(x)=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C



Có $CD//AB\Rightarrow(BA',CD)=(BA',BA)=\widehat{ABA'}=45°$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 34. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Do $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)=\big(F(x)\big)'=(x^2)'=2x$. Suy ra $\int_1^3[1+f(x)]\mathrm{d}x=\int_1^3(1+2x)\mathrm{d}x=(x+x^2)|_1^3=10$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(\,nghiem\,kep)\\x=1(\,nghiemboi3)\\x=2(\,nghiemdon)\end{array}\right.$.

Vì dấu của $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua nghiệm bội lẻ và nghiệm đơn loại nghiệm $x=-1$ khi xét dấu$f'(x)$.

Lập BBT:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↘		↗		↘	

Từ BBT kết luận hàm số $y=f(x)$đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 36. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{37}{42}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{1}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Phép thử "Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách". Ta có $n(\Omega)=C_9^3=84$.

Biến cố A "3 quyển được lấy ra đều là sách Toán". Ta có $n(A)=C_4^3=4$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$.

Câu 37. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3^2(a^2)$ bằng

A. $4\log_3^2 a$. **B.** $2\log_3^2 a$. **C.** $2+\log_3^2 a$. **D.** $4+\log_3^2 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3^2(a^2)=[\log_3(a^2)]^2=(2\log_3 a)^2=4\log_3^2 a$.

Câu 38. Một khối chóp tam giác có cạnh đáy lần lượt là $3,\ 4,\ 5$ và có chiều cao là 6 có thể tích là

A. $V=72$. **B.** $V=18$. **C.** $V=36$. **D.** $V=12$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta nhận thấy $3^2+4^2=5^2$, vậy nên tam giác đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $3,\ 4$.

Vậy thể tích của khối chóp tam giác là: $V=\frac{1}{3}.h.S_{\Delta}=\frac{1}{3}.6.\frac{1}{2}.3.4=12$.

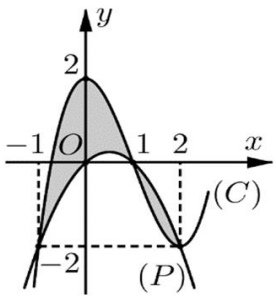
Cách 2:

Ta có diện tích của tam giác đáy khi biết ba cạnh tính bằng công thức herong là:

$S_{\Delta}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}=6$ (Trong đó) $p=\frac{3+4+5}{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp tam giác là: $V=\frac{1}{3}.h.S_{\Delta}=\frac{1}{3}.6.6=12$.

Câu 39. Hình phẳng (H) (phần tô đậm) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



Diện tích hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{7}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị (C) có phương trình dạng: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Parabol (P) có phương trình dạng: $y = mx^2 + nx + p$.

Đồ thị (C) đi qua điểm $(0;2)$ và (P) đi qua điểm $(0;0)$ nên $\begin{cases} 2 = d \\ 0 = p \end{cases}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P):

$$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow ax^3 + (b-m)x^2 + (c-n)x + 2 = 0(1).$$

Từ đồ thị ta có (C) và (P) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $-1; 1; 2$ nên

$$(1) \Leftrightarrow a(x+1)(x-1)(x-2) = 0(2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $2 = a \cdot (1) \cdot (-1) \cdot (-2) \Leftrightarrow a = 1$.

Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \int_{-1}^{2} |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}$.

Câu 40. **(Đề MH BGD 2017- L2)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $(-\infty; -1]$ **B.** $(-\infty; -1)$ **C.** $[-1; 1]$ **D.** $B(5; 6; 2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$\Leftrightarrow g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty)$. Ta có $g'(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↘	-1	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow m \leq -1$

Câu 41. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{16} x = \log_{20} y = \log_{25} \frac{2x-y}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{y}{x}$.

A. $T = -\frac{2}{3}$. **B.** $T = -\frac{3}{2}$. **C.** $T = \frac{2}{3}$. **D.** $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_{16} x = \log_{20} y = \log_{25} \frac{2x-y}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 16^t \\ y = 20^t \\ \frac{2x-y}{3} = 25^t \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{2.16^t-20^t}{3}=25^t \Leftrightarrow 2.16^t-20^t=3.25^t \Leftrightarrow 3.\left(\frac{5}{4}\right)^{2t}+\left(\frac{5}{4}\right)^t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{5}{4}\right)^t=\frac{2}{3}\ (N)\\ \left(\frac{5}{4}\right)^t=-1\ (L)\end{array}\right.$.

Vậy $\frac{y}{x}=\left(\frac{20}{16}\right)^t=\left(\frac{5}{4}\right)^t=\frac{2}{3}$.

Câu 42. Số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{1}{z+|z|}$ có phần thực bằng 1. Khi đó, a^2+b^2

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{1}{z+|z|}=\frac{1}{a+bi+\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}-bi}{\left(a+\sqrt{a^2+b^2}\right)^2+b^2}$

Vì phần thực của số phức $\frac{1}{z+|z|}$ bằng 1 nên ta có $\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{\left(a+\sqrt{a^2+b^2}\right)^2+b^2}=1$ (*)

Đặt $t=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow b^2=t^2-a^2$, khi đó (*) viết lại là

$\frac{a+t}{(a+t)^2+t^2-a^2}=1\Leftrightarrow\frac{a+t}{2t^2+2at}=1\Leftrightarrow\frac{1}{2t}=1\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}\Rightarrow a^2+b^2=\frac{1}{4}$

Câu 43. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-4x+3}{x+2}$, $y=0$ và hai đường thẳng $x=1, x=3$ bằng

A. $8-15.\ln\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{28}{25}-3.\ln\frac{5}{3}$. **C.** $8-5.\ln\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{2}-15.\ln\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-4x+3}{x+2}$, $y=0$ và hai đường thẳng $x=1, x=3$ bằng

$S=\int_1^3\left|\frac{x^2-4x+3}{x+2}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_1^3\frac{x^2-4x+3}{x+2}\mathrm{d}x\right|=\left|\int_1^3\left(x-6+\frac{15}{x+2}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\frac{x^2}{2}-6x+15\ln|x+2|\right|_1^3\Big|$

$=\left|-8+15.\ln\frac{5}{3}\right|=8-15.\ln\frac{5}{3}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $S=8-15.\ln\frac{5}{3}$.

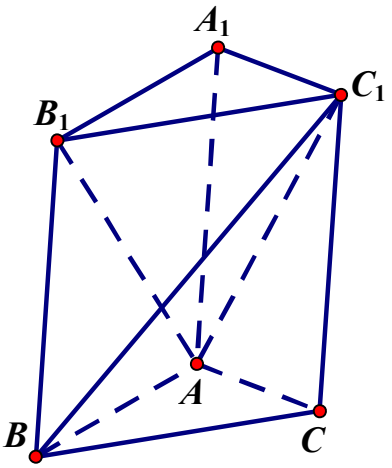
Câu 44. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. $\frac{14}{3}$. **B.** 28. **C.** 14. **D.** $\frac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi thể tích lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ là V.

Ta chia khối lăng trụ thành $ABC.A_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1) được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

Ta có $V_{C_1.ABC} = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{2}{3}V$

Mà $V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{1}{3}.S_{ABB_1A_1}.\mathrm{d}\big(A;(ABB_1A_1)\big) = \frac{1}{3}.4.7 = \frac{28}{3}$. Vậy $V = \frac{28}{3}.\frac{3}{2} = 14$

Câu 45. Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có nắp, có thể tích $16\pi\ (m^3)$. Tính bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $2.\sqrt[3]{2}\ (m)$. **B.** $\sqrt[3]{4}\ (m)$. **C.** $2\ (m)$. **D.** $2\sqrt{3}\ (m)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của hình trụ. Có $\pi r^2 h = 16\pi \Leftrightarrow \pi r h = \frac{16\pi}{r}$.

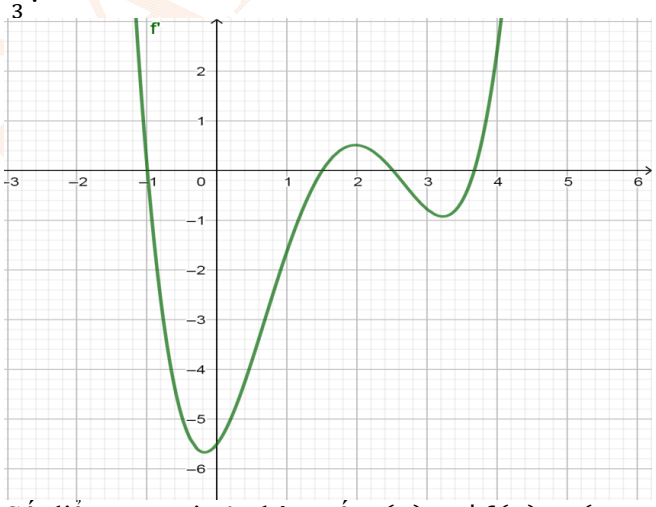
Diện tích toàn phần của bồn hình trụ có nắp bằng $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{32\pi}{r} + 2\pi r^2$.

Có $S_{tp} = \frac{16\pi}{r} + \frac{16\pi}{r} + 2\pi r^2 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{16\pi}{r}.\frac{16\pi}{r}.2\pi r^2} = 24\pi$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi $\frac{16\pi}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = 2$.

Vậy khi $r = 2$ thì $\min S_{tp} = 24\pi$, khi đó hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

Câu 46. Cho hàm số đa thức $f(x) = mx^5 + nx^4 + px^3 + qx^2 + hx + r$, $(m,n,p,q,h,r \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (như hình vẽ bên dưới) cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là -1; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{11}{3}$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x) - (m+n+p+q+h+r)|$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Vì $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{11}{3}$ là nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ nên:

$f'(x)=5mx^4+4nx^4+3px^2+2qx+h=5m(x+1)\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{11}{3}\right)$.

Suy ra $5mx^4+4nx^4+3px^2+2qx+h=5m\left(x^4-\frac{20}{3}x^3+\frac{43}{4}x^2+\frac{14}{3}x-\frac{55}{4}\right)$.

Đồng nhất hệ số, ta được $n=\frac{-25}{3}m;\ p=\frac{215}{12}m;\ q=\frac{35}{3}m;\ h=\frac{-275}{4}m$.

Suy ra $g(x)=\left|f(x)+\frac{93}{2}m-r\right|$

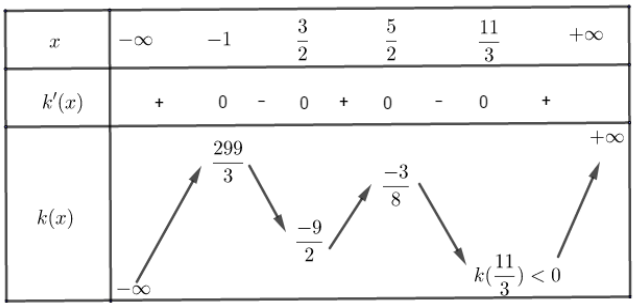
?Xét $h(x)=f(x)+\frac{93}{2}m-r$.

$\Rightarrow h'(x)=f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt, nên $h(x)$ có bốn cực trị.

?Xét $h(x)=0\Leftrightarrow mx^5-\frac{25}{4}mx^4+\frac{215}{12}mx^3+\frac{35}{3}mx^2-\frac{274}{4}mx+r=\frac{-93}{2}m+r$

$\Leftrightarrow x^5-\frac{25}{4}x^4+\frac{215}{12}x^3+\frac{35}{3}x^2-\frac{274}{4}x+\frac{93}{2}=0$.

Đặt $k(x)=x^5-\frac{25}{4}x^4+\frac{215}{12}x^3+\frac{35}{3}x^2-\frac{274}{4}x+\frac{93}{2}$.



Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $h(x)=0\Leftrightarrow k(x)=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 7 cực trị.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=(2x^2+y)(2y^2+x)+9xy$.

A. $P_{\max}=27$. **B.** $P_{\max}=12$. **C.** $P_{\max}=\frac{27}{2}$. **D.** $P_{\max}=18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4=2^x+2^y\geq 2\sqrt{2^{x+y}}\Leftrightarrow 4\geq 2^{x+y}\Leftrightarrow x+y\leq 2$.

Suy ra $xy\leq\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\leq 1$.

Khi đó $P=(2x^2+y)(2y^2+x)+9xy=2(x^3+y^3)+4x^2y^2+10xy$.

$P=2(x+y)[(x+y)^2-3xy]+(2xy)^2+10xy\leq 4(4-3xy)+4x^2y^2+10xy=16+2x^2y^2+2xy(xy-1)\leq 18$

Vậy $P_{\max}=18$ khi $x=y=1$.

Câu 48. Một bồn nước **Inox SONHA®** ngang có hai đầu bồn là hình phẳng elip. Thể tích tối đa khi đóng nắp bồn là $V_1=3000$ lít. Bồn có chiều dài bằng $l=2{,}0$ m và gấp 2 lần chiều cao của bồn. Để nước bơm tự động vào bồn, người ta lắp một phao điện sao cho mực nước trong bồn cao $h=0{,}75$ m so với điểm thấp nhất trong đáy bồn thì phao đóng không cho nước chảy vào bồn. Tính thể tích nước trong bồn khi phao đóng *(bỏ qua độ dày của bồn nước và kết quả làm tròn đến phần trăm)*.



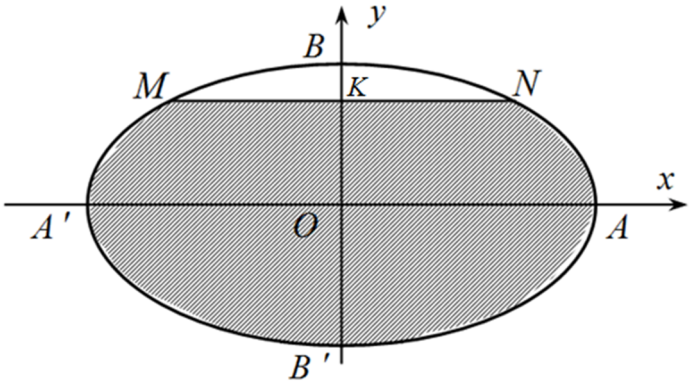
A. $V = 2.41\ \text{m}^3$. **B.** $V = 2.43\ \text{m}^3$. **C.** $V = 2.40\ \text{m}^3$. **D.** $V = 2.44\ \text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có 3000 lít $= 3\ \text{m}^3$.

Xét thiết diện ngang của bồn nước là hình elip (E) có độ dài trục lớn là $2a$, độ dài trục nhỏ là $2b$ và chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Độ dài $BB' = 1$ m là chiều cao của bồn nước, suy ra độ dài trục nhỏ của (E) là $2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ (m).

Ta có: $V_1 = \pi.a.b.l \Rightarrow a = \frac{V_1}{\pi.b.l} = \frac{3}{\pi.0{,}5.2} = \frac{3}{\pi}$ (m).

Vậy phương trình của Elip là:

$\frac{x^2}{\frac{9}{\pi^2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{x^2}{\frac{9}{\pi^2}}\right) = \frac{1}{36}(9 - x^2\pi^2) \Rightarrow y = \pm\frac{1}{6}\sqrt{9 - x^2\pi^2}$.

Khi phao điện đóng, mực nước trong bồn là $MN \Rightarrow OK = OB - BK = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25 = \frac{1}{4}$.

Vì MN song song với trục Ox nên ta có phương trình MN là $y = \frac{1}{4}$.

Hoành độ điểm M, N thỏa mãn phương trình :

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{36}(9 - x^2\pi^2) \Leftrightarrow x^2 = \frac{27}{4\pi^2} \Rightarrow x = \pm\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \Rightarrow x_M = -\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}; x_N = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$.

Phần diện tích S_2 giới hạn bởi (E) đi qua điểm B và đường thẳng MN là:

$S_2 = \int_{-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \left(\frac{1}{6}\sqrt{9 - x^2\pi^2} - \frac{1}{4}\right) \mathrm{d}x = \frac{\pi}{6}\int_{-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \sqrt{\left(\frac{3}{\pi}\right)^2 - x^2}\mathrm{d}x - \frac{1}{4}x\Big|_{-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} = \frac{\pi}{6}.I - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$.

Xét: $I = \int_{-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \sqrt{\left(\frac{3}{\pi}\right)^2 - x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x = \frac{3}{\pi}\sin t \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{3}{\pi}\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: Khi $x = -\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$ thì $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{3}$;

Khi $x = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$ thì $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$.

Khi đó:

$I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3}{\pi}.\frac{3}{\pi}\cos^2 t\mathrm{d}t = \frac{9}{2\pi^2}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1 + \cos 2t)\mathrm{d}t = \frac{9}{2\pi^2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{9}{2\pi^2}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) - \frac{9}{2\pi^2}\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3}{\pi} + \frac{9\sqrt{3}}{4\pi^2}$.

Vậy $S_2 = \frac{\pi}{6}\left(\frac{3}{\pi} + \frac{9\sqrt{3}}{4\pi^2}\right) - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}$.

Thể tích phần không gian **không** chứa nước khi phao đóng là: $V_2 = S_2.l = 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$.

Vậy thể tích nước cần tìm là: $V = V_1 - V_2 = 3 - \left(1 - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right) \approx 2.41$ (m^3).

Câu 49. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$, $|z_1 - z_2| = \sqrt{37}$. Xét số phức $z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi$.

Tìm $|b|$.

A. $|b| = \frac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $|b| = \frac{3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $|b| = \frac{\sqrt{39}}{8}$. **D.** $|b| = \frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = x + yi$, $z_2 = c + di$ $(x, y, c, d \in \mathbb{R})$. Ta có: $|z_1| = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 9$; $|z_2| = 4 \Rightarrow c^2 + d^2 = 16$

$|z_1 - z_2| = \sqrt{37} \Rightarrow (x-c)^2 + (y-d)^2 = 37 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + c^2 + d^2 - 2xc - 2yd = 37 \Leftrightarrow xc + yd = -6$.

Lại có: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{x+yi}{c+di} = \frac{(x+yi)(c-di)}{c^2+d^2} = \frac{xc + yd + (yc - xd)i}{c^2+d^2} = \frac{xc+yd}{c^2+d^2} + \frac{yc-xd}{c^2+d^2}i = a + bi$

$= -\frac{3}{8} + bi$.

Mà $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{3}{4} = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{16} - \left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{27}{64} \Rightarrow b = \pm\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Vậy: $|b| = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

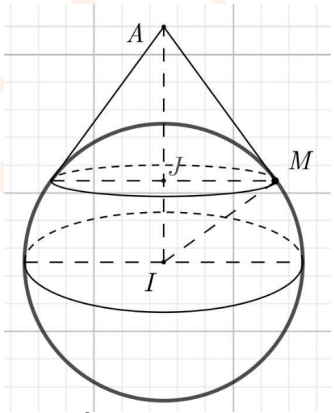
Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$ và điểm $A(m; m; 2)$ nằm ngoài mặt cầu. Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S), gọi (P_m) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết (P_m) luôn đi qua một đường thẳng d cố định, phương trình đường thẳng d là

A. $(d): \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = 2 \end{cases}$ **B.** $(d): \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = -2 \end{cases}$ **C.** $(d): \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = -1 \end{cases}$ **D.** $(d): \begin{cases} x = t \\ y = 2t. \\ z = 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -2)$, bán kính $R = 4$. Mặt cầu đường kính AI có tâm là trung điểm $H\left(\frac{m}{2}; \frac{m}{2}; 0\right)$ của AI và bán kính $R' = \frac{AI}{2} = \frac{\sqrt{2m^2+16}}{2}$ có phương trình là:

(S'): $\left(x-\frac{m}{2}\right)^2+\left(y-\frac{m}{2}\right)^2+z^2=\frac{2m^2+16}{4}\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-mx-my=4.$

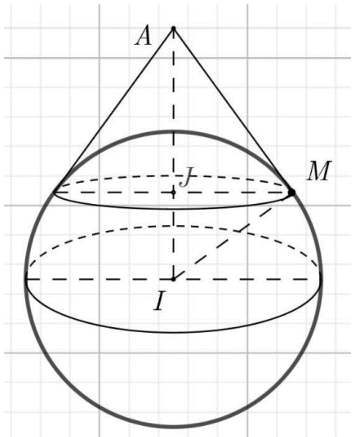
Khi đó các tiếp điểm kẻ từ A đến mặt cầu (S) nằm trên (S') do đó tọa độ các tiếp điểm thỏa mãn hệ phương trình sau:

$\begin{cases}x^2+y^2+z^2+4z-12=0\\x^2+y^2+z^2-mx-my-4=0\end{cases}\Rightarrow mx+my+4z-8=0.$

Do đó mặt phẳng (P_m) có phương trình: $mx+my+4z-8=0.$

Đường thẳng cố định của (P_m) có dạng $\begin{cases}x+y=0\\4z-8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2\end{cases}$

Cách 2:



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;\,0;\,-2)$, bán kính $R=4$. Mặt cầu tâm $A(m;\,m;\,2)$ bán kính $AM=\sqrt{AI^2-R^2}=\sqrt{2m^2}$ có phương trình:

(S'): $(x-m)^2+(y-m)^2+(z-2)^2=2m^2\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2mx-2my-4z+4=0.$

(P_m) là giao của mặt cầu (S) và (S'):

$\begin{cases}x^2+y^2+z^2+4z-12=0\\x^2+y^2+z^2-2mx-2my-4z+4=0\end{cases}\Rightarrow mx+my+4z-8=0.$

Đường thẳng cố định của (P_m) có dạng $\begin{cases}x+y=0\\4z-8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=t\\y=-t.\\z=2\end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 009

Câu 1. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một một bông)?
A. 15. **B.** 720. **C.** 60. **D.** 10.

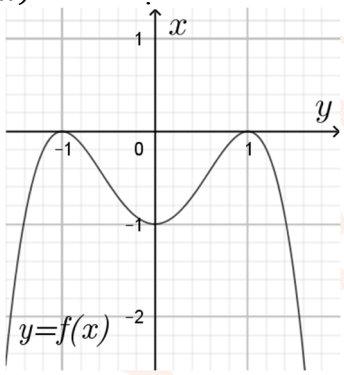
Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?
A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{2}{3}}x$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=\log_{\frac{5}{2}}x$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=3$, diện tích đáy $B=16$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho?
A. $V=16$. **B.** $V=24$. **C.** $V=48$. **D.** $V=12$.

Câu 4. Cho a,b,c là các số thực dương và $a\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\log_a(b+c)=\log_a b.\log_a c$. **B.** $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.
C. $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a(b.c)=\log_a b.\log_a c$.

Câu 5. Mô đun của số phức $5+2i-(1+i)^6$ bằng
A. $3\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ là
A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z+5=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là
A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của Δ là
A. $(3\,;-2\,;-1)$. **B.** $(-3\,;2\,;0)$. **C.** $(-1\,;2\,;-1)$. **D.** $(1\,;-2\,;1)$.

Câu 10. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng
A. $2\sqrt{h^2-R^2}$. **B.** $2\sqrt{h^2+R^2}$. **C.** $\sqrt{h^2-R^2}$. **D.** $\sqrt{h^2+R^2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1;0;2)$. **B.** $(1;0;2)$. **C.** $(-1;0;-2)$. **D.** $(1;0;-2)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{2}}$ là
A. $[2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 13. Điểm biểu diễn của số phức $z=-3+4i$ có toạ độ là
A. $(-3;-4)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(3;-4)$. **D.** $(-3;4)$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_3(4-x)=2$ là
A. -1. **B.** -2. **C.** -4. **D.** -5.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=1+i$. Số phức $w=z_1+z_2$
A. $3-2i$. **B.** $3+4i$. **C.** $-1+4i$. **D.** $3+2i$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là
A. $M(2\,;\,1\,;\,0)$. **B.** $M(2\,;\,0\,;\,1)$. **C.** $M(0\,;\,2\,;\,1)$. **D.** $M(1\,;\,2\,;\,0)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
A. 2. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x+1}-\frac{1}{3}>0$.
A. $S=(-1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Câu 19. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng
A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=11$ và công sai $d=3$. Giá trị của 7 bằng
A. 14. **B.** 33. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** 8.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Kết quả nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=-x^4+6x^2-7$. **B.** $y=-x^3+6x^2-7$.
C. $y=-x^3+6x^2-9x+2$. **D.** $y=x^3-6x^2+9x-2$.

Câu 22. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4), x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.
C. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 24. Hàm số $F(x)=2\sin x-3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.
A. $f(x)=-2\cos x-3\sin x$. **B.** $f(x)=-2\cos x+3\sin x$.
C. $f(x)=2\cos x-3\sin x$. **D.** $f(x)=2\cos x+3\sin x$.

Câu 25. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1\,;\,2\,;\,3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-4y+7z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=2-4t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=2+3t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=3+t\\y=-4+2t\\z=7+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 28. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2}b^6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $27\log_a b$. **B.** $P=6\log_a b$. **C.** $9\log_a b$. **D.** $15\log_a b$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z+(2+i)^2=4+3i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{28}{5}$. **D.** $\frac{14}{5}$.

Câu 31. Nếu $\int_1^6 f(x)dx=3$ và $\int_1^9 f(x)dx=8$ thì $\int_6^9 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Trong một túi có 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ; lấy ngẫu nhiên từ đó ra hai viên bi. Khi đó xác suất để lấy được ít nhất một viên bị xanh là:

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{8}{11}$. **C.** $\frac{9}{11}$. **D.** $\frac{2}{11}$.

Câu 33. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên hai lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi. **B.** Giảm đi hai lần.

C. Tăng lên 8 lần. **D.** Tăng lên hai lần.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+3)(x-4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là $I(0;0;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-2x+z+8=0$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+1)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z-1)^2=9$.

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=3$. **D.** $x^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^x}{2\ln 5}-\frac{5.2^x}{\ln 2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{5^x}{2\ln 5}+\frac{5.2^x}{\ln 2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{2}{5^x.\ln 5}+\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{5^x.\ln 5}-\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+C$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số thực m để hàm số $y=-x^3+3x^2+(m-1)x+2m-3$ đồng biến trên đoạn có độ dài lớn hơn 1?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 40. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2(3x)+\log_3(9x)-7=0$ bằng

A. $\frac{244}{3}$. **B.** 84. **C.** $\frac{28}{81}$. **D.** $\frac{244}{81}$.

Câu 41. Cho các số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1+z_2|=1$. Tính $T=|z_1-z_2|$.

A. 1. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 0.

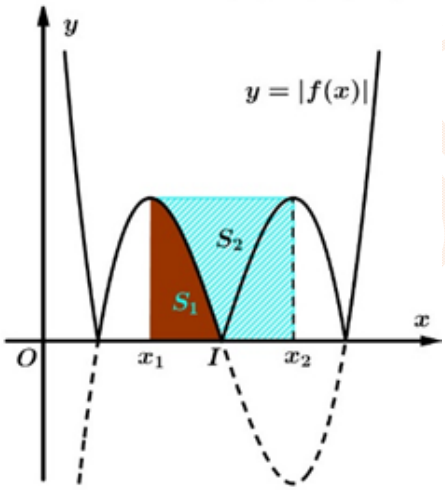
Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 43. Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

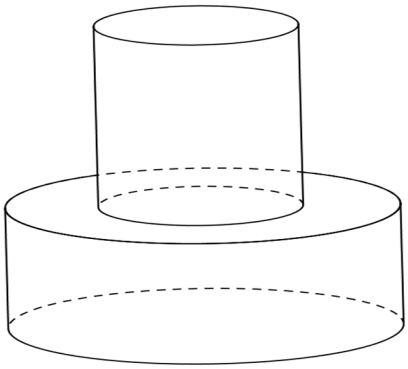
A. $b=\frac{5}{4}$. **B.** $b=\frac{5}{3}$. **C.** $b=\frac{5}{2}$. **D.** $b=\frac{5}{6}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=|f(x)|$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ, với $f(x)$ là hàm số bậc ba. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_1; x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi S_1,S_2 là diện tích của hai hình phẳng được tô trong hình vẽ dưới đây. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



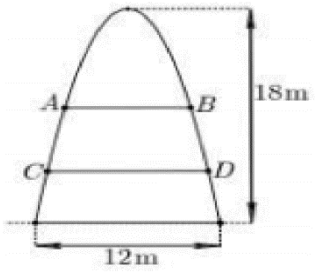
A. $\frac{5}{21}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Câu 45. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=\frac{1}{2}r_1$, $h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30 (cm^3), thể tích khối trụ (H_1) bằng



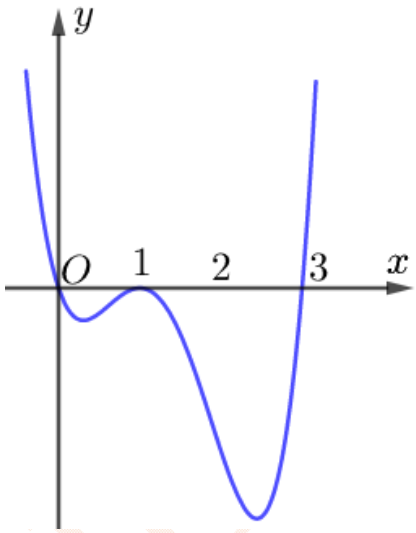
A. 20 (cm^3). **B.** 10 (cm^3). **C.** 24 (cm^3). **D.** 15 (cm^3).

Câu 46. Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang, đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên dưới). Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Tìm m để hàm số $y=f(x^2+m)$ có 3 điểm cực trị.



A. $m\in(3;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)$. **C.** $m\in[0;3]$. **D.** $m\in[0;3)$.

Câu 48. Xét các số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$ Tính $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=8$. **B.** $P=4$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10$.

Câu 49. Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $3a-4>b>0$. Tính tổng $S=a+2b$ khi biểu thức $P=\log_a\left(\frac{a^3}{4b}\right)+\frac{3}{16}\left(\log_{\frac{3a}{4+b}}a\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $S=10$. **B.** $S=11$. **C.** $S=12$. **D.** $S=8$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	B	C	A	A	A	A	D	A	C	D	D	A	C	D	D	B	A	C	B	C	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	B	B	B	B	B	A	D	B	A	C	C	B	D	B	A	A	C	A	B	D	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một một bông)?

A. 15. **B.** 720. **C.** 60. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Số cách cắm 3 bông hoa vào ba lọ hoa khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Suy ra có $A_5^3 = 60$ cách.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \ln x$. **B.** $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. **C.** $y = \log x$. **D.** $y = \log_{\frac{5}{2}} x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên tập xác định khi $0 < a < 1$.

Vậy hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 3$, diện tích đáy $B = 16$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho?

A. $V = 16$. **B.** $V = 24$. **C.** $V = 48$. **D.** $V = 12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = B.h = 16.3 = 48$.

Câu 4. Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(b + c) = \log_a b . \log_a c$. **B.** $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$. **D.** $\log_a(b.c) = \log_a b . \log_a c$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của logarit thì ta có đáp án đúng là C

Câu 5. Mô đun của số phức $5 + 2i - (1 + i)^6$ bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

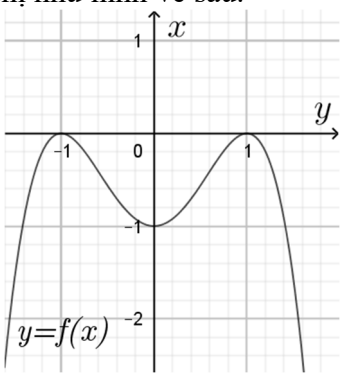
Lời giải

Chọn C

Ta có $5 + 2i - (1 + i)^6 = 5 + 2i - [(1 + i)^2]^3 = 5 + 2i - (2i)^3 = 5 + 2i + 8i = 5 + 10i$

$\Rightarrow |5 + 2i - (1 + i)^6| = |5 + 10i| = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+5=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $(3\ ;-2\ ;-1)$. **B.** $(-3\ ;\ 2\ ;\ 0)$. **C.** $(-1\ ;\ 2\ ;-1)$. **D.** $(1\ ;-2\ ;\ 1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình chính tắc của Δ, ta có vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-3\ ;\ 2\ ;\ 1)$.

Suy ra $-\vec{u}=(3\ ;-2\ ;-1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.

Câu 10. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $2\sqrt{h^2-R^2}$. **B.** $2\sqrt{h^2+R^2}$. **C.** $\sqrt{h^2-R^2}$. **D.** $\sqrt{h^2+R^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đường sinh $l=\sqrt{h^2+R^2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;0;2)$. **B.** $(1;0;2)$. **C.** $(-1;0;-2)$. **D.** $(1;0;-2)$.

Lời giải

Ta có tâm của (S) là $I(-1;0;2)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{2}}$.

Điều kiện xác định $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(-\infty;2)$.

Câu 13. Điểm biểu diễn của số phức $z=-3+4i$ có toạ độ là

A. $(-3;-4)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(3;-4)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=-3+4i$ nên điểm biểu diễn của số phức z là $(-3;4)$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_3(4-x)=2$ là

A. -1. **B.** -2. **C.** -4. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của phương trình: $4-x>0 \Leftrightarrow x<4$.

Với điều kiện trên ta có

$\log_3(4-x)=2 \Leftrightarrow 4-x=3^2 \Leftrightarrow x=-5$ (TMĐK).

Vậy phương trình có một nghiệm $x=-5$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=1+i$. Số phức $w=z_1+z_2$

A. $3-2i$. **B.** $3+4i$. **C.** $-1+4i$. **D.** $3+2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=z_1+z_2=(2-3i)+(1+i)=3-2i$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M(2\,;\,1\,;\,0)$. **B.** $M(2\,;\,0\,;\,1)$. **C.** $M(0\,;\,2\,;\,1)$. **D.** $M(1\,;\,2\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$ nên tọa độ điểm M là $M(0;2;1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x_{CD}=3$ và $y_{CD}=1$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x+1}-\frac{1}{3}>0$.

A. $S=(-1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$3^{x+1}-\frac{1}{3}>0 \Leftrightarrow x+1>-1 \Leftrightarrow x>-2$.

Câu 19. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B

$S_{xq}=2\pi rl \Rightarrow l=\frac{S_{xq}}{2\pi r}=\frac{2\pi a^2}{2\pi a}=a$.

Câu 20. **(Đề CT BGD 2020 mã 101 - Đợt 2)]** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=11$ và công sai $d=3$. Giá trị của 7 bằng

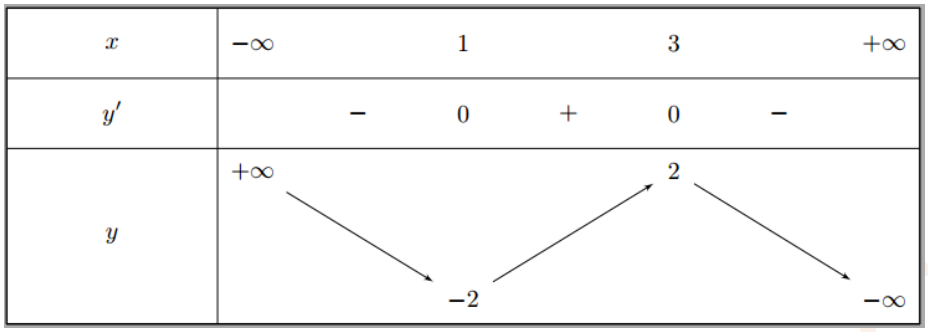
A. 14. **B.** 33. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1 + d = 11 + 3 = 14$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Kết quả nào sau đây đúng?



A. $y = -x^4 + 6x^2 - 7$. **B.** $y = -x^3 + 6x^2 - 7$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$. **D.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có hệ số $a < 0$, nên chọn A hoặc D.
Ở đáp án D, thay $x = 3$ suy ra $y = 20$ nên loại D.

Câu 22. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 6$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 4)$, $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -2$.

C. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **D.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 24. Hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.

A. $f(x) = -2\cos x - 3\sin x$. **B.** $f(x) = -2\cos x + 3\sin x$.

C. $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$. **D.** $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\big(F(x)\big)' = (2\sin x - 3\cos x)' = 2\cos x + 3\sin x$.

Vậy hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$.

Câu 25. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = -3$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = -3 - 1 = -4$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -1 + \sqrt{3}. \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{array}\right.$

Do đó số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1\ ;\ 2\ ;\ 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\vec{n}_p = (3; -4; 7)$.

Vì $\begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ A \in (\Delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta = \vec{n}_p = (3; -4; 7) \\ A(1; 2; 3) \in (\Delta) \end{cases} \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 28. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $27\log_a b$. **B.** $P = 6\log_a b$. **C.** $9\log_a b$. **D.** $15\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

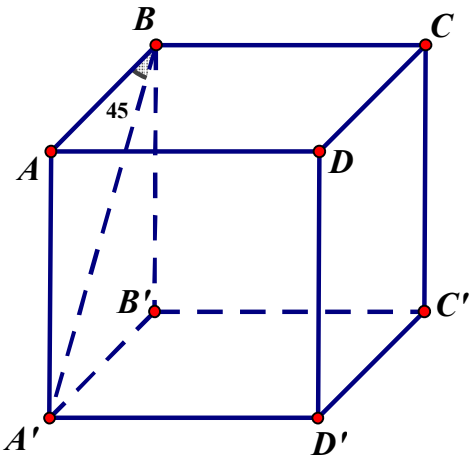
$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + 3\log_a b = 6\log_a b$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $CD // AB \Rightarrow (CD; BA') = (AB; BA') = \widehat{ABA'} = 45°$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z + (2 + i)^2 = 4 + 3i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{28}{5}$. **D.** $\frac{14}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1-2i)z+(2+i)^2=4+3i \Leftrightarrow z=\frac{4+3i-(2+i)^2}{(1-2i)}=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$.

$\Rightarrow \overline{z}=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i \Rightarrow$ Số phức $\overline{z}$ có phần thực là $\frac{3}{5}$, phần ảo là $-\frac{1}{5}$.

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là $\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{5}$.

Câu 31. Nếu $\int_1^6 f(x)dx=3$ và $\int_1^9 f(x)dx=8$ thì $\int_6^9 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^9 f(x)dx=\int_1^6 f(x)dx+\int_6^9 f(x)dx \Rightarrow \int_6^9 f(x)dx=\int_1^9 f(x)dx-\int_1^6 f(x)dx=8-3=5$

Câu 32. Trong một túi có 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ; lấy ngẫu nhiên từ đó ra hai viên bi. Khi đó xác suất để lấy được ít nhất một viên bị xanh là:

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{8}{11}$. **C.** $\frac{9}{11}$. **D.** $\frac{2}{11}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Chọn 2 viên bi từ hộp có 11 viên bi có C_{11}^2 cách.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^2$.

◆ Gọi A là biến cố: "Chọn được ít nhất một viên bi xanh".

Khi đó $\overline{A}$: "Cả hai viên bi được chọn màu đỏ".

Ta có $n(\overline{A})=C_6^2$.

◆ $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_6^2}{C_{11}^2}=\frac{8}{11}$.

Câu 33. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên hai lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi. **B.** Giảm đi hai lần.

C. Tăng lên 8 lần. **D.** Tăng lên hai lần.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp ban đầu là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}ab\sin C.h$.

Thể tích khối chóp sau khi tăng độ dài cạnh đáy của khối chóp lên hai lần và giảm chiều cao của hình chóp đi 4 lần là $V'=\frac{1}{3}B'h'=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}2a.2b.\sin C.\frac{h}{4}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}ab\sin C.h=V$.Vậy thể tích khối chóp không thay đổi.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+3)(x-4)^2$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\\x=4\end{array}\right.$ ($x=0$; $x=4$ là nghiệm kép và $x=-3$ là nghiệm đơn).

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là $I(0;0;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α): $2x - 2x + z + 8 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$. **B.** $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. **D.** $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu (S) là khoảng cách từ $I(0;0;1)$ đến (α): $2x - 2x + z + 8 = 0$

$R = d\big(I,(\alpha)\big) = 3$.

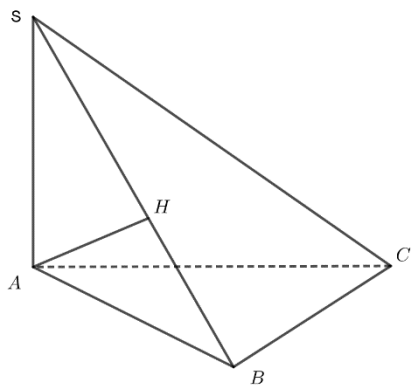
Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(0;0;1)$ bán kính $R = 3$ là $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Kẻ $AH \perp SB$

$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d\big(A;(SBC)\big) = AH$

ΔSAB vuông tại A có $AH \perp SB$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$ là

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$.

$f'(x) = \frac{2(x-1)(x-2)}{(x-1)^4}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
f'		$+$		$-$	0	$+$	
f	3	↗	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2	↗	3

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^x}{2\ln 5}-\frac{5.2^x}{\ln 2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{5^x}{2\ln 5}+\frac{5.2^x}{\ln 2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{2}{5^x.\ln 5}+\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{5^x.\ln 5}-\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}=\frac{2.2^x-\frac{1}{5}.5^x}{10^x}=2.\left(\frac{1}{5}\right)^x-\frac{1}{5}.\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$\Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x=\int\left[2.\left(\frac{1}{5}\right)^x-\frac{1}{5}.\left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x=2.\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^x}{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}-\frac{1}{5}.\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}=-\frac{2}{5^x.\ln 5}+\frac{1}{5.2^x.\ln 2}+C$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số thực m để hàm số $y=-x^3+3x^2+(m-1)x+2m-3$ đồng biến trên đoạn có độ dài lớn hơn 1?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=-x^3+3x^2+(m-1)x+2m-3\Rightarrow y'=-3x^2+6x+m-1$.

Nếu $\Delta_{y'}\le 0$ thì hàm số luôn nghịch biến.

Nếu $\Delta_{y'}>0$ thì hàm số đồng biến trên $[x_1;x_2]$ với $x_1,x_2(x_1<x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $y'=0$.

Do vậy, hàm số đồng biến trên đoạn có độ dài lớn hơn 1 khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $|x_1-x_2|>1$.

+) $\Delta_{y'}>0\Leftrightarrow 9+3(m-1)>0\Leftrightarrow m>-2$ (1)

+) Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1x_2=\frac{m-1}{-3}\end{cases}$

+) $|x_1-x_2|>1\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2>1\Leftrightarrow 4+\frac{4(m-1)}{3}>1\Leftrightarrow m>-\frac{5}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $m>-\frac{5}{4}$ mà m nguyên âm do đó $m=-1$.

Câu 40. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2(3x)+\log_3(9x)-7=0$ bằng

A. $\frac{244}{3}$. **B.** 84. **C.** $\frac{28}{81}$. **D.** $\frac{244}{81}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$.

Ta có

$\log_2^2(3x)+\log_3(9x)-7=0\Leftrightarrow(1+\log_3 x)^2+2+\log_3 x-7=0\Leftrightarrow\log_3^2 x+3\log_3 x-4=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\\log_3 x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\frac{1}{81}\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{244}{81}$.

Câu 41. Cho các số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1+z_2|=1$. Tính $T=|z_1-z_2|$.

A. 1. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z_1=a+bi(a.b\in\mathbb{R}),z_2=c+di(c,d\in\mathbb{R})$

Khi đó ta có $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i$, $z_1-z_2=(a-c)+(b-d)i$.

Theo giả thiết ta có: $|z_1| = \sqrt{a^2+b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 = 1$, $|z_2| = \sqrt{c^2+d^2} = 1 \Leftrightarrow c^2+d^2 = 1$

và $|z_1+z_2| = \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2} = 1 \Leftrightarrow |z_1+z_2|^2 = (a+c)^2+(b+d)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2+c^2+b^2+d^2+2ac+2bd = 1 \Leftrightarrow 2ac+2bd = -1$.

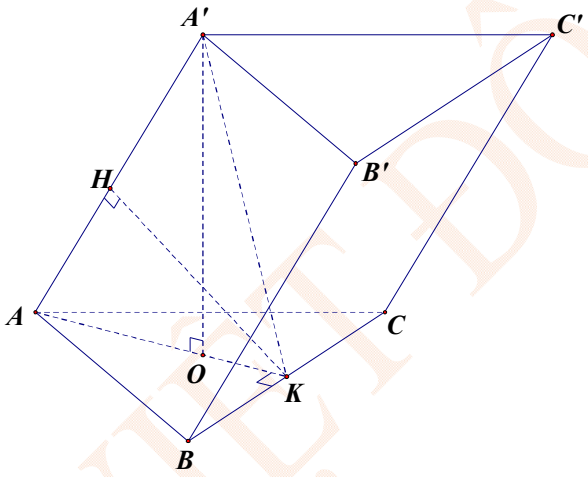
Xét $|z_1-z_2|^2 = (a-c)^2+(b-d)^2 = a^2+c^2+b^2+d^2-2ac-2bd = 3 \Rightarrow |z_1-z_2| = \sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC và $K = AO \cap BC$.

Dựng $KH \perp AA'$ $(H \in AA')$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'K) \Rightarrow BC \perp HK$.

Khi đó: $d(AA'; BC) = HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác AHK vuông tại H: $AH = \sqrt{AK^2-HK^2} = \frac{3a}{4}$ và $\tan\widehat{HAK} = \frac{HK}{AH}$

Tam giác $A'AO$ vuông tại O: $\tan\widehat{A'AO} = \frac{A'O}{AO}$.

Suy ra $\frac{HK}{AH} = \frac{A'O}{AO} \Rightarrow A'O = \frac{a}{3}$.

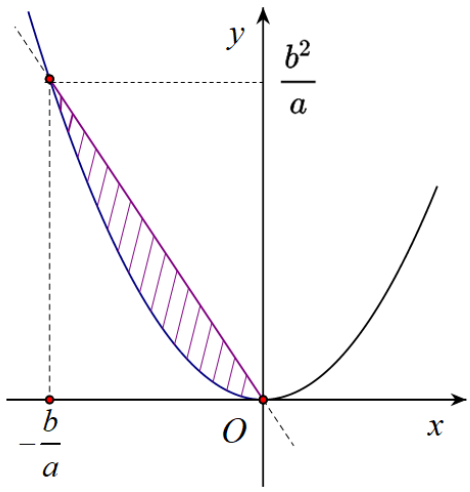
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'O.S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 43. Cho a, b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = ax^2$ và đường thẳng $y = -bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1 = V_2$.

A. $b = \frac{5}{4}$. **B.** $b = \frac{5}{3}$. **C.** $b = \frac{5}{2}$. **D.** $b = \frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng đã cho là $ax^2 = -bx$.

Do $ax^2 = -bx \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{bmatrix}$ nên các giao điểm là O và $M\left(-\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a}\right)$

(Tham khảo hình vẽ kèm theo)

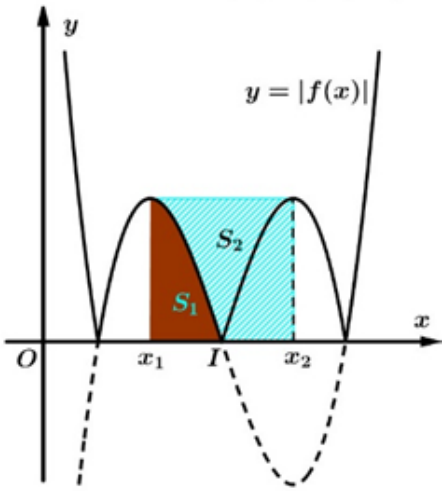
Đến đây ta có:

$+ V_1 = \pi \int_{-\frac{b}{a}}^{0} (-bx)^2 dx - \pi \int_{-\frac{b}{a}}^{0} (ax^2)^2 dx = \pi b^2 . \frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{b}{a}}^{0} - \pi a^2 . \frac{x^5}{5}\Big|_{-\frac{b}{a}}^{0} = \frac{2\pi b^5}{15a^3}$ (đơn vị thể tích).

$+ V_2 = \pi \int_0^{\frac{b^2}{a}} \left(-\sqrt{\frac{y}{a}}\right)^2 dy - \pi \int_0^{\frac{b^2}{a}} \left(-\frac{y}{b}\right)^2 dy = \pi \frac{y^2}{2a}\Big|_0^{\frac{b^2}{a}} - \pi \frac{y^3}{3b^2}\Big|_0^{\frac{b^2}{a}} = \frac{\pi b^4}{6a^3}$ (đơn vị thể tích)

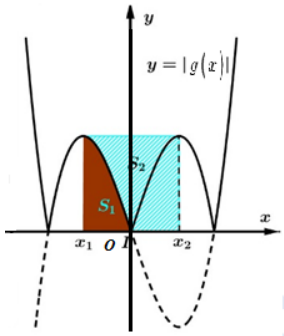
Do vậy $V_1 = V_2 \Leftrightarrow \frac{2\pi b^5}{15a^3} = \frac{\pi b^4}{6a^3} \Leftrightarrow b = \frac{5}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = |f(x)|$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ, với $f(x)$ là hàm số bậc ba. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_1; x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng được tô trong hình vẽ dưới đây. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{5}{21}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Lời giải



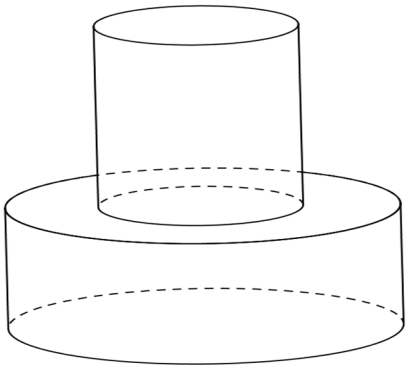
Kết quả bài toán không thay đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái sao cho $I \equiv O$. Khi đó chọn đồ thị hàm số $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khi đó dễ thấy $g(x)$ lẻ nên $b = d = 0$ và $g(x) = ax^3 + cx$ có hai điểm cực trị tương ứng là $-1;\ 1$, cũng là nghiệm của $3ax^2 + c = 0$. Do đó $g(x) = a(x^3 - 3x), a > 0$.

$S_1 + S_2 = |2g(-1)| = 4a.$

$S_1 = a\int_{-1}^{0}|x^3 - 3x|dx = \frac{5}{4}a \Rightarrow S_2 = \frac{11}{4}a.$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{11}$.

Câu 45. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\ (\text{cm}^3)$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. $20\ (\text{cm}^3)$. **B.** $10\ (\text{cm}^3)$. **C.** $24\ (\text{cm}^3)$. **D.** $15\ (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn A

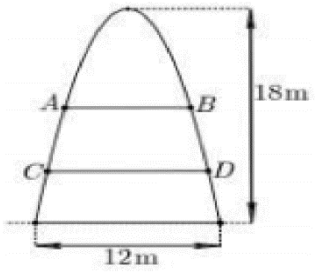
Gọi thể tích của khối trụ (H_1) là $V_1 = \pi r_1^2 h_1$, thể tích của khối trụ (H_2) là $V_2 = \pi r_2^2 h_2$.

Suy ra $V_2 = \pi\left(\frac{1}{2}r_1\right)^2 . 2h_1 = \frac{1}{2}V_1$.

Theo bài ra ta có có $V_1 + V_2 = 30\ (\text{cm}^3) \Leftrightarrow 3V_2 = 30\ (\text{cm}^3)$.

Do đó ta có thể tích hai khối trụ lần lượt là $V_1 = 20\ (\text{cm}^3)$, $V_2 = 10\ (\text{cm}^3)$.

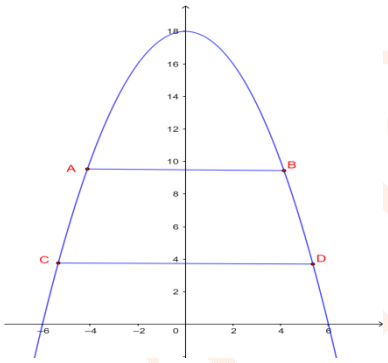
Câu 46. Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao $18\ m$, chiều rộng chân đế $12\ m$. Người ta căng sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang, đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên dưới). Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Ta gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$.

Theo hình vẽ, ta có $\begin{cases} c = 18 \\ 36a + 6b = -18 \\ 36a - 6b = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = 18 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{x^2}{2} + 18.$

Gọi điểm $B\left(b;\ 18 - \frac{b^2}{2}\right)$ và $D\left(d;\ 18 - \frac{d^2}{2}\right)$.

Gọi S_1 là diện tích phần giới hạn bởi dây cung AB và parabol.

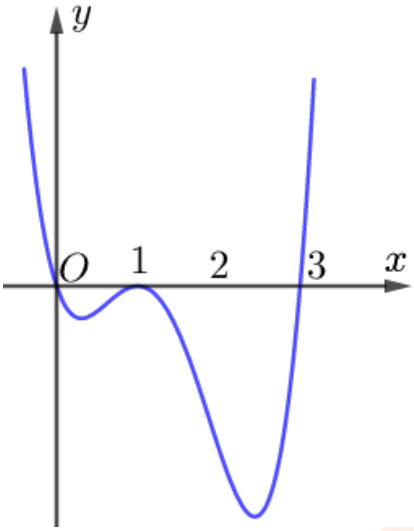
Ta có $S_1 = 2\int_0^b \left[\left(-\frac{x^2}{2} + 18\right) - \left(-\frac{b^2}{2} + 18\right)\right] \mathrm{d}x = 2\int_0^b \left(\frac{b^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right) \mathrm{d}x = 2\left(\frac{b^2}{2}x - \frac{x^3}{6}\right)\Big|_0^b = \frac{2b^3}{3}$.

Gọi S_2 là diện tích phần giới hạn bởi dây cung CD và parabol.

Ta có $S_2 = 2\int_0^d \left[\left(-\frac{x^2}{2} + 18\right) - \left(-\frac{d^2}{2} + 18\right)\right] \mathrm{d}x = 2\int_0^d \left(\frac{d^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right) \mathrm{d}x = 2\left(\frac{d^2}{2}x - \frac{x^3}{6}\right)\Big|_0^d = \frac{2d^3}{3}$.

Theo giả thiết, ta có $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow \frac{2d^3}{3} = \frac{4b^3}{3} \Leftrightarrow \frac{b}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{b}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.



A. $m \in (3;\ +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;\ 0)$. **C.** $m \in [0;\ 3]$. **D.** $m \in [0;\ 3)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = f(x^2+m) \Rightarrow g'(x) = 2x.f'(x^2+m) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ f'(x^2+m)=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$

$\begin{bmatrix} x=0 \\ x^2+m=0 \\ x^2+m=1 \\ x^2+m=3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x^2=-m\ (1) \\ x^2+m=1\ (2) \\ x^2=3-m\ (3) \end{bmatrix}$

Nhận thấy số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+m)$ bằng số nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của $g'(x)$. Mà đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tiếp xúc với Ox tại điểm có hoành độ $x=1$ nên (2) có nghiệm hay vô nghiệm thì số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+m)$ cũng không bị ảnh hưởng. Vậy ta xét các trường hợp:

* $m=0$: Khi đó $g'(x)$ có đúng 3 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ nên $y=f(x^2+m)$ có 3 điểm cực trị, tức là $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

* $m=3$: Khi đó $g'(x)$ có đúng 1 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ nên $y=f(x^2+m)$ có đúng 1 điểm cực trị, tức là $m=3$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

* $m \notin \{0;\ 3\}$: Khi đó các nghiệm của (1) và (3) (nếu có) đều khác 0, đồng thời $3-m>-m, \forall m$.

Do đó $g'(x)$ có đúng 3 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khi $\begin{cases} 3-m>0>-m \\ m \notin \{0;\ 3\} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0;\ 3)$

Vậy $m \in [0;\ 3)$.

Câu 48. Xét các số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$ Tính $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=8$. **B.** $P=4$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z-4-3i|=\sqrt{5}$

Đặt $A=|z+1-3i|+|z-1+i|$ ta có: $A=\sqrt{(a+1)^2+(b-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2} = 2(16a+8b-28)$

Mặt khác ta có: $4a+2b-7=4(a-4)+2(b-3)+15$

Từ (1) và (2) ta được: $A^2 \le 200$ Để $A_{\max}=10\sqrt{2}$

Vậy $P=a+b=10$

Câu 49. Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $3a-4>b>0$. Tính tổng $S=a+2b$ khi biểu thức $P=\log_a\left(\frac{a^3}{4b}\right)+\frac{3}{16}\left(\log_{\frac{3a}{4+b}}a\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $S=10$. **B.** $S=11$. **C.** $S=12$. **D.** $S=8$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có $3a>4+b>4$, suy ra $a>1$ và $\frac{3a}{4+b}>1$ nên $\log_{\frac{3a}{4+b}}a>0$.

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $b+4=b+2+2\geq 3\sqrt[3]{4b}\Rightarrow\frac{3a}{4+b}\leq\frac{a}{\sqrt[3]{4b}}\Rightarrow\frac{a^3}{4b}\geq\left(\frac{3a}{4+b}\right)^3>1$.

Suy ra $\log_a\left(\frac{a^3}{4b}\right)>0$ và $\log_{\frac{3a}{4+b}}a\geq\log_{\frac{a}{\sqrt[3]{4b}}}a=\frac{3}{\log_a\frac{a^3}{4b}}$.

Đặt $t=\log_a\left(\frac{a^3}{4b}\right)$ thì $t>0$ và theo bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$P\geq t+\frac{3}{16}\left(\frac{3}{t}\right)^2=\frac{t}{2}+\frac{t}{2}+\frac{27}{16t^2}\geq 3\sqrt[3]{\frac{t}{2}\cdot\frac{t}{2}\cdot\frac{27}{16t^2}}=\frac{9}{4}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{2}\log_a\left(\frac{a^3}{4b}\right)=\frac{27}{16\log_a^2\left(\frac{a^3}{4b}\right)}\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=2\end{cases}$.

Khi đó $S=a+2b=8$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

Gọi $N(x;y;z)$

Theo giả thiết ta có N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$ suy ra $\overrightarrow{OM}=\frac{12}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$

Do đó $M\left(\frac{12x}{x^2+y^2+z^2};\frac{12y}{x^2+y^2+z^2};\frac{12z}{x^2+y^2+z^2}\right)$.

Mặt khác $M\in(ABC)$ nên $6\frac{12x}{x^2+y^2+z^2}+3\frac{12y}{x^2+y^2+z^2}+2\frac{12z}{x^2+y^2+z^2}-12=0$

$\Leftrightarrow 6x+3y+2z-(x^2+y^2+z^2)=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$.

Do đó điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định (S): $x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$ có tâm $I\left(3;\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2}=\frac{7}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 010

Câu 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:
A. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.
B. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là
A. $3Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 3. Với a là số thực dương và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a^2}{8}\right)$ bằng
A. $\frac{4\log_2 a - 6}{\log_2 a}$. **B.** $\frac{4\log_2 a + 6}{\log_2 a}$. **C.** $\frac{2\log_2 a - 3}{2\log_2 a}$. **D.** $\frac{2\log_2 a + 3}{2\log_2 a}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, nếu $\int_a^d f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_b^d f(x)\mathrm{d}x = 2$ (với $a < d < b$) thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ bằng.
A. 10. **B.** 7. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 3.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.
A. $D = (1; +\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (0; +\infty)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;\ 4;\ 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz, khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là
A. $(0;\ 2;\ 0)$. **B.** $(1;\ 0;\ 0)$. **C.** $(1;\ 2;\ 3)$. **D.** $(0;\ 0;\ 3)$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1; 3; 0)$. **B.** $(1; 3; 0)$.
C. $(-1; -3; 0)$. **D.** $(1; -3; 0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là
A. $y = 1;\ x = 2$. **B.** $y = 1, x = -2$. **C.** $y = -1;\ x = -2$. **D.** $y = -1;\ x = 2$.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{2x-3} \leq 32$ là
A. $S = (-\infty\ ;\ 1]$. **B.** $S = (-\infty; 4]$. **C.** $S = [1\ ;\ +\infty)$. **D.** $S = [4\ ;\ +\infty)$.

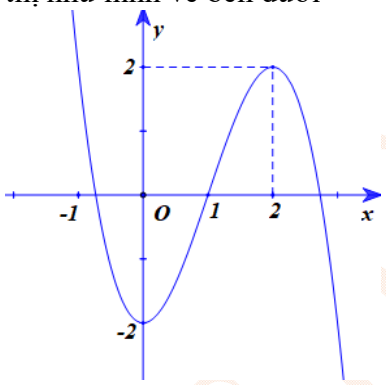
Câu 12. Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:
A. $\frac{4}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. **(ĐTK BGD 2018)** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần từ của M là
A. A_{10}^2 **B.** C_{10}^2 **C.** 10^2 **D.** A_{10}^8

Câu 14. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính giá trị biểu thức $3a + b$?
A. $3a + b = 5$. **B.** $3a + b = 3$. **C.** $3a + b = 4$. **D.** $3a + b = 6$.

Câu 15. Một khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và độ dài đường cao bằng $3a$. Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là
A. a. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 17. Đường cong $y = x^3 - 4x^2 + 4x$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Cho số phức $z = \sqrt{5} - 2i$. Tính $|\bar{z}|$.
A. $|\bar{z}| = 3$. **B.** $|\bar{z}| = \sqrt{7}$. **C.** $|\bar{z}| = 5$. **D.** $|\bar{z}| = \sqrt{29}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**
A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\cos 2x + C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\cos 2x + C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 20. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?
A. $\vec{u}_4 = (-1\,;\,1\,;\,3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-1\,;\,2\,;\,1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1\,;\,-1\,;\,-3)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1\,;\,-2\,;\,1)$.

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$.
A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = -4$.

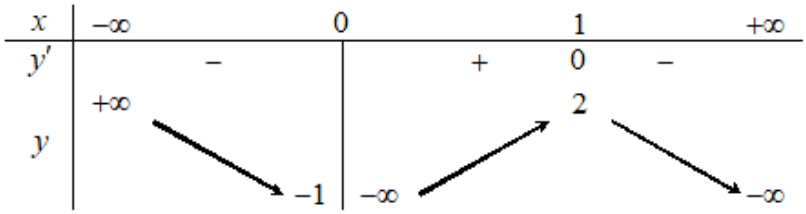
Câu 22. Tích phân $\int_0^1 e^x \mathrm{d}x$ bằng
A. $e - 1$. **B.** $e^2 - 1$. **C.** $\frac{e-1}{2}$. **D.** e.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - y + 2z + 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?
A. $\overrightarrow{n_1} = (1;\,-1;\,-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (-1;\,2;\,1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (2;\,2;\,4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-1;\,1;\,-2)$.

Câu 24. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$, số hạng thứ tư là
A. $u_4 = 14$. **B.** $u_4 = 23$. **C.** $u_4 = 18$. **D.** $u_4 = 8$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là $M(1\,;-2)$?
A. $z = 1 + 2i$. **B.** $z = 1 - 2i$. **C.** $z = -1 - 2i$. **D.** $z = -1 + 2i$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho có bao nhiêm điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 27. Trong các hàm số sau, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

A. $y = x^3 - 20x + 21$. **B.** $y = 1 + x - x^2$.

C. $y = x + \frac{1}{x}$. **D.** $y = 1 - \sqrt{x - x^2}$.

Câu 28. Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên chia thành ba bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác xuất 3 đội việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **B.** $P = \frac{3C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **C.** $P = \frac{C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **D.** $P = \frac{2C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$

Câu 29. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 30. Tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Với a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x = 4\log_5 a + 3\log_5 b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x = 4a + 3b$. **B.** $x = a^4b^3$. **C.** $x = a^4 + b^3$. **D.** $x = 3a + 4b$.

Câu 32. $\int \frac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}dx$ bằng

A. $2\tan 2x + C$. **B.** $-2\cot 2x + C$. **C.** $-2\tan 2x + C$. **D.** $2\cot 2x + C$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t. \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 34. Cho các số phức z_1; z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2$; $|z_2| = \sqrt{7}$; $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tính $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$. **B.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{17}$. **C.** $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{2}$. **D.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{19}$.

Câu 35. Biết $\int_1^2 [f(2x-1) + 2f(4x-1)]dx = 6$. Giá trị của $\int_1^7 f(x)dx$ bằng?

A. 8. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(1 - x^3)(x - 2)^4$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $\widehat{ABC} = 60°$, $\widehat{BAC} = 90°$, $SB \perp (ABCD)$, $SB = a$, $AB = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B trên SA, SC. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BHK) theo a.

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 38. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$ là:

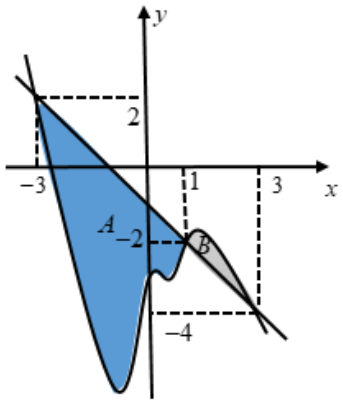
A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 39. Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+3y)$. Tính giá trị $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$. **C.** $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$. Gọi M,m lần lượt là diện tích các hình phẳng A, B được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-x-1$ như trong hình dưới đây:



Biết $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(1-3x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}(aM+bm+c)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2a+b+c=-5$. **B.** $2a+b+c=7$. **C.** $2a+b+c=-7$. **D.** $2a+b+c=5$.

Câu 41. Cho $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-2019$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến trên $[1;2]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 42. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $|z_1-2z_2|=\sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P=|2z_1+z_2|$.

A. $P=2$. **B.** $P=\sqrt{3}$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

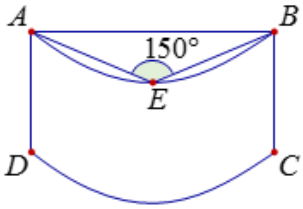
Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của AA'. Biết thể tích khối chóp $M.BB'C'C$ bằng V. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{4}{3}V$. **B.** $3V$. **C.** $2V$. **D.** $\frac{3}{2}V$.

Câu 44. Cho parabol $(P)\colon y=f(x)=x^2-2x-1$ và đường thẳng $\Delta\colon y=g(x)=2x+m$. Để diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P) và Δ bằng $\frac{4}{3}$ thì giá trị tham số m nằm trong khoảng

A. $(2;3)$. **B.** $(-5;-3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 45. Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.



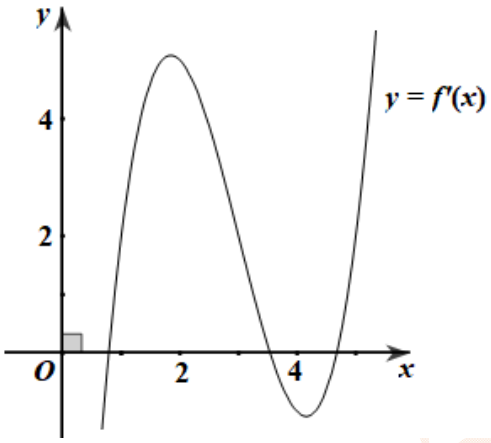
Biết $AB=4$ m, $\widehat{AEB}=150°$ (E là điểm chính giữa cung $\widehat{AB}$) và $DA=1{,}4$ m. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là

A. 2.930.000 đồng. **B.** 2.840.000 đồng. **C.** 3.200.000 đồng. **D.** 5.820.000 đồng.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $3|z+i|+4|z-i|=10$. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $S=\frac{a}{b}$.

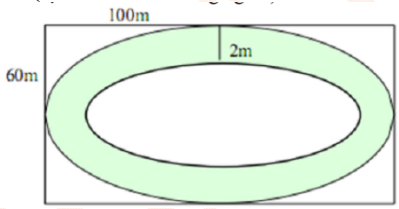
A. $S=9$. **B.** $S=\frac{6}{5}$. **C.** $S=\frac{11}{7}$. **D.** $S=\frac{18}{7}$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $y = g(x) = f(\alpha x^2) - x$ với $\alpha > 0$. Gọi m và n lần lượt là số điểm cực trị tối đa, số điểm cực trị tối thiểu của hàm số $y = g(x)$. Tính $m + n$.



A. 4. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 48. Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chử nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 294053000. **B.** 283604000. **C.** 293804000. **D.** 283904000.

Câu 49. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{2x^2+y^2}(x + 2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + 2y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$, đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 4t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. Gọi M là một điểm thay đổi trên d sao cho tồn tại ba mặt phẳng đôi một vuông góc đi qua M và cắt (S) theo ba đường tròn. Gọi T là tổng diện tích của ba đường tròn đó. Giá trị lớn nhất của $\frac{T}{\pi}$ là

A. 48. **B.** 26. **C.** 16. **D.** 23.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	D	B	D	D	A	A	A	B	C	B	C	C	D	C	A	A	A	C	A	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	A	D	A	B	B	D	B	C	C	B	C	B	C	C	A	D	B	A	C	B	A	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

B. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 2. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích của khối lăng trụ là $V = Bh$.

Câu 3. Với a là số thực dương và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a^2}{8}\right)$ bằng

A. $\frac{4\log_2 a - 6}{\log_2 a}$. **B.** $\frac{4\log_2 a + 6}{\log_2 a}$. **C.** $\frac{2\log_2 a - 3}{2\log_2 a}$. **D.** $\frac{2\log_2 a + 3}{2\log_2 a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a^2}{8}\right) = \frac{\log_2\left(\frac{a^2}{8}\right)}{\log_2\sqrt{a}} = \frac{\log_2 a^2 - \log_2 8}{\log_2\sqrt{a}} = \frac{4\log_2 a - 6}{\log_2 a}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, nếu $\int_a^d f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_b^d f(x)\mathrm{d}x = 2$ (với $a < d < b$) thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ bằng.

A. 10. **B.** 7. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases}\int_a^d f(x)\mathrm{d}x = 5\\ \int_b^d f(x)\mathrm{d}x = 2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F(d) - F(a) = 5\\ F(d) - F(b) = 2\end{cases} \Rightarrow F(b) - F(a) = 3 = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = (1; +\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;\ 4;\ 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz, khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là

A. $(0;\ 2;\ 0)$. **B.** $(1;\ 0;\ 0)$. **C.** $(1;\ 2;\ 3)$. **D.** $(0;\ 0;\ 3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của OK'.

Ta có $K'(0;\ 0;\ 6)$ là hình chiếu vuông góc của K lên $Oz \Rightarrow I(0;\ 0;\ 3)$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta có hệ số a dương → loại đáp án B, D

Đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ → chọn A

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;3;0)$. **B.** $(1;3;0)$.

C. $(-1;-3;0)$. **D.** $(1;-3;0)$.

Lời giải

Mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ có tâm là $I(-1;3;0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A. 1. **B. 2.** **C. 3.** **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 10. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $y = 1;\ x = 2$. **B.** $y = 1, x = -2$. **C.** $y = -1;\ x = -2$. **D.** $y = -1;\ x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết: Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (c \neq 0, ad \neq bc)$. ĐTHS có:

1. Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

2. Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$

Áp dụng ta được đường tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của ĐTHS trên có phương trình lần lượt là $y = 1, x = 2$.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{2x-3} \le 32$ là

A. $S = (-\infty\,;\,1]$. **B.** $S = (-\infty; 4]$. **C.** $S = [1\,;\,+\infty)$. **D.** $S = [4\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{2x-3} \le 32 \Leftrightarrow 2^{2x-3} \le 2^5 \Leftrightarrow 2x - 3 \le 5 \Leftrightarrow x \le 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty\,;\,4]$.

Câu 12. Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \Rightarrow 4\pi = \frac{1}{3}\pi R^2 3 \Rightarrow R = 2$.

Câu 13. **(ĐTK BGD 2018)** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần từ của M là

A. A_{10}^2 **B.** C_{10}^2 **C.** 10^2 **D.** A_{10}^8

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10phần tử ⇒ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2.

Câu 14. Cho số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính giá trị biểu thức $3a + b$?

A. $3a + b = 5$. **B.** $3a + b = 3$. **C.** $3a + b = 4$. **D.** $3a + b = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2z + \overline{z} = 3 + i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 + i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow 3a + b = 4$.

Câu 15. Một khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và độ dài đường cao bằng $3a$. Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là

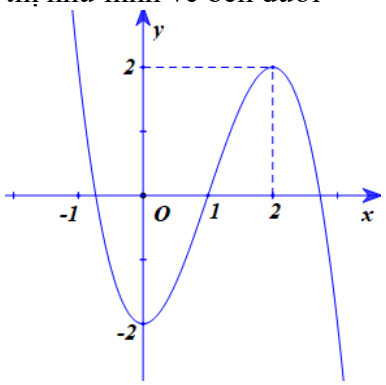
A. a. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2.h \Leftrightarrow 12\pi a^3 = \pi r^2.3a \Rightarrow r = 2a$.

Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 17. Đường cong $y = x^3 - 4x^2 + 4x$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-4x^2+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Câu 18. Cho số phức $z=\sqrt{5}-2i$. Tính $|\bar{z}|$.

A. $|\bar{z}|=3$. **B.** $|\bar{z}|=\sqrt{7}$. **C.** $|\bar{z}|=5$. **D.** $|\bar{z}|=\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z}=\sqrt{5}+2i$.

Do đó $|\bar{z}|=\left|\sqrt{5}+2i\right|=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+2^2}=3$.

Vậy $|\bar{z}|=3$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x=-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$.

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin 2x\ \mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 20. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình: $\left\{\begin{array}{l} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=1+3t \end{array}\right.$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_4=(-1\,;\,1\,;\,3)$. **B.** $\vec{u}_2=(-1\,;\,2\,;\,1)$. **C.** $\vec{u}_3=(-1\,;\,-1\,;\,-3)$. **D.** $\vec{u}_1=(1\,;\,-2\,;\,1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(1-x)=2 \Leftrightarrow 1-x=4 \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 22. Tích phân $\int_0^1 e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $e-1$. **B.** e^2-1. **C.** $\frac{e-1}{2}$. **D.** e.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 e^x\mathrm{d}x=e^x|_0^1=e-1$.

Vậy $\int_0^1 e^x\mathrm{d}x=e-1$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-y+2z+1=0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;\,-1;\,-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;\,2;\,1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;\,2;\,4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;\,1;\,-2)$.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_4}=(-1;\,1;\,-2)$

Câu 24. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=5$, số hạng thứ tư là

A. $u_4 = 14$. **B.** $u_4 = 23$. **C.** $u_4 = 18$. **D.** $u_4 = 8$.

Lời giải

Chọn C

Số hạng thứ tư là: $u_4 = u_1 + 3d = 3 + 5.3 = 18$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là $M(1\,;-2)$?

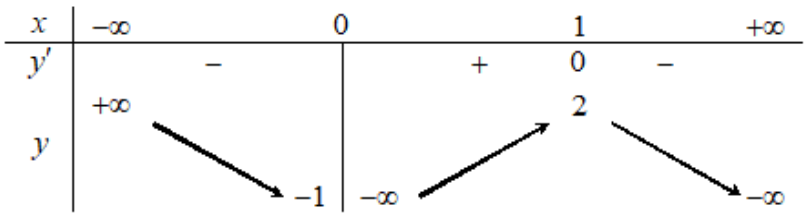
A. $z = 1 + 2i$. **B.** $z = 1 - 2i$. **C.** $z = -1 - 2i$. **D.** $z = -1 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: số phức có điểm biểu diễn là $M(1\,;-2)$ là $z = 1 - 2i$, nên đáp án đúng là đáp án B

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho có bao nhiêm điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy y' đổi dấu hai lần. Tuy nhiên tại $x = 0$ thì hàm số không liên tục nên hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 27. Trong các hàm số sau, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

A. $y = x^3 - 20x + 21$. **B.** $y = 1 + x - x^2$.

C. $y = x + \frac{1}{x}$. **D.** $y = 1 - \sqrt{x - x^2}$.

Lời giải

Chọn D

- Điều kiện: $x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$.
- Ta có : $y' = -\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0;1]$.
- Khi đó: $y(0) = 1, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}, y(1) = 1$.
- Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là: $\min\limits_{[0;1]} y = \frac{1}{2}$.

Câu 28. Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên chia thành ba bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác xuất 3 đội việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **B.** $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **C.** $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **D.** $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$

Lời giải

Chọn A

- Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 12 đội thành 3 bảng đấu, suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$.
- Gọi X là biến cố: " 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau"

Bước 1: Xếp 3 đội Việt nam ở ba bảng khác nhau nên có 3! cách xếp.

Bước 2: Xếp 6 đội còn lại vào ba bảng A,B,C này có $C_9^3C_6^3C_3^3$.

Vậy số phần tử của biến cố X là: $n(X)=3!\,C_9^3C_6^3C_3^3$

◆ Khi đó, xác suất của biến cố X là: $P(X)=\frac{3!C_9^3C_6^3C_3^3}{C_{12}^4C_8^4C_4^4}=\frac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$.

Câu 29. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

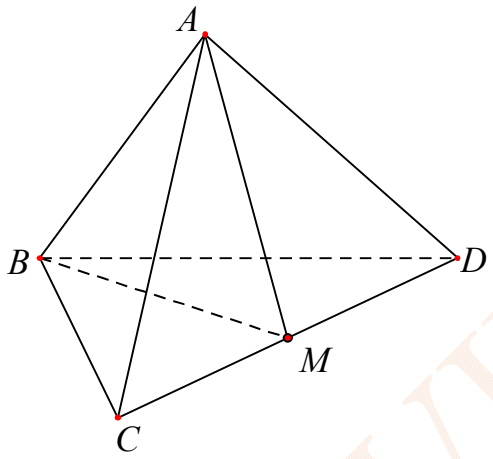
Thể tích của khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}a^2.2a=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 30. Tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm CD.

Khi đó $\begin{cases}CD\perp AM\\CD\perp BM\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABM)\Rightarrow CD\perp AB$.

Câu 31. Với a,b,x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x=4\log_5 a+3\log_5 b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x=4a+3b$. **B.** $x=a^4b^3$. **C.** $x=a^4+b^3$. **D.** $x=3a+4b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$\log_5 x=4\log_5 a+3\log_5 b\Leftrightarrow\log_5 x=\log_5 a^4+\log_5 b^3\Leftrightarrow\log_5 x=\log_5 a^4b^3\Leftrightarrow x=a^4b^3$.

Câu 32. $\int\frac{1}{\sin^2x.\cos^2x}dx$ bằng

A. $2\tan2x+C$. **B.** $-2\cot2x+C$. **C.** $-2\tan2x+C$. **D.** $2\cot2x+C$.

Lời giải

Chọn B

Cách1: Ta có

$\int\frac{1}{\sin^2x.\cos^2x}dx=\int\frac{\sin^2x+\cos^2x}{\sin^2x.\cos^2x}dx$

$=\int\left(\frac{1}{\sin^2x}+\frac{1}{\cos^2x}\right)dx=\tan x-\cot x+C$

$=-2\cot2x+C$.

Cách2: Ta có

$\int\frac{1}{\sin^2x.\cos^2x}dx=\int\frac{4}{(\sin2x)^2}dx=-2\cot2x+C$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(R): x+y-2z+2=0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Gọi $I(x;y;z)$ là giao điểm của Δ_1 và (R).

Khi đó toa đô của I thỏa mãn $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-t \\ x+y-2z+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I=(0;0;1)$.

Mặt phẳng (R) có VTPT $\vec{n}=(1;1;-2)$; Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Khi đó $[\vec{n},\vec{u}]=(1;-3;-1)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1

Do đó Δ_2 đi qua $I=(0;0;1)$ và nhận $[\vec{n},\vec{u}]$ làm một VTCP.

Vậy phương trình của Δ_2 là $\begin{cases} x=t \\ y=-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 34. Cho các số phức $z_1;\ z_2$ thỏa mãn $|z_1|=2;\ |z_2|=\sqrt{7};\ |z_1-z_2|=\sqrt{5}$. Tính $|z_1+z_2|$

A. $|z_1+z_2|=2\sqrt{2}$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{17}$. **C.** $|z_1+z_2|=3\sqrt{2}$. **D.** $|z_1+z_2|=\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z_1=a+bi;\ \ z_2=c+di\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$.

Ta có: $z_1-z_2=a-c+(b-d)i;\ z_1-z_2=a+c+(b+d)i$.

Từ giả thiết $|z_1|=2;\ |z_2|=\sqrt{7};\ |z_1-z_2|=\sqrt{5}$ suy ra:

$$\begin{cases} a^2+b^2=4 \\ c^2+d^2=7 \\ (a-c)^2+(b-d)^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2+d^2=11 \\ 2ac+2bd=6 \end{cases}.$$

Từ đó ta có: $|z_1+z_2|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2+2ac+2bd}=\sqrt{17}$.

Câu 35. Biết $\int_1^2[f(2x-1)+2f(4x-1)]\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng?

A. 8. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^2[f(2x-1)+2f(4x-1)]\mathrm{d}x$

$=\int_1^2 f(2x-1)\mathrm{d}x+\int_1^2 2f(4x-1)\mathrm{d}x=I+J$

Áp dụng công thức tích phân của hàm $f(ax+b)$ là:

$\int_m^n f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\int_{am+b}^{an+b} f(x)\mathrm{d}x$ ta được:

$I=\int_1^2 f(2x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

$J = 2\int_1^2 f(4x-1)\mathrm{d}x = 2.\frac{1}{4}\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x$

Từ đó ta có: $I + J = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x = 6 \Leftrightarrow \int_1^7 f(x)\mathrm{d}x = 12$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(1-x^3)(x-2)^4$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \\ x = 2 \end{array}\right.$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án

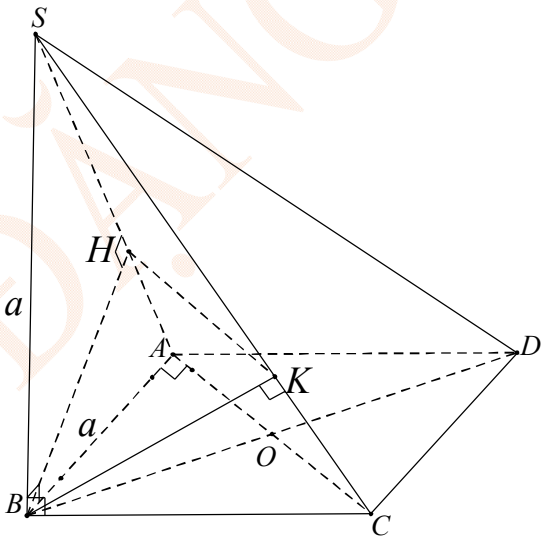
C.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $\widehat{ABC} = 60°$, $\widehat{BAC} = 90°$, $SB \perp (ABCD)$, $SB = a$, $AB = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B trên SA, SC. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BHK) theo a.

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B



? Trước hết ta chứng minh $SC \perp (BHK)$:

$CA \perp AB$ (vì $\widehat{BAC} = 90°$.

$CA \perp SB$ vì $SB \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp (SAB)$.

Mà $BH \subset (SAB) \Rightarrow BH \perp AC$.

Mặt khác: $BH \perp SA$ nên $BH \perp (SAC)$

$\Rightarrow BH \perp SC$ (1).

Mà $BK \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (BHK)$.

Khi đó $d\big(C,(BHK)\big) = CK$.

Ta có $AC = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$; $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$; $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Trong ΔSBC ta có $CK.CS = CB^2 \Rightarrow CK = \frac{CB^2}{CS} = \frac{4a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$.

Vậy, $d\big(C,(BHK)\big) = \frac{4a}{\sqrt{5}}$.

Câu 38. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ là:

A. $\boldsymbol{(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9}$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. **D.** $\boldsymbol{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm I là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow I(1;2;0)$

Bán kính $R = IA = \sqrt{3}$

Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ là:

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$

Câu 39. Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+3y)$. Tính giá trị $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$. **C.** $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

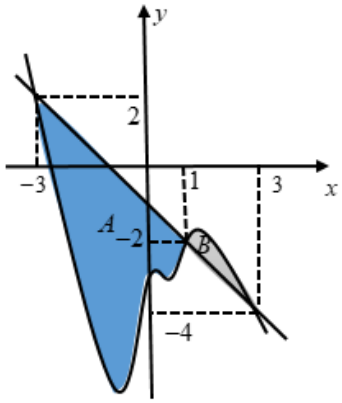
Đặt $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+3y) = t \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x + 3y = 16^t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{4}\right)^t$

Theo đề bài ta có phương trình

$9^t + 3.12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t + 3 = \left(\frac{4}{3}\right)^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + 3\left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{\sqrt{13}-3}{2}\ (n) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-\sqrt{13}-3}{2}\ (l) \end{array}\right.$.

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$. Gọi M, m lần lượt là diện tích các hình phẳng A, B được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$ như trong hình dưới đây:



Biết $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(1-3x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}(aM+bm+c)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2a+b+c=-5$. **B.** $2a+b+c=7$. **C.** $2a+b+c=-7$. **D.** $2a+b+c=5$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $M=\int_{-3}^{1}[-x-1-f(x)]\mathrm{d}x=-\int_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x$ và $m=\int_{1}^{3}[f(x)+x+1]\mathrm{d}x=\int_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+6$.

◆ Xét $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(1-3x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=1-3x\Rightarrow \mathrm{d}t=-3\mathrm{d}x$. Đổi cận $\begin{cases} x=-\frac{2}{3}\Rightarrow t=3 \\ x=\frac{4}{3}\Rightarrow t=-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow \int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(1-3x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{-3}^{3}f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\left(\int_{-3}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}f(x)\,\mathrm{d}x\right)$.

◆ Theo bài $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} f(1-3x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(aM+bm+c)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(\int_{-3}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}f(x)\,\mathrm{d}x\right)=\frac{1}{3}\left[-a\int_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x+b\left(\int_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+6\right)+c\right]$ mktg.

Câu 41. Cho $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-2019$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến trên $[1;2]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-x^2+4x+m$.

Hàm số nghịch biến trên $[1;2]$ khi và chỉ khi $y'=-x^2+4x+m\le 0,\forall x\in[1;2]$

$\Leftrightarrow x^2-4x\ge m,\forall x\in[1;2]$

Đặt $g(x)=x^2-4x$, ta cần tìm các giá trị nguyên dương của tham số thực m sao cho $\min\limits_{[1;2]}g(x)\ge m,\forall x\in[1;2]$, mà $\min\limits_{[1;2]}g(x)=-4$ nên $m\le -4$. Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 42. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $|z_1-2z_2|=\sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P=|2z_1+z_2|$.

A. $P=2$. **B.** $P=\sqrt{3}$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1=a_1+b_1i, z_2=a_2+b_2i$.

Suy ra $a_1^2+b_1^2=a_2^2+b_2^2=1$ và $|z_1-2z_2|=\sqrt{6}\Leftrightarrow a_1.a_2+b_1.b_2=\frac{-1}{4}$.

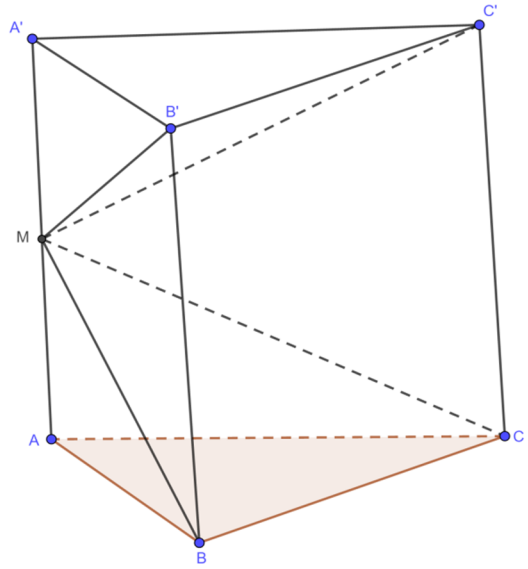
Suy ra $P=|2z_1+z_2|=2$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của AA'. Biết thể tích khối chóp $M.BB'C'C$ bằng V. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{4}{3}V$. **B.** $3V$. **C.** $2V$. **D.** $\frac{3}{2}V$.

Lời giải

Chọn D



Do M là trung điểm của AA' nên ta có: $V_{M.ABC} = V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}$.

Mặt khác ta thấy:

$V_{M.BB'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{M.ABC} - V_{M.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{M.BB'C'C} = \frac{3}{2}V$.

Câu 44. Cho parabol $(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 1$ và đường thẳng $\Delta: y = g(x) = 2x + m$. Để diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P) và Δ bằng $\frac{4}{3}$ thì giá trị tham số m nằm trong khoảng

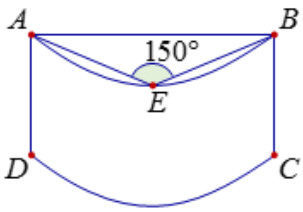
A. $(2;3)$. **B.** $(-5;-3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta xét: $f(x) - g(x) = x^2 - 4x - 1 - m$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ và trục hoành là $S = \frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6a^2} = \frac{(20+4m)\sqrt{20+4m}}{6} = \frac{4}{3}$. Giải ra ta được $m = -4$

Câu 45. Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.

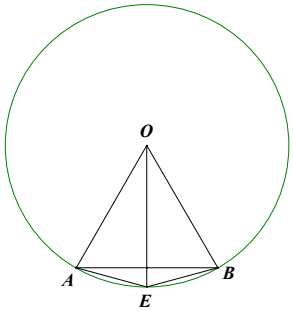


Biết $AB = 4$ m, $\widehat{AEB} = 150°$ (E là điểm chính giữa cung $\widehat{AB}$) và $DA = 1{,}4$ m. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là

A. 2.930.000 đồng. **B.** 2.840.000 đồng. **C.** 3.200.000 đồng. **D.** 5.820.000 đồng.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình trụ. Do $\widehat{AEB} = 150° \Rightarrow \widehat{OEA} = 75° \Rightarrow \widehat{AOE} = 30°$ $\Rightarrow \widehat{AOB} = 60°$. Khi đó $r = OA = AB = 4$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.1{,}4 = 11{,}2\pi$.

Mặt kính làm lan can có diện tích là $S = \frac{1}{6}S_{xq} = \frac{28\pi}{15}$.

Vậy số tiền ông An phải trả là $500.000.S = \frac{2800.000\pi}{3} \approx 2.930.000$ đồng.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $3|z+i| + 4|z-i| = 10$. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $S = \frac{a}{b}$.

A. $S = 9$. **B.** $S = \frac{6}{5}$. **C.** $S = \frac{11}{7}$. **D.** $S = \frac{18}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết: $3|z+i| + 4|z-i| = 10$

Vậy ta có: $10 = 3|z+i| + 4|z-i| \le \sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{|z+i|^2+|z-i|^2} = 5\sqrt{2(|z|^2+|i|^2)} = 5\sqrt{2|z|^2+2}$

$$\Leftrightarrow 2|z|^2 + 2 \ge 4 \Leftrightarrow |z|^2 \ge 1 \Leftrightarrow |z| \ge 1$$

Đặt $z = x + yi$ (x, y) $\in \mathbb{R}$

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|z+i|}{3} = \frac{|z-i|}{4} \\ 3|z+i| + 4|z-i| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+i| = \frac{6}{5} \\ |z-i| = \frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 = \frac{36}{25} \\ x^2 + (y-1)^2 = \frac{64}{25} \end{cases}$

$$\Rightarrow -4y = \frac{28}{25} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-7}{25} \\ x = \pm\frac{24}{25} \end{cases}$$

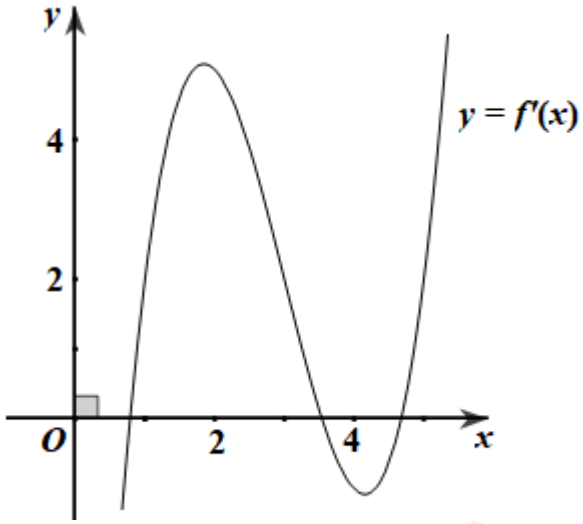
$\Rightarrow b = \min|z| = 1$.

Mặt khác: $10 = 3|z+i| + 4|z-i| \ge |7z-i| \ge |7|z| - 1| \Rightarrow |z| \le \frac{11}{7}$

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3z+3i}{4z-4i} = k\ (k>0) \\ 7z = mi\ (m \ge 1) \\ z = ai\ (a>0) \end{cases} \Rightarrow z = \frac{11}{7}i$

$\Rightarrow a = \max|z| = \frac{11}{7}$. Vậy $\frac{a}{b} = \frac{11/7}{1} = \frac{11}{7}$

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $y = g(x) = f(\alpha x^2) - x$ với $\alpha > 0$. Gọi m và n lần lượt là số điểm cực trị tối đa, số điểm cực trị tối thiểu của hàm số $y = g(x)$. Tính $m + n$.



A. 4. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $g'(x) = 2\alpha x f'(\alpha x^2) - 1$.

Với $x = 0$ ta có $g'(0) = -1 \neq 0$.

Với $x \neq 0$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(\alpha x^2) = \frac{1}{2\alpha x}$. (1)

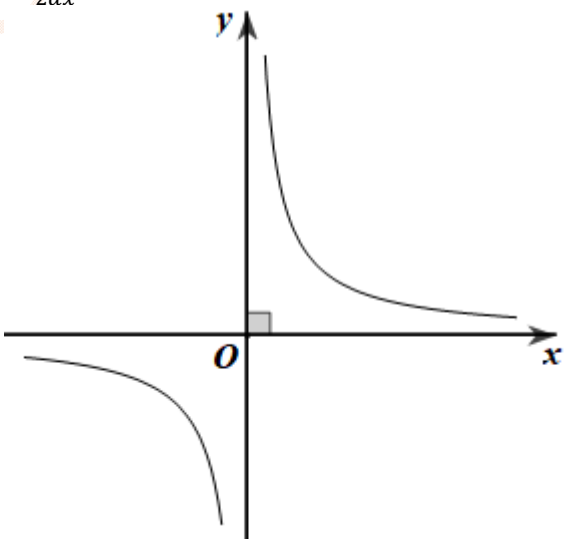
+) Xét hàm số $y = h(x) = f'(\alpha x^2)$ với $\alpha > 0$. Đặt $u(x) = \alpha x^2$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, gọi hai điểm cực trị hàm số là $x = a, x = b$ với $b > a > 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$u(x) = \alpha x^2$	$+\infty$	b	a	0	a	b	$+\infty$
$f'(u)$	$+\infty$ ↘ $f'(b) < 0$	↗ $f'(a) > 0$	↘ $f'(0) < 0$	↗	$f'(a) > 0$ ↘ $f'(b) < 0$	↗	$+\infty$

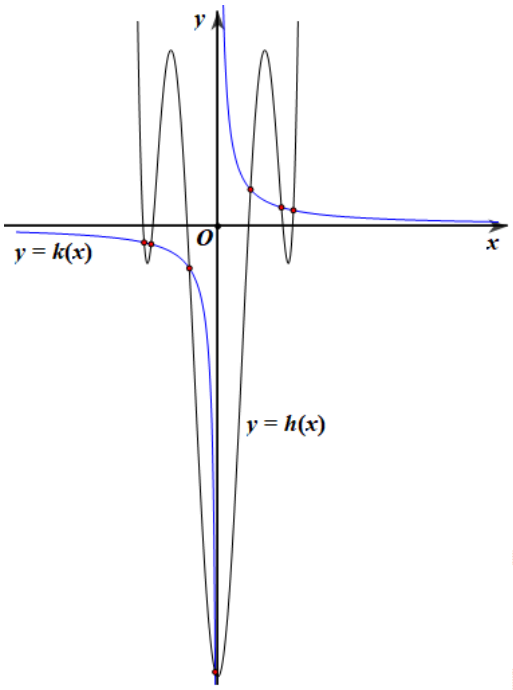
+) Đồ thị hàm số $y = k(x) = \frac{1}{2\alpha x}$ với $\alpha > 0$ có dạng



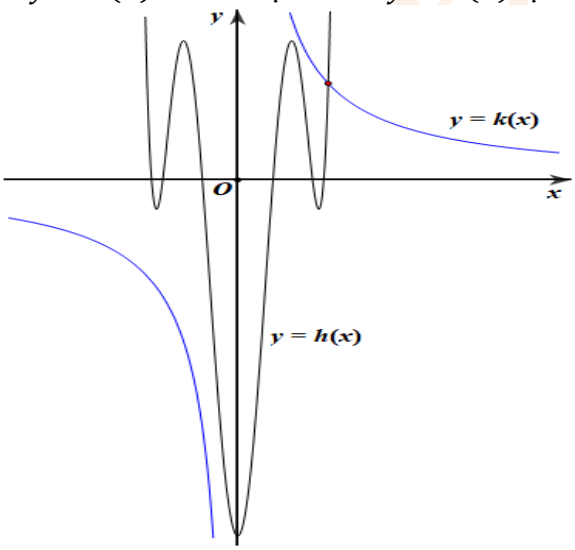
Dựa vào bảng biến thiên của hàm $h(x) = f'(\alpha x^2)$ và dạng đồ thị của hàm $y = \frac{1}{2\alpha x}$ ta được:

Đồ thị hàm số $y = k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tối đa 7 điểm và tối thiểu là 1 điểm.

Hình minh họa đồ thị hàm số $y = k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 7 điểm:

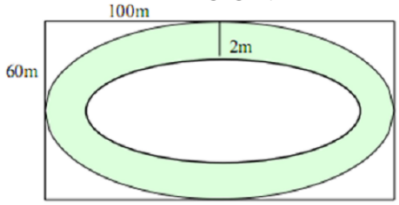


Hình minh họa đồ thị hàm số $y=k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm:



Suy ra phương trình (1) có tối đa 7 và có tối thiểu 1 nghiệm đơn phân biệt.
Vậy hàm số $y=g(x)$ có tối đa 7 cực trị và tối thiểu 1 cực trị.
Suy ra $m=7, n=1$ và $m+n=8$.

Câu 48. Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chử nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 294053000. **B.** 283604000. **C.** 293804000. **D.** 283904000.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(E_1), (E_2)$ lần lượt là viền ngoài và viền trong của con đường;

a_1, b_1 lần lượt là độ dài bán trục lớn, bán trục nhỏ của (E_1)
a_2, b_2 lần lượt là độ dài bán trục lớn, bán trục nhỏ của (E_2).
Ta có: $S_1 = \pi a_1 b_1 = \pi.50.30 = 1500\pi\ m^2$
$S_2 = \pi a_2 b_2 = \pi.48.28 = 1344\pi\ m^2$
Diện tích con đường là: $S = S_1 - S_2 = 1500\pi - 1344\pi = 156\pi\ m^2$
Vậy số tiền làm con đường là $156\pi.600000 = 294.053.000$ đồng.

Câu 49. Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{2x^2+y^2}(x+2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + 2y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Bất PT $\Leftrightarrow \log_{2x^2+y^2}(x+2y) \geq 1 \Leftrightarrow \left[\begin{cases} 2x^2+y^2 > 1 \\ x+2y \geq 2x^2+y^2 \end{cases} (I) \right.$
$\left. \begin{cases} 0 < 2x^2+y^2 < 1 \\ 0 < x+2y \leq 2x^2+y^2 \end{cases} (II) \right.$.

Xét $T = x + 2y$
TH1: $(x;y)$ thỏa mãn (II) khi đó $0 < T = x + 2y \leq 2x^2 + y^2 < 1$ Không tồn tại maxT.
TH2: $(x;y)$ thỏa mãn (I) $2x^2 + y^2 \leq x + 2y \Leftrightarrow 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + (y-1)^2 \leq \frac{9}{8}$.
Khi đó

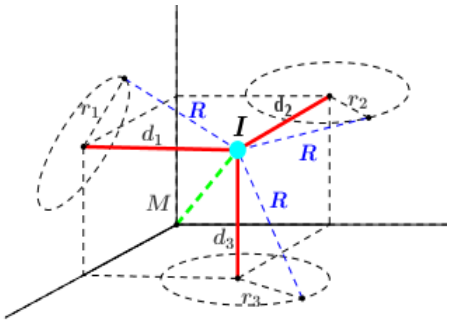
$$x + 2y = \frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}\left(x - \frac{1}{4}\right) + 2(y-1) + \frac{9}{4} \leq \sqrt{\left(\frac{1}{2} + 2^2\right)\left[2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 + (y-1)^2\right]} + \frac{9}{4}$$
$$\leq \sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{9}{8}} + \frac{9}{4} = \frac{9}{2}.$$

Suy ra: $\max T = \frac{9}{2} \Leftrightarrow (x;y) = \left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$, đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+4t \\ z = -1-3t \end{cases}$. Gọi M là một điểm thay đổi trên d sao cho tồn tại ba mặt phẳng đôi một vuông góc đi qua M và cắt (S) theo ba đường tròn. Gọi T là tổng diện tích của ba đường tròn đó. Giá trị lớn nhất của $\frac{T}{\pi}$ là

A. 48. **B.** 26. **C.** 16. **D.** 23.

Lời giải



•(S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm $I(1;2;3), R = 4$
• Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ tâm I đến các mặt phẳng.
r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của các đường tròn thiết diện
• Dễ dàng chứng minh được $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = MI^2$.
Suy ra $(R^2 - r_1^2) + (R^2 - r_2^2) + (R^2 - r_3^2) = MI^2 \Rightarrow r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 3R^2 - MI^2$
• Vị trí của d, (S): Thay x, y, z từ phương trình của d vào (S) ta được

$(1+t-1)^2+(-1+4t-2)^2+(-1-3t-3)^2=16 \Leftrightarrow t^2+(4t-3)^2+(3t+4)^2=16$
$\Leftrightarrow 26t^2+9=0$ (VN). Suy ra d, (S) không có điểm chung.
$\Rightarrow r_1^2+r_2^2+r_3^2=3R^2-MI^2\le 3R^2-IH^2$ với H là hình chiếu vuông góc của I lên d.

• Ta có $H(1+t;-1+4t;-1-3t)$, $I(1;2;3)$, $\overrightarrow{u_d}(1;4;-3)$, $\overrightarrow{IH}(t;4t-3;-3t-4)$

$\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{IH}=t+4(4t-3)-3(-3t-4)=0\Rightarrow 26t=0\Rightarrow t=0\Rightarrow H(1;-1;-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{HI}(0;-3;-4)$ $\Rightarrow HI=5\Rightarrow r_1^2+r_2^2+r_3^2=3R^2-MI^2\le 3R^2-IH^2=3.4^2-5^2=23.$

• Tổng diện tích của ba đường tròn là $T=\pi(r_1^2+r_2^2+r_3^2)\Rightarrow \frac{T}{\pi}=r_1^2+r_2^2+r_3^2\le 23.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 011

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là:
A. $x = \frac{9}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 3$.

Câu 2. Với a, b là số thực dương tùy ý, $\log_{27}(a^4b^{12})$ bằng
A. $16\log_3(ab)$. **B.** $144\log_3(ab)$.
C. $12\log_3 a + 36\log_3 b$. **D.** $\frac{4}{3}\log_3 a + 4\log_3 b$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$?
A. $M(-2;-2;1)$ **B.** $P(1;1;2)$.
C. $N(2;-1;2)$. **D.** $Q(-2;1;-2)$.

Câu 4. Tích phân $\int_0^1 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x$ bằng
A. $2\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 3$. **D.** $2\ln 3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = 4^x$ là
A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).
A. $I(-1;3;-2)$, $R = 4$. **B.** $I(1;-3;2)$, $R = 16$.
C. $I(1;-3;2)$, $R = 4$. **D.** $I(-1;3;-2)$, $R = 16$.

Câu 7. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2017}{2018}\right)^{x-1} > \left(\frac{2017}{2018}\right)^{-x+3}$.
A. $(-\infty;2)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(2;+\infty)$.

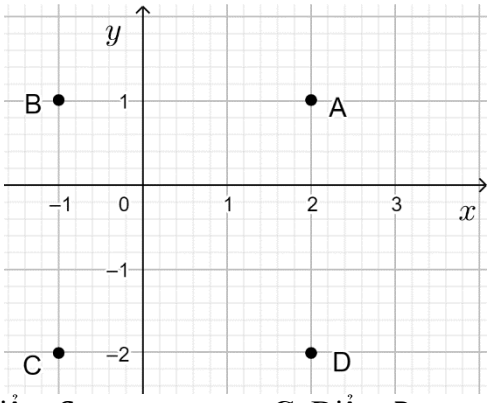
Câu 8. Cho $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + 5i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng
A. 7. **B.** 17. **C.** -15. **D.** 2.

Câu 10. Trong hình dưới đây, điểm nào trong các điểm A, B, C, D biểu diễn cho số phức có môđun bằng $\sqrt{5}$?



A. Điểm B. **B.** Điểm C. **C.** Điểm D. **D.** Điểm A.

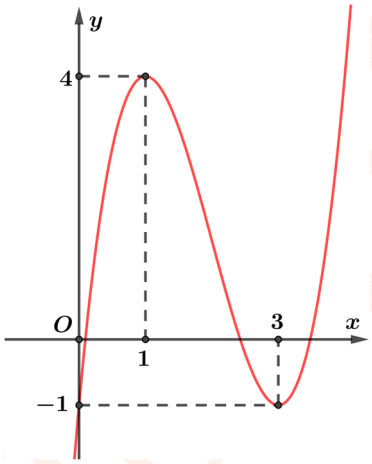
Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=-\frac{1}{4}x^4+3x^2-3$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(3;-1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích khối nón là

A. 120π. **B.** 144π. **C.** 160π. **D.** 128π.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

A. $u_6=-160$. **B.** $u_6=320$. **C.** $u_6=160$. **D.** $u_6=-320$.

Câu 15. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

A. 48π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 80π.

Câu 16. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$ **B.** $I(4;2)$ **C.** $I(2;-4)$ **D.** $I(-4;2)$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;3)$ và $B(4;2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x)=-x^2-1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $f(1)>f(0)$. **B.** $f(1)<f(2)$. **C.** $f(3)>f(2)$. **D.** $f(0)<f(-1)$.

Câu 19. Bạn Long có 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau. Hỏi Long có bao nhiêu cách chọn một bộ gồm một áo và một quần?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 20.

Câu 20. Tìm đạo hàm của hàm số $y=e^x-\log_2 x+1,(x>0)$.

A. $y'=e^x-\frac{1}{x}$. **B.** $y'=xe^{x-1}-\frac{1}{x}$.

C. $y'=e^x-\frac{1}{x.\ln 2}$. **D.** $y'=xe^{x-1}-\frac{1}{x.\ln 2}$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $\int 2^x\,dx=2^x\ln 2+C$ **B.** $\int 2^x\,dx=x2^{x-1}+C$.

C. $\int 2^x \,\mathrm{d}x = 2^x + C.$ **D.** $\int 2^x \,\mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Câu 22. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = \sqrt{7}.$ **B.** $|z| = 7.$ **C.** $|z| = 5.$ **D.** $|z| = 25.$

Câu 23. Trong không gian Oxyz , mặt phẳng (P): $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3; -2; -6).$ **B.** $\vec{n} = (3; 2; -6).$ **C.** $\vec{n} = (2; -3; -1).$ **D.** $\vec{n} = (-2; 3; 1).$

Câu 24. Với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có

A. $\int_0^3 f(x)dx = \int_{-3}^0 f(x)dx.$ **B.** $\int_0^3 f(x)dx = -\int_3^0 f(x)dx.$

C. $\int_0^3 f(x)dx = -\int_{-3}^0 f(x)dx.$ **D.** $\int_0^3 f(x)dx = \int_3^0 f(x)dx.$

Câu 25. Sô điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ và đường thẳng $y = 2x - 1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 26. Cho khối chóp có thể tích bằng $32cm^3$ và diện tích đáy bằng $16cm^2$. Chiều cao của khối chóp đó là

A. $2cm.$ **B.** $4cm.$ **C.** $6cm.$ **D.** $3cm.$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $a\sqrt{2}.$ **B.** $2a.$ **C.** $a\sqrt{3}.$ **D.** $a.$

Câu 28. Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2).$ **B.** $\vec{u} = (0; 3; 1).$ **C.** $\vec{u} = (0; 1; 1).$ **D.** $\vec{u} = (1; -4; -2).$

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng

A. $45°.$ **B.** $60°.$ **C.** $30°.$ **D.** $75°.$

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $w = |z_1|.z_2$ là

A. $-2.$ **B.** $-10.$ **C.** $10.$ **D.** $-5.$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $I(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$ **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 29.$

Câu 33. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. Đạt cực đại tại điểm $x = -1.$ **B.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1.$

C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1.$ **D.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1.$

Câu 34. Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2+7x+12} = a\ln 5 + b\ln 4 + c\ln 3$. Tính $a + b + c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \cdots + \log_2 256$ bằng

A. 36. **B.** $8.\log_2 256.$ **C.** 48. **D.** 56.

Câu 36. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

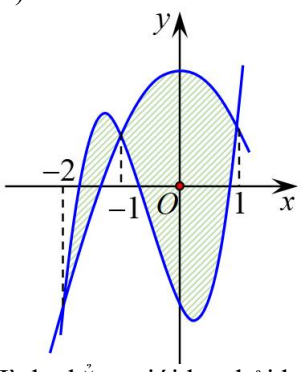
A. Tăng 8 lần. **B.** Tăng 4 lần. **C.** Tăng 6 lần. **D.** Tăng 2 lần.

Câu 37. Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = \mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}$.

A. $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x} + C.$ **B.** $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x = 2\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x} + C.$

C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x}dx = 2e^x + e^{-x} + C$. **D.** $\int \frac{f(x)+1}{e^x}dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

Câu 38. Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{13}{2}$.

Câu 39. Có 9 đôi tất khác nhau trong ngăn kéo của thầy Tân. Ngủ dậy muộn vào lúc 9h sáng, thầy Tân vơ ngẫu nhiên 8 chiếc tất. Tính xác suất để trong đó có đúng 2 đôi tất đúng cặp?

A. $\frac{2}{2431}$. **B.** $\frac{70}{2431}$. **C.** $\frac{280}{187}$. **D.** $\frac{1120}{2431}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m) + m^2 + 1$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 16.

Câu 41. Biết phương trình $27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$ có nghiệm $x = a, x = \log_3 b, x = \log_3 b$ với $a \in \mathbb{Z}, b > c > 0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 42. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{4034}{81}$. **B.** $\frac{8068}{27}$. **C.** $\frac{2017}{27}$. **D.** $\frac{2017}{9}$.

Câu 43. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + 2i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị (C_m). Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_m) với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (5; +\infty)$. **B.** $m \in (-1; 1)$. **C.** $m \in (3; 5)$. **D.** $m \in (2; 3)$.

Câu 45. Cho 2 số phức $z_1; z_2$ là số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $5 + 3\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{26}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $34 + 3\sqrt{2}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; 1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-2; 1; 4)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$. Tìm điểm $N \in (P)$ sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N(-2; 0; 1)$. **B.** $N\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$. **C.** $N(-1; 2; 1)$. **D.** $N\left(-\frac{4}{3}; 2; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 47. Số giá trị nguyên $m > 2$ để $P = \frac{1}{3}my - xy + 1 \geq 0, \forall x, y$ thỏa mãn: $\begin{cases} x > 0, y > 0 \\ \ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1. \end{cases}$

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;5]$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 49. Cho hình nón đỉnh S, I là trung điểm đường cao SO và AB là đường kính đáy. Điểm C nằm trên mặt nón sao cho IC vuông góc mặt phẳng (SAB). Biết rằng tam giác SAB đều cạnh $AB = 2020km$. Tính quãng đường ngắn nhất đi từ A đến C trên mặt nón.

A. $2020\sqrt{5-2\sqrt{2}}km$. **B.** $1010km$.

C. $1010\sqrt{5-2\sqrt{2}}km$. **D.** $1010\sqrt{2}km$.

Câu 50. Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm. Biết cứ 1000 cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 180000 đồng. **B.** 183000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	C	B	C	A	B	A	C	B	B	D	A	A	D	A	D	D	C	D	C	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	D	B	C	B	A	A	C	A	A	B	C	D	B	B	C	C	D	B	C	B	A	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là:

A. $x = \frac{9}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình: $\log_3(2x) = 2 \Leftrightarrow 2x = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$.

Câu 2. Với a, b là số thực dương tùy ý, $\log_{27}(a^4b^{12})$ bằng

A. $16\log_3(ab)$. **B.** $144\log_3(ab)$.

C. $12\log_3 a + 36\log_3 b$. **D.** $\frac{4}{3}\log_3 a + 4\log_3 b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{27}(a^4b^{12}) = \log_{27}a^4 + \log_{27}b^{12} = \frac{4}{3}\log_3 a + 4\log_3 b$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$?

A. $M(-2;-2;1)$ **B.** $P(1;1;2)$.

C. $N(2;-1;2)$. **D.** $Q(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ đi qua điểm $(-2;1;-2)$.

Câu 4. Tích phân $\int_0^1 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 3$. **D.** $2\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}(2x+1)}{2x+1} = \ln|2x+1|\Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 1 = \ln 3$.

Câu 5. **(Đề CT BGD 2020 mã 101 - Đợt 2)** Tập xác định của hàm số $y = 4^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;3;-2)$, $R = 4$. **B.** $I(1;-3;2)$, $R = 16$.

C. $I(1;-3;2)$, $R = 4$. **D.** $I(-1;3;-2)$, $R = 16$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R = 4$.

Cách 2

Ta có mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2 + 2} = 4$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=4$.

Câu 7. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2017}{2018}\right)^{x-1}>\left(\frac{2017}{2018}\right)^{-x+3}$.

A. $(-\infty;2)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\left(\frac{2017}{2018}\right)^{x-1}>\left(\frac{2017}{2018}\right)^{-x+3}\Leftrightarrow x-1<-x+3\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;2)$.

Câu 8. Cho $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải.

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+5i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 7. **B.** 17. **C.** -15. **D.** 2.

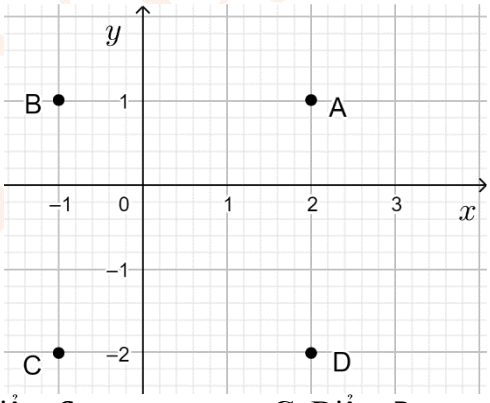
Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1.z_2=17+7i$.

Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng 7.

Câu 10. Trong hình dưới đây, điểm nào trong các điểm A,B,C,D biểu diễn cho số phức có môđun bằng $\sqrt{5}$?



A. Điểm B. **B.** Điểm C. **C.** Điểm D. **D.** Điểm A.

Lời giải

Chọn C

Điểm A biểu diễn cho số phức $z_1=2+i$ có $|z_1|=\sqrt{3}$.

Điểm B biểu diễn cho số phức $z_2=-1+i$ có $|z_2|=\sqrt{2}$.

Điểm C biểu diễn cho số phức $z_3=-1-2i$ có $|z_3|=\sqrt{5}$.

Điểm D biểu diễn cho số phức $z_4=2-2i$ có $|z_4|=2\sqrt{2}$.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

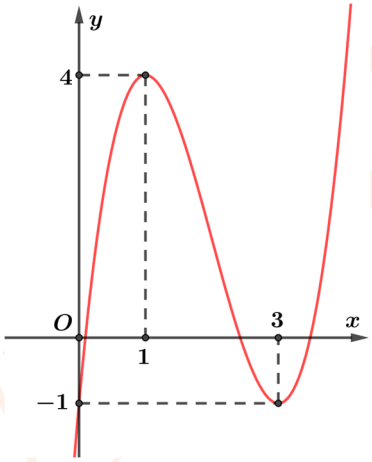
Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ nên hệ số $a > 0$.

Mà phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(3; -1)$. **B.** $(1;\ 4)$. **C.** $(4;\ 1)$. **D.** $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy điểm cực đại tại $x = 1$. Suy ra điểm cực đại là $(1;\ 4)$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích khối nón là

A. 120π. **B.** 144π. **C.** 160π. **D.** 128π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.64.6 = 128\pi$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

A. $u_6 = -160$. **B.** $u_6 = 320$. **C.** $u_6 = 160$. **D.** $u_6 = -320$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tổng quát của cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu và công bội q là $u_n = u_1 q^{n-1}$

Ta có $u_6 = u_1 q^5 = 5.(-2)^5 = -160$.

Câu 15. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

A. 48π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 80π.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $R = \frac{d}{2} = 4$

Vậy $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 48\pi$.

Câu 16. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$ **B.** $I(4;2)$ **C.** $I(2;-4)$ **D.** $I(-4;2)$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ có TCN $y = 2$ và TCĐ $x = -4$. Vậy tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ là: $I(-4;2)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;3)$ và $B(4;2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{14}$. Chọn đáp án **D**

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x) = -x^2 - 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $f(1) > f(0)$. **B.** $f(1) < f(2)$. **C.** $f(3) > f(2)$. **D.** $f(0) < f(-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = -x^2 - 1 < 0 \ \ \forall x \in IR \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên IR.

Ta có $f(0) < f(-1)$ là mệnh đề đúng.

Câu 19. Bạn Long có 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau. Hỏi Long có bao nhiêu cách chọn một bộ gồm một áo và một quần?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn ra một bộ quần áo từ 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau là $5.4 = 20$ cách chọn.

Câu 20. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \mathrm{e}^x - \log_2 x + 1, (x > 0)$.

A. $y' = \mathrm{e}^x - \frac{1}{x}$. **B.** $y' = x\mathrm{e}^{x-1} - \frac{1}{x}$.

C. $y' = \mathrm{e}^x - \frac{1}{x.\ln 2}$. **D.** $y' = x\mathrm{e}^{x-1} - \frac{1}{x.\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = (\mathrm{e}^x - \log_2 x + 1)' = \mathrm{e}^x - \frac{1}{x.\ln 2}$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

A. $\int 2^x \, \mathrm{d}x = 2^x \ln 2 + C$ **B.** $\int 2^x \, \mathrm{d}x = x2^{x-1} + C$.

C. $\int 2^x \, \mathrm{d}x = 2^x + C$. **D.** $\int 2^x \, \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Lời giải

Chọn D

$\int \mathrm{a}^x \, \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{a}^x}{\ln \mathrm{a}} + C \ (\mathrm{a} > 0; \ \mathrm{a} \neq 1)$.

Áp dụng $\int 2^x \, \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 22. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = \sqrt{7}$. **B.** $|z| = 7$. **C.** $|z| = 5$. **D.** $|z| = 25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;-2;-6)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;-6)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Sai lầm thường gặp.

Học sinh dễ nhầm VTPT là $\vec{n}=(-2;3;1)$

Nguyên nhân sai lầm.

Nhìn nhanh, không đọc kĩ đề bị nhầm thành VTCP của đường thẳng.

Lời giải đúng.

(P): $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$ có VTPT là $\vec{n}=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3};1\right)$ hay $\vec{n}=(3;-2;-6)$.

Câu 24. Với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có

A. $\int_0^3 f(x)dx=\int_{-3}^0 f(x)dx$. **B.** $\int_0^3 f(x)dx=-\int_3^0 f(x)dx$.

C. $\int_0^3 f(x)dx=-\int_{-3}^0 f(x)dx$. **D.** $\int_0^3 f(x)dx=\int_3^0 f(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$, với $a<b$.

Ta có $\int_0^3 f(x)dx=-\int_3^0 f(x)dx$

Câu 25. Sô điểm chung của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x-1$ và đường thẳng $y=2x-1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x-1$ và đường thẳng $y=2x-1$ là: $x^3-2x^2+3x-1=2x-1$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2+x=0\Leftrightarrow x(x-1)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Suy ra số điểm chung của hai đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 26. Cho khối chóp có thể tích bằng $32cm^3$ và diện tích đáy bằng $16cm^2$. Chiều cao của khối chóp đó là

A. $2cm$. **B.** $4cm$. **C.** $6cm$. **D.** $3cm$.

Lời giải

Chọn C

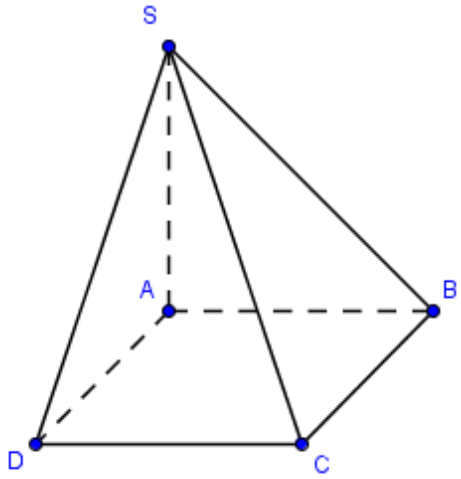
Ta có $V_{chop}=\frac{1}{3}B.h\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{3.32}{16}=6\ \ (cm)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn D



Ta có $DA \perp AB,\ DA \perp SA \Rightarrow DA \perp (SAB) \Rightarrow DA = d(D,\ (SAB))$.
Do đó $d(SB,\ CD) = d(CD,\ (SAB)) = d(D,\ (SAB)) = DA = a$.

Câu 28. Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là
A. $\vec{u} = (-3;0;2)$. **B.** $\vec{u} = (0;3;1)$. **C.** $\vec{u} = (0;1;1)$. **D.** $\vec{u} = (1;-4;-2)$.

Lời giải

Chọn D
+) Gọi $A = d \cap \Delta$.
+) $A \in \Delta \Leftrightarrow A(1+2t;-1+t;-t)$.
+) Đường thẳng d đi qua A và M nên d có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MA} = (2t-1;t-2;-t)$.
+) Đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương là $\vec{v} = (2;1;-1)$.
+) $d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.
+) Ta có $\overrightarrow{MA} = \left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$, suy ra $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\vec{u}(1;-4;-2)$.
Vậy đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}(1;-4;-2)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn B
Ta có: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.
$y' = 4x^3 - 4x,\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.
Ta có bảng biến thiên:

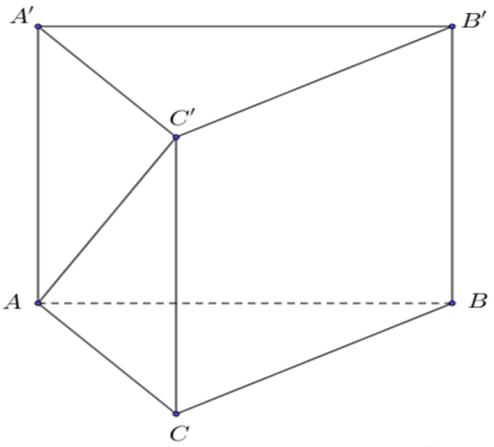
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng
A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left(AC', \widehat{(ABC)}\right) = (\widehat{AC', AC}) = \widehat{CAC'}$, $\tan\widehat{C'AC} = \frac{CC'}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{C'AC} = 30°$.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $w = |z_1|.z_2$ là

A. -2. **B.** -10. **C.** 10. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Do $z_1 = 3 + 4i$ nên $|z_1| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Thay $|z_1| = 5$ và $z_2 = 1 - 2i$ vào w ta có: $w = |z_1|.z_2 = 5(1 - 2i) = 5 - 10i$.

Vậy phần ảo của số phức w là -10.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $I(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 29$.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt cầu tâm I đi qua A nên có bán kính $R = \left|\overrightarrow{IA}\right| = \sqrt{(1-1)^2 + (1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ đi qua A là : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$

Câu 33. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. Đạt cực đại tại điểm $x = -1$. **B.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$. **D.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘	$-\infty$

Suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 34. Cho $I=\int_0^1 \frac{dx}{x^2+7x+12}=a\ln 5+b\ln 4+c\ln 3$. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$I=\int_0^1 \frac{dx}{x^2+7x+12}=\int_0^1 \frac{dx}{(x+3)(x+4)}=\int_0^1 \left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}\right)dx$

$=\ln\left|\frac{x+3}{x+4}\right|\Big|_0^1=\ln\frac{4}{5}-\ln\frac{3}{4}=-\ln 5+2\ln 4-\ln 3$

$\Rightarrow a+b+c=0$.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $M=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+\cdots+\log_2 256$ bằng

A. 36. **B.** $8.\log_2 256$. **C.** 48. **D.** 56.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+\ldots+\log_2 256=\log_2 2+\log_2 2^2+\log_2 2^3+\ldots+\log_2 2^8$

$=(1+2+3+\ldots+8)\log_2 2=1+2+3+\ldots+8=\frac{8}{2}(1+8)=36$.

Câu 36. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

A. Tăng 8 lần. **B.** Tăng 4 lần. **C.** Tăng 6 lần. **D.** Tăng 2 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi $a,\ b,\ c$ là ba kích thước của khối hộp chữ nhật $\Rightarrow$ thể tích khối hộp là $V_1=abc$.

Tăng các kích thước lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng là $V_2=(2a)(2b)(2c)=8abc=8V_1$.

Câu 37. Hàm số $y=f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x)=\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}$.

A. $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+C$. **B.** $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+C$.

C. $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}+C$. **D.** $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+C$.

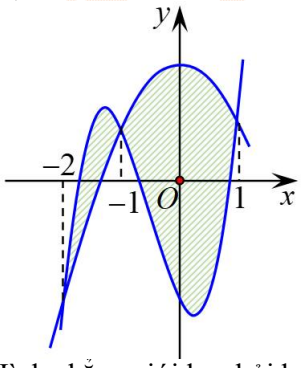
Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=F'(x)=(\mathrm{e}^{2x})'=2\mathrm{e}^{2x}$

Suy ra: $\int \frac{f(x)+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\int \frac{2\mathrm{e}^{2x}+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\int(2\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+C$.

Câu 38. Cho hai hàm số $f(x)=ax^2+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là
$ax^3+bx^2+cx-2=dx^2+3x+2 \Leftrightarrow a^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=0.(*)$
Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x=-2;\ x=-1;\ x=1$. Ta được
$ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=k(x+2)(x+1)(x-1)$.
Khi đó $-4=-2k \Rightarrow k=2$.
Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $\int_{-2}^{1}|2(x+2)(x+1)(x-1)|\mathrm{d}x=\frac{37}{6}$.

Câu 39. Có 9 đôi tất khác nhau trong ngăn kéo của thầy Tân. Ngủ dậy muộn vào lúc 9h sáng, thầy Tân vơ ngẫu nhiên 8 chiếc tất. Tính xác suất để trong đó có đúng 2 đôi tất đúng cặp?

A. $\frac{2}{2431}$. **B.** $\frac{70}{2431}$. **C.** $\frac{280}{187}$. **D.** $\frac{1120}{2431}$.

Lời giải

Chọn D
Số phần tử không gian mẫu là C_{18}^{8}.
Số cách chọn 2 đôi tất đúng cặp là C_9^2.
Cách chọn 4 chiếc tất còn không đúng cặp. Nghĩa là 4 chiếc tất này đến từ 4 cặp khác nhau. Số cách chọn ra 4 cặp là C_7^4. Số cách chỉ lấy một chiếc trong mỗi cặp này là 2^4.
Đáp số bài toán: $\frac{C_9^2.C_7^4.2^4}{C_{18}^8}=\frac{1120}{2431}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2x-3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $g(x)=f(x^2+3x-m)+m^2+1$ đồng biến trên $(0;2)$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B
Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

$g'(x)=f'(x^2+3x-m).(x^2+3x-m)'=(2x+3)f'(x^2+3x-m)$.
Để hàm số $g(x)=f(x^2+3x-m)+m^2+1$ đồng biến trên $(0;2)$ thì $g'(x)\geq 0,\forall x\in(0;2)$.
$\Rightarrow f'(x^2+3x-m)\geq 0,\forall x\in(0;2)$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+3x-m\geq 1\\x^2+3x-m\leq -3\end{array}\right.,\forall x\in(0;2)$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+3x-1\geq m\\x^2+3x+3\leq m\end{array}\right.,\forall x\in(0;2)$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\geq m\\13\leq m\end{array}\right.$.
Vậy $m\in\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;13;14;15;16;17;18;19;20\}$.

Câu 41. Biết phương trình $27^x-27^{1-x}-16\left(3^x-\frac{3}{3^x}\right)+6=0$ có nghiệm $x=a, x=\log_3 b, x=\log_3 b$ với $a\in\mathbb{Z}, b>c>0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};3\right)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B
Ta có:

$27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0 \Leftrightarrow \left(3^x - \frac{3}{3^x}\right)^3 - 7\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x - \frac{3}{3^x} = -3 \\ 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \\ 3^x - \frac{3}{3^x} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{2x} + 3.3^x - 3 = 0 \\ 3^{2x} - 2.3^x - 3 = 0 \\ 3^{2x} - 3^x - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = \frac{-3+\sqrt{21}}{2} \\ 3^x = \frac{-3-\sqrt{21}}{2}(l) \\ 3^x = 3 \\ 3^x = -1(l) \\ 3^x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ 3^x = \frac{1-\sqrt{13}}{2}(l) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_3 \frac{-3+\sqrt{21}}{2} \\ x = 1 \\ x = \log_3 \frac{1+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

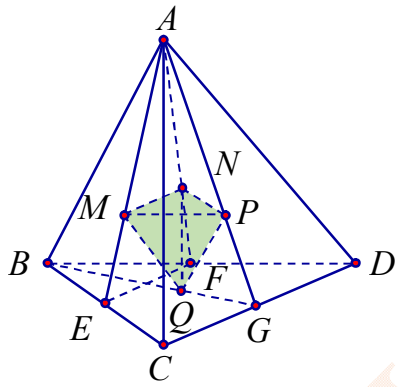
Do đó $b = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, c = \frac{-3+\sqrt{21}}{2}$. Vậy $\frac{b}{c} \approx 2{,}91 \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 42. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{4034}{81}$. **B.** $\frac{8068}{27}$. **C.** $\frac{2017}{27}$. **D.** $\frac{2017}{9}$.

Lời giải

Chọn C



$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4}V_{ABCD}$

(Do E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD).

$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{SM}{SE}.\frac{SN}{SE}.\frac{SP}{SG} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27}V_{AEFG} = \frac{8}{27}.\frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{2}{27}V_{ABCD}$

Do mặt phẳng $(MNP)//(BCD)$ nên $\frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{QMNP} = \frac{1}{2}V_{AMNP}$

$V_{QMNP} = \frac{1}{2}.\frac{2}{27}V_{ABCD} = \frac{1}{27}V_{ABCD} = \frac{2017}{27}$.

Câu 43. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + 2i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ thay vào $(1 + 2i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$, ta được:

$(1 + 2i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$

$\Leftrightarrow a + bi + 2ai - 2b + 2a - 2bi = 3 + 2i$

$\Leftrightarrow (3a - 2b) + (2a - b)i = 3 + 2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 3 \\ 2a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$

Vậy $a + b = 1 + 0 = 1$.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị (C_m). Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_m) với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (5; +\infty)$. **B.** $m \in (-1; 1)$. **C.** $m \in (3; 5)$. **D.** $m \in (2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành là $x^4-4x^2+m=0$ (1).

Đặt $t=x^2$ $(t\geq 0)$, phương trình (1) trở thành $t^2-4t+m=0$ (2).

Để (1) có bốn nghiệm phân biệt thì (2) phải có hai nghiệm dương phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\S=4>0\\P=m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-m>0\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<4$ (3).

Gọi t_1 và t_2 $(t_1<t_2)$ là hai nghiệm của (2), khi đó bốn nghiệm (theo thứ tự từ nhỏ đến lớn) của phương trình (1) là $x_1=-\sqrt{t_2}, x_2=-\sqrt{t_1}, x_3=\sqrt{t_1}, x_4=\sqrt{t_2}$.

Do tính đối xứng của (C_m) nên từ giả thiết ta có

$$\int_0^{x_3}(x^4-4x^2+m)\mathrm{d}x=\int_{x_3}^{x_4}(-x^4+4x^2-m)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^{x_4}(2x^4-8x^2+2m)\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{2x^5}{5}-\frac{8x^3}{3}+2mx\right)\Big|_0^{x_4}=0\Leftrightarrow\frac{x_4^5}{5}-\frac{4x_4^3}{3}+mx_4=0\Leftrightarrow\frac{x_4^5}{5}-\frac{4x_4^3}{3}+mx_4=0$$

$\Leftrightarrow\frac{x_4^5}{5}-\frac{4x_4^3}{3}+mx_4=0\Leftrightarrow 3x_4^4-20x_4^2+15m=0.$

Vậy x_4 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x_4^4-4x_4^2+m=0\\3x_4^4-20x_4^2+15m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15x_4^4-60x_4^2+15m=0\\3x_4^4-20x_4^2+15m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12x_4^4-40x_4^2=0\\3x_4^4-20x_4^2+15m=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}12x_4^4-40x_4^2=0\\3x_4^4-20x_4^2+15m=0\end{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_4=0\\m=0\end{cases}\\\begin{cases}x_4^2=\frac{10}{3}\\m=\frac{20}{9}\end{cases}\end{array}\right.$$. Kết hợp điều kiện (3) suy ra $m=\frac{20}{9}$.

Câu 45. Cho 2 số phức $z_1;z_2$ là số phức thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tính giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $5+3\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{26}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $34+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2(|z_1|^2+|z_2|^2)\Leftrightarrow 100+4=2(|z_1|^2+|z_2|^2).\Rightarrow|z_1|^2+|z_2|^2=52$

Áp dụng BĐT Cauchy:

$A^2+B^2\geq 2AB\Rightarrow A^2+B^2\geq\frac{(A+B)^2}{2}\Rightarrow|z_1|^2+|z_2|^2\geq\frac{(|z_1|+|z_2|)^2}{2}\Rightarrow 104\geq(|z_1|+|z_2|)^2.$

Suy ra $P=|z_1|+|z_2|\leq 2\sqrt{26}$. Dấu bằng xảy ra khi $|z_1|=|z_2|$.

Vậy giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$ là $2\sqrt{26}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$. Tìm điểm $N\in(P)$ sao cho $S=2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N(-2;0;1)$. **B.** $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{4};\frac{3}{4}\right)$. **C.** $N(-1;2;1)$. **D.** $N\left(-\frac{4}{3};2;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Với mọi điểm I ta có

$$S=2NA^2+NB^2+NC^2=2\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=4NI^2+2\overrightarrow{NI}\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+2IA^2+IB^2+IC^2$$

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ Suy ra tọa độ điểm I là $I(0;1;2)$.

Khi đó $S = 4NI^2 + 2IA^2 + IB^2 + IC^2$, do đó S nhỏ nhất khi N là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là $\begin{cases} x = 0 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Tọa độ điểm $N(t; 1-t; 2+t) \in (P) \Rightarrow t - 1 + t + 2 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow N(-1; 2; 1)$.

Câu 47. Số giá trị nguyên $m > 2$ để $P = \frac{1}{3}my - xy + 1 \geq 0, \forall x, y$ thỏa mãn: $\begin{cases} x > 0, y > 0 \\ \ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1. \end{cases}$

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $\frac{1-2x}{x+y} > 0$, do $x, y > 0$ nên $x + y > 0 \Rightarrow 1 - 2x > 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{2}; y > 0$.

Khi đó ta có: $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1 \Leftrightarrow \ln(1-2x) - \ln(x+y) = 2x + x + y - 1$

$\Leftrightarrow ln(1-2x) + 1 - 2x = ln(x+y) + x + y\ (1)$

Xét hàm số đặc trưng $f(t) = lnt + t$ với $t > 0$

có $f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0 \Rightarrow$ Hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mà từ (1) ta có $f(1-2x) = f(x+y) \Rightarrow 1 - 2x = x + y \Leftrightarrow y = 1 - 3x$

Khi đó $P = \frac{1}{3}my - xy + 1 = \frac{1}{3}m(1-3x) - x(1-3x) + 1 = 3x^2 - (1+m)x + \frac{1}{3}m + 1$ với $0 < x < \frac{1}{2}$

Có $P'(x) = 6x - (1+m) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+m}{6} > \frac{1}{2}$ vì $m > 2$

Hàm số $P = 3x^2 - (1+m)x + \frac{1}{3}m + 1$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ nên để $P \geq 0, \forall x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ thì $P\left(\frac{1}{2}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5}{4} - \frac{m}{6} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{15}{2}$

Kết hợp với điều kiện m là số nguyên lớn hơn 2, ta có $m \in \{3,4,5,6,7\}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó hàm số $g(x) = f(|x|)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Suy ra $g(0) = f(0)$ là một số hữu hạn.

Xét trên khoảng $(0; +\infty)$: $g(x) = f(x)$

$g'(x) = f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-m)^5 = 0 \Leftrightarrow x = m$

- TH1: $m = 0$ thì $x = 0$. Khi đó $x = 0$ là nghiệm bội lẻ của $g'(x)$ nên $g'(x)$ đổi dấu một lần qua $x = 0$ suy ra hàm số $g(x)$ có duy nhất một điểm cực trị là $x = 0$.

- TH2: $m < 0$ thì $g'(x)$ vô nghiệm, suy ra $g'(x) > 0$ với mọi $x > 0$

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Cả hai trường hợp trên đều có: hàm số $g(x) = f(|x|)$ có duy nhất một điểm cực trị là $x = 0$.

- TH 3: $m > 0$ thì $x = m$ là nghiệm bội lẻ của $g'(x)$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(|x|)$:

x	$-\infty$		$-m$		0		m		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	

- Lại có $m \in [-5;5]$ và m nguyên nên $m \in \{1,2,3,4,5\}$.
Vậy có 5 giá trị nguyên của m.

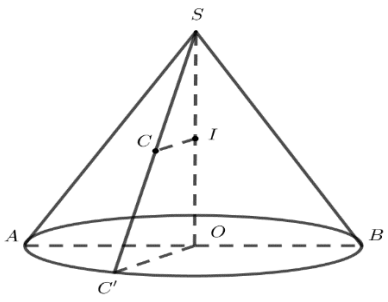
Câu 49. Cho hình nón đỉnh S, I là trung điểm đường cao SO và AB là đường kính đáy. Điểm C nằm trên mặt nón sao cho IC vuông góc mặt phẳng (SAB). Biết rằng tam giác SAB đều cạnh $AB = 2020km$. Tính quãng đường ngắn nhất đi từ A đến C trên mặt nón.

A. $2020\sqrt{5-2\sqrt{2}}km$. **B.** $1010km$.

C. $1010\sqrt{5-2\sqrt{2}}km$. **D.** $1010\sqrt{2}km$.

Lời giải

Chọn D



Gọi C' là giao của SC với đường tròn tâm O.

Ta có $OA = OC' = \frac{AB}{2} = 1010 \ \ km$. Vì $IC \perp (SAB) \Rightarrow IC // OC'$ mà I là trung điểm SO suy ra $IC = \frac{1}{2}OC' = 505 \ \ km$.

Mặt khác tam giác SAB đều suy ra $SO = \frac{2020\sqrt{3}}{2} = 1010\sqrt{3}km$.

$\Rightarrow IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(505\sqrt{3}\right)^2 + 1010^2}km$.

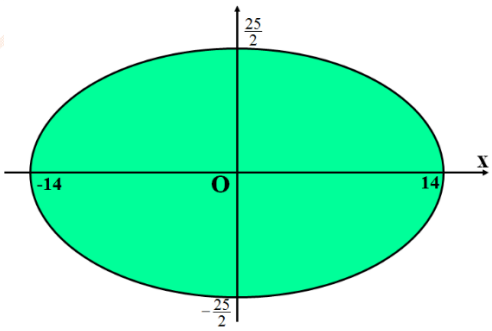
Xét tam ICA vuông tại I có $AC = \sqrt{IA^2 + IC^2} = \sqrt{3.505^2 + 1010^2 + 505^2} = 1010\sqrt{2}km$.

Câu 50. Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm. Biết cứ 1000 cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 180000 đồng. **B.** 183000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Lời giải

Chọn B



Đường elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm có phương trình $\frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2\left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y = \pm\frac{25}{2}\sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}$.

Do đó thể tích quả dưa là $V = \pi\int_{-14}^{14}\left(\frac{25}{2}\sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}\right)^2 dx = \pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\int_{-14}^{14}\left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right)dx = \pi\left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \left(x - \frac{x^3}{3.14^2}\right)\Big|_{-14}^{14} = \pi\left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \frac{56}{3} = \frac{8750\pi}{3} \ cm^3$.

Do đó tiền bán nước thu được là $\frac{8750\pi.20000}{3.1000} \approx 183259$ đồng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 012

Câu 1. Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giầy khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giầy và mũ của Bình là
A. 14. **B.** 60. **C.** 5. **D.** 120.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?
A. $(-1\,;\,1)$. **B.** $(-\infty\,;\,-1)$. **C.** $(2\,;\,+\infty)$. **D.** $(1\,;\,2)$.

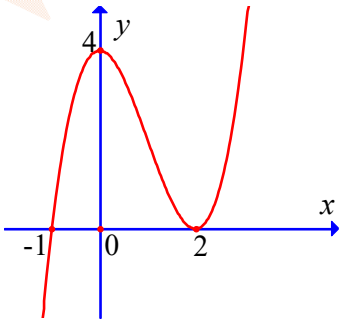
Câu 4. Cho hai số dương a,b với $a\neq 1$. Khi đó $\log_{a^3}b$ bằng
A. $3\log_a b$. **B.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **C.** $-\frac{1}{3}\log_a b$. **D.** $-3\log_a b$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(1;0;-2)$. **B.** $(-1;0;-2)$.
C. $(-1;0;2)$. **D.** $(1;0;2)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3^x+1)$.
A. $y'=\frac{3^x\ln 3}{3^x+1}$. **B.** $y'=\frac{3^x+1}{\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{3^x+1}{3^x.\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{3^x}{3^x+1}$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là
A. $y=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-\frac{1}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=-3\sin 2x+2\cos x-\mathrm{e}^x$ là
A. $\frac{3}{2}\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **B.** $\frac{3}{2}\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.
C. $-6\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **D.** $6\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

Câu 10. **(ĐTK 2017-Câu 1)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.
A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;1), B(2;0;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}$.
A. 36. **B.** 12. **C.** -12. **D.** -36.

Câu 12. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x<1$.

A. $x < \log_{\frac{2}{3}} 2$. **B.** $x > \log_{\frac{2}{3}} 2$. **C.** $x > 0$. **D.** $x < 0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $(1;2;-1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 14. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của z là

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 15. Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 16. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 17. Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x}\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{7}{4}$. **B.** $I = 1 - \ln 2$. **C.** $I = 2\ln 2$. **D.** $I = 1 + \ln 2$.

Câu 18. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 - 3x - 2$.

Câu 19. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $S_{xq} = 18\pi$. **B.** $S_{xq} = 36\pi$. **C.** $S_{xq} = 54\pi$. **D.** $S_{xq} = 9\pi$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Điểm nào dưới đây không thuộc d

A. $M(-2;\ 1;\ 5)$. **B.** $M(1;\ -2;\ -1)$. **C.** $N(3;\ -4;\ -5)$. **D.** $P(0;\ -1;\ -1)$.

Câu 21. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z}i$ là điểm nào dưới đây?

A. $D(-2;-3)$. **B.** $C(-3;-2)$. **C.** $B(2;-3)$. **D.** $A(-3;2)$.

Câu 22. Cho số phức $z = 2 - 14i$. Phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là

A. $2;-14i$. **B.** $2;-14$. **C.** $14i;2$. **D.** $14;-2$.

Câu 23. Cho một khối nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{3}$. **C.** 12π. **D.** 16π.

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) = 1$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25. **(Đề CT BGD 2021 mã 102 - Đợt 1)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -9. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(4 - 2x)$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 27. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^5 = b^3e^3$. Giá trị của $5\ln a - 3\ln b$ bằng

A. e. **B.** 3. **C.** $3e$. **D.** e^3.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD'.

A. $2a$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-y+z+4=0$ và $(Q): 2x-5y+6=0$. Lập phương trình đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $\begin{cases} x=-3+5t \\ y=2t \\ z=5-13t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+5t \\ y=-2t \\ z=5-13t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+5t \\ y=1+2t \\ z=5-13t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=2t \\ z=5-13t \end{cases}$.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+9x^2-24x+1$ trên nửa khoảng $(0;2]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{M}{m}=-\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{M}{m}=\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{M}{m}=\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{M}{m}=-\frac{5}{12}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Số đo của góc giữa SA và (ABC) bằng

A. 45^o. **B.** 30^o. **C.** 60^o. **D.** 75^o.

Câu 32. Cho hai số thực x, y thoả mãn hệ thức $(2x+iy)(1-i)+(1+ix)(3-i)=0$. Giá trị của biểu thức $T=x+2y$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $(e^x-1)(e^{-x}+1)$ là:

A. $F(x)=e^x+2e^{-x}+C$. **B.** $F(x)=e^x+e^{-x}+C$.

C. $F(x)=e^x-e^{-x}+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}e^x+2e^{-x}+C$.

Câu 34. Thể tích khối lập phương tăng thêm bao nhiêu lần nếu độ dài cạnh của nó tăng gấp đôi?

A. 8. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;\ 2;\ -5)$, $B(-4;\ 0;\ 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$.

C. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$. **D.** $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

Câu 36. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-x-12}$.

A. $\frac{1}{7}\ln\frac{9}{16}$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\frac{9}{16}$. **C.** $\ln\frac{9}{16}$. **D.** $-\frac{1}{7}\ln\frac{9}{16}$.

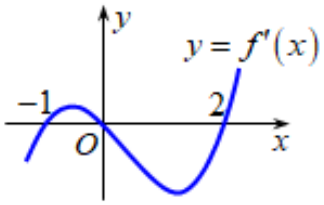
Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2017}(x-1)^{2018}(x+1)^{2019}$, hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 38. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn 1 tam giác trong tập hợp X. Xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân bằng

A. $\frac{23}{136}$. **B.** $\frac{144}{136}$. **C.** $\frac{3}{17}$. **D.** $\frac{11}{68}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $f(2)>f(0)>f(-1)$ **B.** $f(-1)>f(0)>f(2)$.

C. $f(0)>f(2)>f(-1)$. **D.** $f(0)>f(-1)>f(2)$.

Câu 40. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y=x^2-4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2;\ 0)$ và trục Oy là

A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=\frac{8}{3}$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $9^a=16^b=12^c$. Tính $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}$ ta được

A. $T=6$. **B.** $T=2$. **C.** $T=9$. **D.** $T=4$.

Câu 42. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\le\frac{5}{4}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2|-|z-2|=4$ và $|z-1|=1$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên là $2a$. M thuộc cạnh SA sao cho $2MS=MA$. Tính thể tích V của tứ diện $MABC$.

A. $V=\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{11}}{14}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{11}}{16}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{11}}{18}a^3$.

Câu 45. Xét tất cả số thực x,y sao cho $27^{5-y^2}\ge a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-4x+8y$ bằng

A. -5. **B.** -20. **C.** -15. **D.** 25.

Câu 46. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

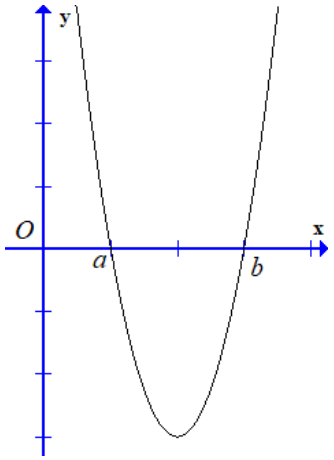
A. $\sqrt{10}-1$. **B.** 3. **C.** $\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$. **D.** $\sqrt{10}+1$.

Câu 47. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Đươc đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



A. $V=1{,}52\text{m}^3$. **B.** $V=1{,}31\text{m}^3$. **C.** $V=1{,}27\text{m}^3$. **D.** $V=1{,}19\text{m}^3$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm m để hàm số $g(x)=|f^2(x)+f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị. Biết rằng $f(b)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.



A. $m>0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$.

Câu 49. Cho hình nón (N) có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi Mlà điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x$, $0<x<h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M, với hình nón (N). Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{h}{3}$. **C.** $\frac{h}{2}$. **D.** $\frac{h\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-2;2;-2)$ và điểm $B(3;-3;3)$. Điểm M thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Điểm $N(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P):-x+2y-2z+6=0$ sao cho MN nhỏ nhất. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. -2. **B.** 12. **C.** -6. **D.** 6.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	B	A	D	C	D	B	A	A	C	B	D	C	C	D	C	B	D	D	B	C	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	A	D	A	B	B	B	A	A	A	D	D	A	B	B	A	D	C	C	A	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giầy khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giầy và mũ của Bình là

A. 14. **B.** 60. **C.** 5. **D.** 120.

Lời giải

Chọn D

Để chọn được bộ quần áo theo yêu cầu bài toán phải thực hiện các hành động:

+ Hành động 1: Chọn chiếc áo: Có 5 cách chọn.

+ Hành động 2: Chọn chiếc quần: Có 4 cách chọn.

+ Hành động 3: Chọn đôi giầy: Có 3 cách chọn.

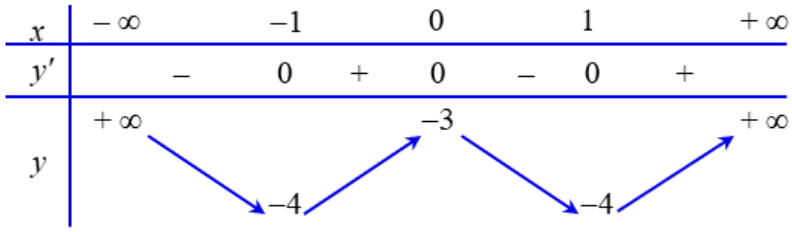
+ Hành động 4: Chọn chiếc mũ: Có 2 cách chọn.

Vậy theo qui tắc nhân, có $5.4.3.2 = 120$ cách chọn.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.



Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1\,;\,1)$. **B.** $(-\infty\,;\,-1)$. **C.** $(2\,;\,+\infty)$. **D.** $(1\,;\,2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Theo bảng xét dấu, ta có hàm số đồng biến trên $(1\,;\,2)$.

Câu 4. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Khi đó $\log_{a^3} b$ bằng

A. $3\log_a b$. **B.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **C.** $-\frac{1}{3}\log_a b$. **D.** $-3\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Với các số dương a, b và $a \neq 1$,ta có $\log_{a^3} b = \frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;0;-2)$. **B.** $(-1;0;-2)$.

C. $(-1;0;2)$. **D.** $(1;0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình ta có ngay tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $(1;0;-2)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3^x+1)$.

A. $y'=\frac{3^x\ln 3}{3^x+1}$. **B.** $y'=\frac{3^x+1}{\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{3^x+1}{3^x.\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{3^x}{3^x+1}$.

Lời giải

Chọn D

$y'=\frac{3^x\ln 3}{(3^x+1)\ln 3}=\frac{3^x}{3^x+1}$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là

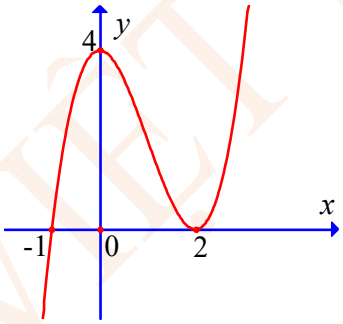
A. $y=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x+3}=2$. Nên $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$. Do đó chọn

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=-3\sin 2x+2\cos x-\mathrm{e}^x$ là

A. $\frac{3}{2}\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **B.** $\frac{3}{2}\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

C. $-6\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **D.** $6\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int(-3\sin 2x+2\cos x-\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

Câu 10. **(ĐTK 2017-Câu 1)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của (C) và trục hoành là 3.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;1), B(2;0;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}$.

A. 36. **B.** 12. **C.** -12. **D.** -36.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(-1;3;1), B(2;0;-5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3;-3;-6)$ và $\overrightarrow{OB} = (2;0;-5)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB} = 3.2 + (-3).0 + (-6).(-5) = 36$.

Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB} = 36$.

Câu 12. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x < 1$.

A. $x < \log_{\frac{2}{3}} 2$. **B.** $x > \log_{\frac{2}{3}} 2$. **C.** $x > 0$. **D.** $x < 0$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\frac{2}{3}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{2}{3}} 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $(1;2;-1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n} = (1;2;0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Câu 14. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của z là

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

$|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$

Câu 15. Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{6}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 16. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 2 + 5 = 7$.

Câu 17. Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x}\mathrm{d}x$.

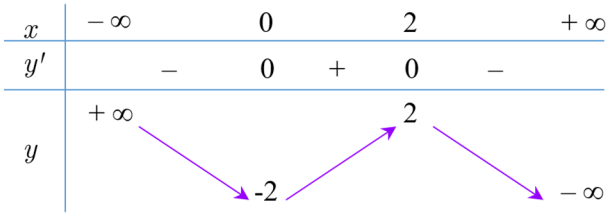
A. $I = \frac{7}{4}$. **B.** $I = 1 - \ln 2$. **C.** $I = 2\ln 2$. **D.** $I = 1 + \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x}\mathrm{d}x = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = (x + \ln x)|_1^2 = 1 + \ln 2$.

Câu 18. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$.

C. $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Lời giải

Chọn C

+) Vì $y(0)=-2$ nên loại phương án B, C

+) Dựa vào bảng biến thiên ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ nên chọn hàm số $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 19. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $S_{xq}=18\pi$. **B.** $S_{xq}=36\pi$. **C.** $S_{xq}=54\pi$. **D.** $S_{xq}=9\pi$.

Lời giải

Chọn B

◆ Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.3.6=36\pi$ (đvdt).

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$.

Điểm nào dưới đây không thuộc d

A. $M(-2;\ 1;\ 5)$. **B.** $M(1;\ -2;\ -1)$. **C.** $N(3;\ -4;\ -5)$. **D.** $P(0;\ -1;\ -1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ $P(0;\ -1;\ -1)$ vào phương trình đường thẳng ta được: $\frac{0}{-1}=\frac{0}{1}\neq\frac{-2}{2}$. Vậy điểm $P(0;\ -1;\ -1)$ không thuộc đường thẳng d.

Câu 21. Cho số phức $z=2-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w=\overline{z}i$ là điểm nào dưới đây?

A. $D(-2;-3)$. **B.** $C(-3;-2)$. **C.** $B(2;-3)$. **D.** $A(-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=(2+3i)i=-3+2i$.

Điểm biểu diễn cho số phức w là điểm $A(-3;2)$.

Câu 22. Cho số phức $z=2-14i$. Phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là

A. $2;-14i$. **B.** $2;-14$. **C.** $14i;2$. **D.** $14;-2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Cho một khối nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{3}$. **C.** 12π. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $h^2=l^2-r^2=5^2-3^2=16\Rightarrow h=4$.

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.4.9=12\pi$.

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)=1$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Câu 1: **Chọn C**

Ta có $\log_2(x-3)=1 \Leftrightarrow x-3=2 \Leftrightarrow x=5$.
Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 25. **(Đề CT BGD 2021 mã 102 - Đợt 1)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -9. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{12}{3}=4$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}}(4-2x)$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $4-2x>0 \Leftrightarrow x<2$.
Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}}(4-2x)$ là $D=(-\infty;2)$.

Câu 27. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^5=b^3e^3$. Giá trị của $5\ln a-3\ln b$ bằng

A. e. **B.** 3. **C.** $3e$. **D.** e^3.

Lời giải

Chọn B

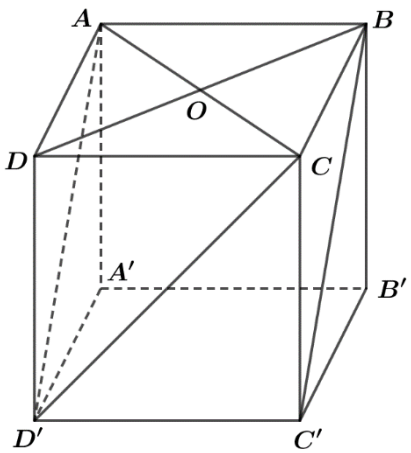
$a^5=b^3e^3 \Leftrightarrow \ln a^5=\ln(b^3e^3)$
$\Leftrightarrow 5\ln a=3\ln b+3\ln e$
$\Leftrightarrow 5\ln a-3\ln b=3\ln e=3$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD'.

A. $2a$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



$ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow BC' \,//\, AD' \Rightarrow BC' \,//\, (ACD')$; $CD' \subset (ACD')$
$\Rightarrow d(BC';\,CD')=d\big(BC';\,(ACD')\big)=d\big(B;\,(ACD')\big)=d\big(D;\,(ACD')\big)=h$.

.

Tứ diện $D.ACD'$ có DA, DC, DD' đôi một vuông góc.

$\Rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}+\frac{1}{DD'^2}=\frac{3}{a^2} \Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+z+4=0$ và $(Q)\colon 2x-5y+6=0$. Lập phương trình đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $\begin{cases}x=-3+5t\\y=2t\\z=5-13t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+5t\\y=-2t\\z=5-13t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+5t\\y=1+2t\\z=5-13t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+5t\\y=2t\\z=5-13t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) và (Q) có các véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1} = (3;-1;1); \overrightarrow{n_2} = (2;-5;0)$.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q), $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của d.

Khi đó $\begin{cases}\vec{u} \perp \overrightarrow{n_1} \\ \vec{u} \perp \overrightarrow{n_2}\end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}] = (5;2;-13)$.

Gọi $A \in d \Rightarrow$ Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}3x - y + z + 4 = 0 \\ 2x - 5y + 6 = 0\end{cases} \Rightarrow A(-3;0;5)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x = -3 + 5t \\ y = 2t \\ z = 5 - 13t\end{cases}$.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 1$ trên nửa khoảng $(0;2]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{M}{m} = -\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{M}{m} = \frac{5}{12}$. **C.** $\frac{M}{m} = \frac{1}{12}$. **D.** $\frac{M}{m} = -\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $y = f(x)$.

Tập xác định D $= \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 + 18x - 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 1 \\ x = -4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 1$

x	0		1		2
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-12	$\nearrow$	5

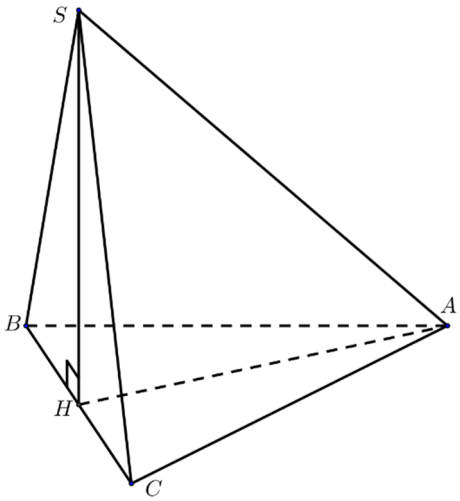
Từ bảng biến thiên suy ra: $m = -12, M = 5 \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{5}{-12} = -\frac{5}{12}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Số đo của góc giữa SA và (ABC) bằng

A. 45^o. **B.** 30^o. **C.** 60^o. **D.** 75^o.

Lời giải

Chọn A



Gọi H trung điểm của cạnh BC, ta có $SH \perp (ABC)$ suy ra góc giữa SA và (ABC) là $(SA, AH) = \widehat{SAH}$.

Xét tam giác SAH ta có $\begin{cases} SH \perp HA \ (do\ SH \perp (ABC)) \\ SH = HA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Suy ra tam giác SAH vuông cân tại $H \Rightarrow \widehat{SAH} = 45^o$.

Câu 32. Cho hai số thực x, y thoả mãn hệ thức $(2x+iy)(1-i)+(1+ix)(3-i)=0$. Giá trị của biểu thức $T = x + 2y$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

• $(2x+iy)(1-i)+(1+ix)(3-i)=0 \Leftrightarrow 2x-2xi+yi+y+3-i+3xi+x=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y+3=0 \\ x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$. Suy ra $T = x + 2y = 4$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $(e^x-1)(e^{-x}+1)$ là:

A. $F(x) = e^x + 2e^{-x} + C$. **B.** $F(x) = e^x + e^{-x} + C$.

C. $F(x) = e^x - e^{-x} + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{2}e^x + 2e^{-x} + C$.

Lời giải

Chọn B

$(e^x-1)(e^{-x}+1) = e^x - e^{-x} \Rightarrow \int (e^x-1)(e^x+1)dx = \int (e^x - e^{-x})dx = e^x + e^{-x} + C$.

Câu 34. Thể tích khối lập phương tăng thêm bao nhiêu lần nếu độ dài cạnh của nó tăng gấp đôi?

A. 8. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Cạnh ban đầu là a thì cạnh lúc sau là $2a$.

Thể tích tăng thêm là $\Delta V = V_2 - V_1 = (2a)^3 - a^3 = 7a^3 = 7V_1$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;\ 2;\ -5)$, $B(-4;\ 0;\ 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$.

C. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$. **D.** $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

Lời giải

:

Chọn A

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của AB.

Ta có $I(1;\ 1;\ 1)$.

Ngoài ra $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{62}$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 36. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-x-12}$.

A. $\frac{1}{7}\ln\frac{9}{16}$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\frac{9}{16}$. **C.** $\ln\frac{9}{16}$. **D.** $-\frac{1}{7}\ln\frac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{1}{x^2-x-12} = \frac{1}{(x-4)(x+3)} = \frac{1}{7}\left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+3}\right)$

$\Rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{x^2-x-12} = \frac{1}{7}\int_0^1 \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+3}\right)dx = \frac{1}{7}\ln\left|\frac{x-4}{x+3}\right|\Big|_0^1 = \frac{1}{7}\left(\ln\frac{3}{4} - \ln\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{7}\ln\frac{9}{16}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2017}(x-1)^{2018}(x+1)^{2019}$, hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'=0 \Leftrightarrow x=0, x=1, x=-1$.

Trong ba nghiệm này thì nghiệm $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên đạo hàm không đổi dấu khi đi qua nghiệm này.

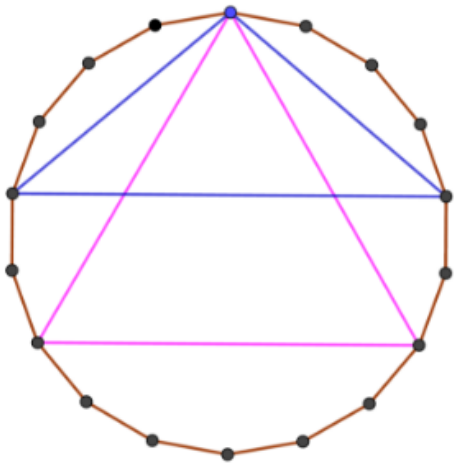
Vậy hàm số đã cho có hai cực trị

Câu 38. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn 1 tam giác trong tập hợp X. Xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân bằng

A. $\frac{23}{136}$. **B.** $\frac{144}{136}$. **C.** $\frac{3}{17}$. **D.** $\frac{11}{68}$.

Lời giải

Chọn D



Số cách chọn 1 tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho là $n(\Omega)=C_{18}^{3}=816$.

Gọi A là biến cố: " tam giác được chọn là tam giác cân".

- TH1: Tam giác được chọn là tam giác đều: có 6 cách.
- TH2: Tam giác được chọn là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều:

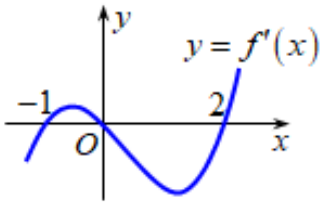
+ Chọn đỉnh của tam giác cân có 18 cách.

+ Chọn cặp đỉnh còn lại để cùng với đỉnh đã chọn tạo thành 3 đỉnh của 1 tam giác cân (không đều) có 7 cách.

Suy ra số cách chọn tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $18.7=126$ cách.

Vậy $n(A)=6+126=132 \Rightarrow P(A)=\frac{132}{816}=\frac{11}{68}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $f(2)>f(0)>f(-1)$ **B.** $f(-1)>f(0)>f(2)$.

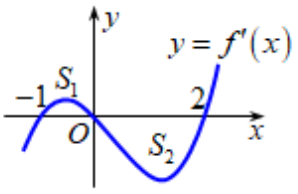
C. $f(0)>f(2)>f(-1)$. **D.** $f(0)>f(-1)>f(2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(-1)$	↗	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	



Mặt khác $f(2)-f(-1)=\int_{-1}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}f'(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=S_1-S_2<0\Rightarrow f(2)<f(-1)$

Vậy $f(2)<f(-1)<f(0)$.

Câu 40. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi (P): $y=x^2-4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2;\,0)$ và trục Oy là

A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=\frac{8}{3}$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=2x$.

$y'(2)=4$.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(2;\,0)$

$y=2(x-2)=2x-4$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^2|x^2-4-(2x-4)|\mathrm{d}x=\left|\int_0^2(x^2-2x)\mathrm{d}x\right|$

$=\left|\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\right|_0^2\Big|=\frac{4}{3}$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $9^a=16^b=12^c$. Tính $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}$ ta được

A. $T=6$. **B.** $T=2$. **C.** $T=9$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $9^a=16^b=12^c=t\ (t>0;t\neq 1)$. Khi đó, $\begin{cases}a=\log_9 t\\ b=\log_{16}t\\ c=\log_{12}t\end{cases}$

Suy ra: $\frac{c}{a}=\frac{\log_{12}t}{\log_9 t}=\frac{\log_t 9}{\log_t 12}=\log_{12}9$; $\frac{c}{b}=\frac{\log_{12}t}{\log_{16}t}=\frac{\log_t 16}{\log_t 12}=\log_{12}16$.

Vậy: $\frac{c}{a}+\frac{c}{b}=\log_{12}9+\log_{12}16=\log_{12}144=2$.

Đề xuất cách 2:

Xét $12^T=12^{\frac{c}{a}+\frac{c}{b}}=12^{\frac{c}{a}}.12^{\frac{c}{b}}=(9^a)^{\frac{1}{a}}.(16^b)^{\frac{1}{b}}=9.16=144=12^2$.

Do đó $T=2$.

Câu 42. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\leq 2$. **B.** $m\leq\frac{5}{4}$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m\geq 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\frac{-\cos^2x+2m\sin x-2\sin^2x}{\cos^3x}=\frac{-1+2m\sin x-\sin^2x}{\cos^3x}$

Để hàm số nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ thì

$y' \le 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow -\sin^2 x + 2m\sin x - 1 \le 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$, vì $\cos^3 x > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ (1)

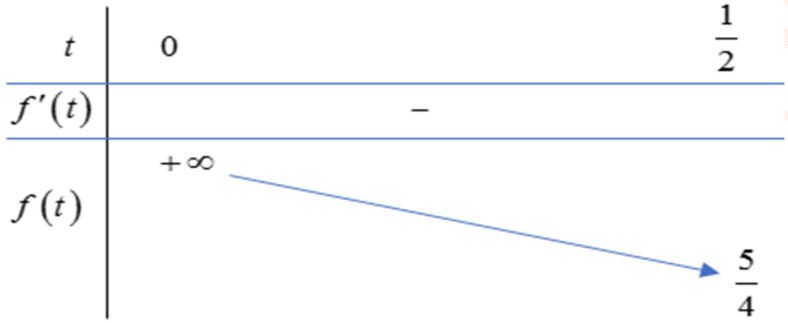
Đặt $\sin x = t, t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow -t^2 + 2mt - 1 \le 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \le \frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$ (2)

Ta xét hàm $f(t) = \frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $f'(t) = \frac{2(t^2-1)}{4t^2} < 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra (2) $\Leftrightarrow m \le \frac{5}{4}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2| - |z-2| = 4$ và $|z-1| = 1$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ và gọi M là điểm biểu diễn của z.

Đặt $A(-2;0), B(2;0)$.

Ta có $|z+2| - |z-2| = 4 \Leftrightarrow MA - MB = AB$.

Suy ra M, A, B thẳng hàng và B nằm giữa A và M.

Mặt khác $|z-1| = 1 \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 1$.

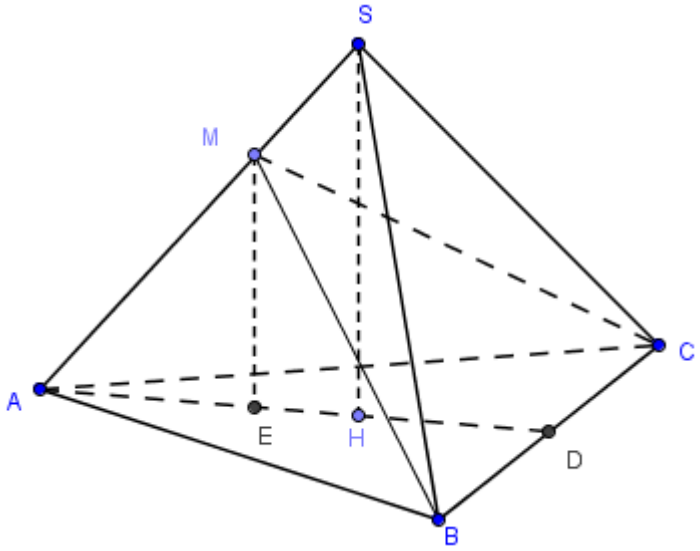
Từ và ta có $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$. Vậy có 1 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên là $2a$. M thuộc cạnh SA sao cho $2MS = MA$. Tính thể tích V của tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}}{12}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{11}}{14}a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{11}}{16}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{11}}{18}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm cạnh BC và H, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của S, M lên AD.

Ta có $AH = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông SHA có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Mặt khác, ta có $ME//SH$ (vì cùng vuông góc với AD). Do đó ta có

$\frac{ME}{SH} = \frac{AM}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow ME = \frac{2}{3}SH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{2a\sqrt{33}}{9}$.

Vậy thể tích V của tứ diện $MABC$ là $V = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{2a\sqrt{33}}{9} = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$.

Câu 45. Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

A. -5. **B.** -20. **C.** -15. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x, y thỏa $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a.

Ta có $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 8y - P = 0$

Suy ra điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn tâm $I(2;-4)$ và bán kính $R_1 = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + P} = \sqrt{20 + P}$.

$$27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3} \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x - \log_3 a^3)\log_3 a \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x - 3\log_3 a)\log_3 a$$

Đặt $t = \log_3 a, t \in \mathbb{R}$.

Suy ra $(5-y^2).3 \geq (6x-3t)t \Leftrightarrow -3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$

Theo đề bài ta có $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ đúng với mọi số thực dương a nên $-3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Do đó $\begin{cases} -3 < 0 \\ (3x)^2 + 3(-15 + 3y^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9x^2 + 9y^2 - 45 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 5$.

Suy ra tập hợp các điểm $M(x;y)$ là hình tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Vậy để tồn tại cặp $(x;y)$ thì đường tròn $(I;R_1)$ và hình tròn $(O;\sqrt{5})$ phải có điểm chung.

Do đó $IO \leq R_1 + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2^2 + (-4)^2} \leq \sqrt{20+P} + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5} \leq \sqrt{20+P} \Leftrightarrow P \geq -15$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -15.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 - 3i| = 1$ và $|z_2 + 1 - i| = |z_2 - 5 + i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - 1 - i| + |z_2 - z_1|$ bằng

A. $\sqrt{10} - 1$. **B.** 3. **C.** $\frac{2\sqrt{85}}{5} - 1$. **D.** $\sqrt{10} + 1$.

Lời giải

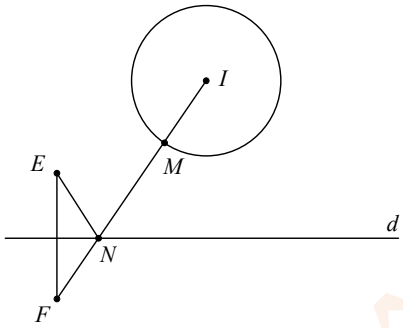
Chọn C

Gọi $M(z_1)$, $N(z_2)$ lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2.

Từ điều kiện $|z_1 - 1 - 3i| = 1 \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(1;3)$, bán kính $R = 1$.

Từ điều kiện $|z_2 + 1 - i| = |z_2 - 5 + i| \Rightarrow NA = NB$, với $A(-1;1), B(5;-1) \Rightarrow$ Tập hợp điểm N là đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình $(d): 3x - y - 6 = 0$.

Ta có $P = |z_2 - 1 - i| + |z_2 - z_1| = NE + MN$, với $E = (1;1)$.



Dễ thấy điểm E và đường tròn $(I;R)$ nằm hoàn toàn cùng phía so với đường thẳng d.

Gọi F là điểm đối xứng của E qua $d \Rightarrow F\left(\frac{17}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Ta có $P = NE + MN \geq NF + NI - R \geq FI - R = \frac{2\sqrt{85}}{5} - 1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 4 điểm F, N, M, I thẳng hàng.

Vậy $\min P = \frac{2\sqrt{85}}{5} - 1$.

Câu 47. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Đươc đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

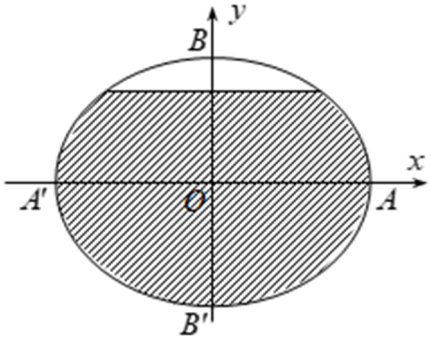


A. $V = 1{,}52\text{m}^3$. **B.** $V = 1{,}31\text{m}^3$. **C.** $V = 1{,}27\text{m}^3$. **D.** $V = 1{,}19\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Theo đề bài ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{4}{25}} = 1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của dầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1 = \pi ab = \pi \frac{1}{2}.\frac{2}{5} = \frac{\pi}{5}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN.

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m nên ta có phương trình của đường thẳng MN là $y=\frac{1}{5}$.

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{4}{25}}=1$ ta có $y=\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}$.

Do đường thẳng $y=\frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$S_2=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\left(\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}-\frac{1}{5}\right)\mathrm{d}x=\frac{4}{5}\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}\mathrm{d}x-\frac{\sqrt{3}}{10}$.

Tính $I=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x=\frac{1}{2}\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos t\mathrm{d}t$.

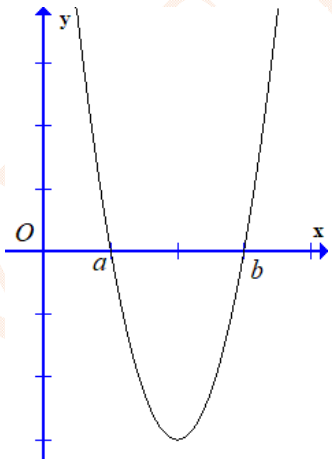
Đổi cận: Khi $x=\frac{-\sqrt{3}}{4}$ thì $t=-\frac{\pi}{3}$;Khi $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t=\frac{\pi}{3}$.

Khi đó $I=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\cos^2 t\mathrm{d}t=\frac{1}{8}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t=\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Vậy $S_2=\frac{4}{5}\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{\pi}{15}-\frac{\sqrt{3}}{20}$.

Thể tích của dầu trong thùng là $V=\left(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{15}+\frac{\sqrt{3}}{20}\right).3=1{,}52$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm m để hàm số $g(x)=|f^2(x)+f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị. Biết rằng $f(b)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.



A. $m>0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘	0	↗	$+\infty$

Xét hàm số $h(x)=f^2(x)+f(x)+m$.

Ta có $h'(x)=2f(x).f'(x)+f'(x)$;

$h'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f'(x)=0\\f(x)=-\frac{1}{2}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=a;x=b\\x=c<a\end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f^2(x)+f(x)+m$:

x	$-\infty$		c		a		b		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-\frac{1}{4}$	$\nearrow$		$\searrow$	m	$\nearrow$	$+\infty$

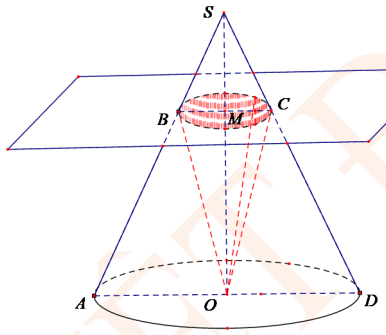
Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=|f^2(x)+f(x)+m|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m-\frac{1}{4}\geq 0 \Leftrightarrow m\geq \frac{1}{4}$

Câu 49. Cho hình nón (N) có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi Mlà điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x$, $0<x<h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M, với hình nón (N). Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{h}{3}$. **C.** $\frac{h}{2}$. **D.** $\frac{h\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có BM là bán kính đường tròn (C).

Do tam giác $\Delta SBM\subset\Delta SAO$ nên $\frac{BM}{AO}=\frac{SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{AO\cdot SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là:

$V=\frac{1}{3}\pi BM^2.OM=\frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2x=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2x.$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2x$, $(0<x<h)$ ta có

Ta có $f'(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{4\pi R^2h}{81}$	$\searrow$	

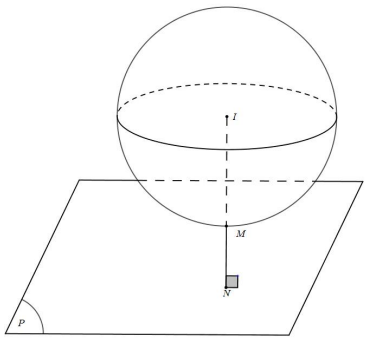
Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x=\frac{h}{3}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-2;2;-2)$ và điểm $B(3;-3;3)$. Điểm M thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Điểm $N(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P): $-x+2y-2z+6=0$ sao cho MN nhỏ nhất. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. -2. **B.** 12. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2\Leftrightarrow (x+6)^2+(y-6)^2+(z+6)^2=108$. Vậy điểm M thuộc mặt cầu tâm $I(-6;6;-6)$ bán kính $R=6\sqrt{3}$.

Vậy MN nhỏ nhất khi M,N thuộc đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P).

Gọi (d) là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P).

Khi đó $(d):\begin{cases}x=-6-t\\y=6+2t\\z=-6-2t\end{cases}$. Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=-6-t\\y=6+2t\\z=-6-2t\\-x+2y-2z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-6-t\\y=6+2t\\z=-6-2t\\6+t+12+4t+12+4t+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\\z=2\\t=-4\end{cases}.$$

$\Rightarrow N(-2;-2;2)$. Do đó $T=-2-2+2=-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 013

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Câu 2. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 3x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + 3\cos 3x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} - 3\cos 3x + C$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = -3 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 2. **B.** $2i$. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-x} \leq 2$ là

A. $[0\,;\,+\infty)$. **B.** $(0\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,0]$. **D.** $(-\infty\,;\,0)$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là

A. $(5;1)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-1;5)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 10$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3\,;\,1\,;\,0)$. **B.** $(3\,;\,-1\,;\,0)$. **C.** $(-3\,;\,1\,;\,0)$. **D.** $(3\,;\,-1\,;\,0)$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

A. $\{0\,;\,1\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $\{-1\,;0\}$. **D.** $\{0\}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 1$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 27 (đvtt) và diện tích tam giác ΔABC bằng 18 (đvdt). Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

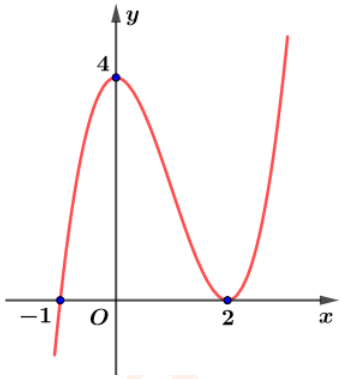
A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 2.

Câu 12. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = 2^{x^2+x+1} + 2$ được kết quả là

A. $y' = 2^{x^2+x+2}(2x+1)\ln 2$. **B.** $y' = 2^{x^2+x+1}(2x+1)\ln 2$.

C. $y' = 2^{x^2+x+1}(2x+1)$. **D.** $y' = 2^{x^2+x+1}\ln 2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại$x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại$x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

A. $D = [-1;3]$. **B.** $D = (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$.

C. $D = (-1;3)$. **D.** $D = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;\ 1)$. **B.** $(-2;\ 0)$. **C.** $(1;\ 3)$. **D.** $(-1;\ 0)$.

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (U_n) có $U_1 = \frac{1}{2}$, $U_2 = 16$. Khi đó công bội q là

A. 32. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 64.

Câu 19. Cho biết $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}}(b^4)$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 32.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $\int_0^1 [2x + f(x)]\ \mathrm{d}x$.

A. -5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 21. Diện tích xung quanh của hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng $4a$, bán kính đáy bằng một nửa đường sinh là

A. $4\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $32\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 22. Môđun của số phức $z = 2 + i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2\ ;\ 1\ ;\ 0)$ và $\vec{b} = (-1\ ;\ 0\ ;\ -2)$. Tính $\cos(\vec{a}\ ,\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}\ ,\vec{b}) = \frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a}\ ,\vec{b}) = \frac{2}{5}$. **C.** $\cos(\vec{a}\ ,\vec{b}) = -\frac{2}{25}$. **D.** $\cos(\vec{a}\ ,\vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - 2 = 0$. Khi đó một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;3;0)$. **B.** $\vec{n} = (1;3;2)$. **C.** $\vec{n} = (3;-2;0)$. **D.** $\vec{n} = (1;3;-2)$.

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau đôi một, được lập từ các chữ số 1,2,3,4?

A. 42. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 36.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0\ ;\ -2)$. **B.** $A(0\ ;\ 0)$. **C.** $A(0\ ;\ 2)$. **D.** $A(2\ ;\ 0)$.

Câu 27. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3(9^a 3^b) = \log_{27} 3$. Khi đó mệnh đề nào sau đây *đúng*

A. $2a + 6b = 1$. **B.** $3a + 6b = 1$.

C. $6a + 2b = 1$. **D.** $6a + 3b = 1$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc $60°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ **C.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $d = \frac{a}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}\left(1 + \frac{x}{\cos^2 x}\right)$ với $x \in (0;+\infty)\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ là

A. $\ln x + \tan x + C$. **B.** $-\frac{1}{x^2} - \tan x + C$.

C. $\ln x - \tan x + C$. **D.** $-\frac{1}{x^2} + \tan x + C$.

Câu 31. Nếu độ dài các cạnh bên của một khối lăng trụ tăng lên ba lần và độ dài các cạnh đáy của nó giảm đi một nửa thì thể tích của khối lăng trụ đó thay đổi như thế nào?

A. Tăng lên.

B. Không thay đổi.

C. Giảm đi.

D. Có thể tăng hoặc giảm tùy từng khối lăng trụ.

Câu 32. Môđun của số phức $z = 5 + 3i - (1+i)^3$ là

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Câu 33. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^4 + 4x^3 + 1$ bằng

A. 11. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q)\colon x + y + 2z - 4 = 0$ phương trình giao tuyến đã cho của hai mặt phẳng đã cho là

A. $\Delta\colon \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t. \\ z = -t \end{cases}$ **B.** $\Delta\colon \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 + 3t. \\ z = t \end{cases}$ **C.** $\Delta\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\Delta\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t. \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 36. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+3x+2}\right) dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào đúng?

A. $a + b = 2$. **B.** $a - 2b = 0$. **C.** $a + b = -2$. **D.** $a + 2b = 0$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD đều cạnh a, AB vuông góc với $mp(BCD)$, $AB = 2a$. M là trung điểm đoạn AD, gọi φ là góc giữa CM với $mp(BCD)$ khi đó:

A. $\tan\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\tan\varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\tan\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\tan\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-i|=3$ và $\overline{z}(z+2i)$ là số thực?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

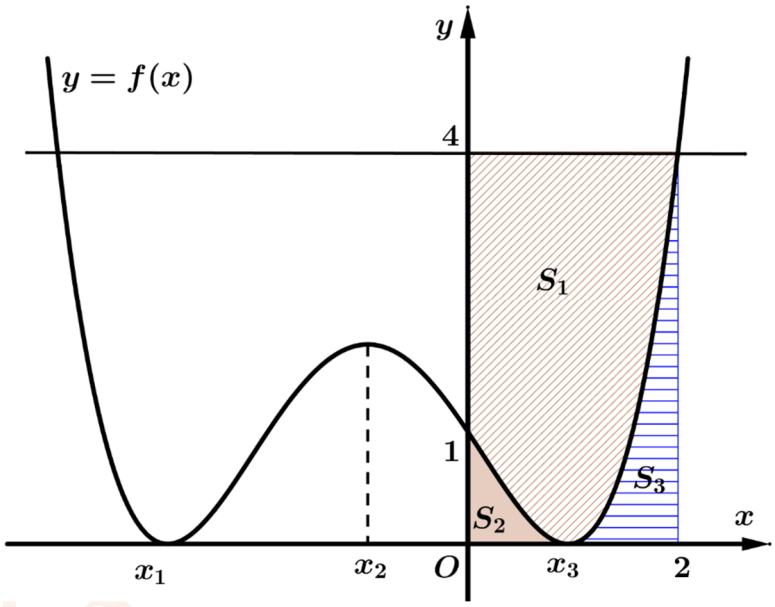
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 40. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3, y=10-x$ và trục Ox là

A. 26. **B.** 36. **C.** 40. **D.** 32.

Câu 41. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình bên. Biết hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị lập thành cấp số cộng có công sai $d=\frac{3}{2}$ thỏa mãn $x_1+x_3=-1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.Gọi S_1 và S_2,S_3 là diện tích của các hình phẳng được gạch trong hình bên. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2+S_3}$



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 42. Số các giá trị nguyên của $m \in [-25;25]$ để hàm số $y=\frac{(2m+1)\tan x+1}{\tan x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 30. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 24.

Câu 43. Cho phương trình $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=4$. Gọi x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm thực của phương trình. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $x_1+2x_2=0$. **B.** $x_1+x_2=0$. **C.** $2x_1-x_2=1$. **D.** $x_1-x_2=2$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{50}{81}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 45. Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

A. $x=\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=\frac{\pi R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $x=\frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. **D.** $x=\frac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$, đường thẳng $(d): \frac{x-15}{2}=\frac{y-22}{1}=\frac{z-27}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt

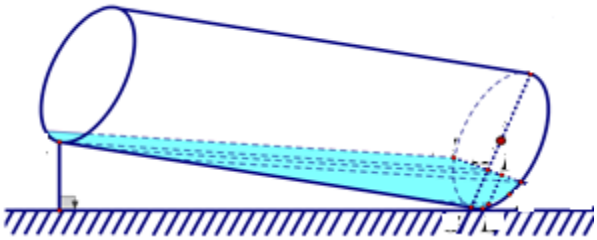
mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' và BB' cùng song song với (d). Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\frac{1+3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $1+3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{3+3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2+6\sqrt{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $\log_{9x^2+y^2}(3x+y+9) \geq 1$?

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 48. Một ống đựng dầu hình trụ tròn xoay, bán kính 2 m, đáy $R = 1$ m, chiều dài $l = 4$ m, miệng ống được kê lên cao 10 cm so với mặt sàn. Người ta dự định rót dầu vào miệng ống đến khi lượng dầu ngang mép dưới của miệng ống (như hình vẽ).



Khi đó thể tích dầu rót vào ống là

A. 0,09424. **B.** 0,09244. **C.** 0,09442. **D.** 0,09422.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có đúng năm điểm cực trị?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z+2+i| + \sqrt{6}|z-2-3i|$.

A. $\sqrt{15}(1+\sqrt{6})$. **B.** $6\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{10}+3\sqrt{15}$. **D.** $5\sqrt{6}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	B	A	A	C	C	A	B	A	C	B	D	D	C	A	D	A	C	B	D	B	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	A	A	C	B	D	C	A	D	A	C	A	B	D	B	B	B	C	D	D	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ nên loại A và

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên loại C ⇒ chọn

Câu 2. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Có:

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ ⇒ đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 2$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x+1}{x-2} = 1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+1}{x-2} = 1$ ⇒ đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng 2.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 3x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + 3\cos 3x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} - 3\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \int \big(x + \sin(3x)\big)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos(3x) + C$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = -3 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 2. **B.** $2i$. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 - z_2 = 2 - i - (-3 - 3i) = 5 + 2i$ có phần ảo bằng 2.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-x} \le 2$ là

A. $[0\,;\,+\infty)$. **B.** $(0\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,0]$. **D.** $(-\infty\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{1-x} \le 2 \Leftrightarrow 2^{1-x} \le 2^1 \Leftrightarrow 1-x \le 1 \Leftrightarrow x \ge 0$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = 3-2i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là

A. $(5;1)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-1;5)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 - z_2 = -1+5i$, nên điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là điểm $M(-1;5)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 10$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3\,;\,1\,;\,0)$. **B.** $(3\,;\,-1\,;\,0)$. **C.** $(-3\,;\,1\,;\,0)$. **D.** $(3\,;\,-1\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt cầu tâm $I(a\,;\,b\,;\,c)$, bán kính R có dạng:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

nên tâm của (S) có tọa độ là $(-3\,;\,1\,;\,0)$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

A. $\{0\,;\,1\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $\{-1\,;0\}$. **D.** $\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{0;\,1\}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (1;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2.3 = 6$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 27 (đvtt) và diện tích tam giác ΔABC bằng 18 (đvdt). Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có. $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}d\left(S, mp(ABC)\right).S_{ABC} \Leftrightarrow 27 = \frac{1}{3}d\left(S, mp(ABC)\right).18$

$\Leftrightarrow d\left(s, mp(ABC)\right) = \frac{9}{2}$. Chọn C

Câu 12. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = 2^{x^2+x+1} + 2$ được kết quả là

A. $y' = 2^{x^2+x+2}(2x+1)\ln 2$. **B.** $y' = 2^{x^2+x+1}(2x+1)\ln 2$.

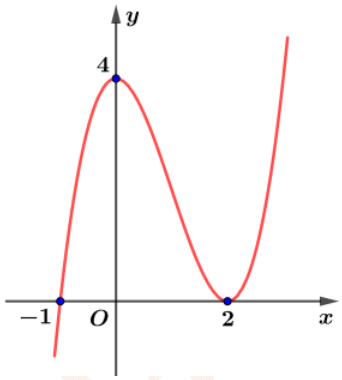
C. $y' = 2^{x^2+x+1}(2x+1)$. **D.** $y' = 2^{x^2+x+1}\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 2^{x^2+x+1}.\ln 2.(x^2+x+1)' = 2^{x^2+x+1}(2x+1)\ln 2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại$x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại$x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

A. $D = [-1;3]$. **B.** $D = (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$.

C. $D = (-1;3)$. **D.** $D = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$. Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{-2-1}{2} = \frac{1-2}{-1} = \frac{-2-3}{2}$ là vô lí nên phương án A sai.

Ta thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{2-1}{2} = \frac{-1-2}{-1} = \frac{2-3}{2}$ là vô lí nên phương án B sai.

Ta thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{-1-1}{2}=\frac{-2-2}{-1}=\frac{-3-3}{2}$ là vô lí nên phương án C sai.

Ta thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{1-1}{2}=\frac{2-2}{-1}=\frac{3-3}{2}$ là luôn đúng nên phương án D đúng.

Cách 2: Do đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ nên theo dạng phương trình chính tắc của đường thẳng thì đường thẳng d đi qua điểm $P(1;2;3)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;\ 1)$. **B.** $(-2;\ 0)$. **C.** $(1;\ 3)$. **D.** $(-1;\ 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đồng thời $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(0;2)$ nên ta chọn đáp án theo đề bài là $(0;\ 1)$.

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.a^2.2a=\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (U_n) có $U_1=\frac{1}{2}$, $U_2=16$. Khi đó công bội q là

A. 32. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A

Cấp số nhân (U_n) có công bội là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{16}{\frac{1}{2}}=32$.

Câu 19. Cho biết $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}}(b^4)$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

$\log_{\sqrt{a}}(b^4)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}(b^4)=2.4.\log_a b=8.2=16$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $\int_0^1[2x+f(x)]\ \mathrm{d}x$.

A. -5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1[2x+f(x)]\ \mathrm{d}x=\int_0^1 2x\ \mathrm{d}x+\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1+3=4$.

Câu 21. Diện tích xung quanh của hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng $4a$, bán kính đáy bằng một nửa đường sinh là

A. $4\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $32\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Có $l=4a\Rightarrow r=\frac{1}{2}l=2a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq}=2\pi rl=16\pi a^2$.

Câu 22. Môđun của số phức $z=2+i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|2+i|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2\,;\,1\,;\,0)$ và $\vec{b}=(-1\,;\,0\,;\,-2)$. Tính $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})=\frac{2}{5}$. **C.** $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})=-\frac{2}{25}$. **D.** $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})=-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos(\vec{a}\,,\vec{b})=\frac{2.(-1)+1.0+0.(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}.\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=-\frac{2}{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+3y-2=0$. Khi đó một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;3;0)$. **B.** $\vec{n}=(1;3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;0)$. **D.** $\vec{n}=(1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt phẳng (P) có thể được viết lại là $x+3y+0.z-2=0$.

Do đó mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;3;0)$.

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau đôi một, được lập từ các chữ số 1,2,3,4?

A. 42. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số là $\overline{abcd}(a\neq 0)$ a,b,c,d đôi một khác nhau

Chọn a có 4 cách chọn.

Chọn b có 3 cách chọn.

Chọn c có 2 cách chọn.

Chọn d có 1 cách chọn.

Vậy có $4.3.2.1=24$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y=-x^4+x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0\,;\,-2)$. **B.** $A(0\,;\,0)$. **C.** $A(0\,;\,2)$. **D.** $A(2\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn C

Với $x=0\Rightarrow y=2$. Vậy đồ thị hàm số $y=-x^4+x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm $A(0\,;\,2)$.

Câu 27. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3(9^a3^b)=\log_{27}3$. Khi đó mệnh đề nào sau đây *đúng*

A. $2a+6b=1$. **B.** $3a+6b=1$.

C. $6a+2b=1$. **D.** $6a+3b=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\log_3(9^a3^b)=\log_{27}3\Leftrightarrow\log_3(3^{2a}3^b)=\log_{3^3}3$

$\Leftrightarrow\log_3(3^{2a+b})=\frac{1}{3}\Leftrightarrow 2a+b=\frac{1}{3}\Leftrightarrow 6a+3b=1$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc $60°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ **C.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $d=\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d[AD,SC]=d[AD,(SBC)]=d[A,(SBC)]$.

Kẻ $AK\perp SB$. Khi đó $d[A,(SBC)]=AK=\frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(x-2)^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vì $x=2$ là nghiệm kép và $x=0$ là nghiệm đơn nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x=0$. Suy ra hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}\left(1+\frac{x}{\cos^2 x}\right)$ với $x\in(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ là

A. $\ln x+\tan x+C$. **B.** $-\frac{1}{x^2}-\tan x+C$.

C. $\ln x-\tan x+C$. **D.** $-\frac{1}{x^2}+\tan x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

+) $f(x)=\frac{1}{x}\left(1+\frac{x}{\cos^2 x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\cos^2 x}$.

+) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x=\ln|x|+\tan x+C=\ln x+\tan x+C$

do $x\in(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 31. Nếu độ dài các cạnh bên của một khối lăng trụ tăng lên ba lần và độ dài các cạnh đáy của nó giảm đi một nửa thì thể tích của khối lăng trụ đó thay đổi như thế nào?

A. Tăng lên.

B. Không thay đổi.

C. Giảm đi.

D. Có thể tăng hoặc giảm tùy từng khối lăng trụ.

Lời giải

Chọn C

Gọi V,S,h lần lượt là thể tích, diện tích đáy và chiều cao ban đầu của khối lăng trụ.

Khi độ dài các cạnh đáy của nó giảm đi một nửa thì diện tích đáy giảm đi 4 lần. Tức là $S'=\frac{S}{4}$.

Độ dài cạnh bên tăng lên 3 lần thì chiều cao tăng lên 3 lần, hay $h'=3h$.

$\Rightarrow$Thể tích của khối lăng trụ mới là: $V'=S'.h'=\frac{3}{4}S.h=\frac{3}{4}V$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đó sẽ giảm đi $\frac{4}{3}$ lần.

Câu 32. Môđun của số phức $z=5+3i-(1+i)^3$ là

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=5+3i-(1+i)^3=5+3i-(-2+2i)=7+i$.

$\Rightarrow|z|=|7+i|=\sqrt{7^2+1^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 33. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3x^4+4x^3+1$ bằng

A. 11. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -12x^3 + 12x^2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↗	2	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;2;0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{3}$.

Vậy $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 4 = 0$ phương trình giao tuyến đã cho của hai mặt phẳng đã cho là

A. $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t. \\ z = -t \end{cases}$ **B.** $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 + 3t. \\ z = t \end{cases}$ **C.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t. \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(P): 2x + 3y + z - 6 = 0 \Rightarrow VTPT: \vec{n}_1 = (2;3;1); (Q): x + y + 2z - 4 = 0 \Rightarrow$ $VTPT: \vec{n}_2 = (1;1;2)$

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng giao tuyến $\Delta \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (5;-3;-1)$.

Xét hệ $\begin{cases} 2x + 3y + z - 6 = 0 \\ x + y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$

Chọn $z = 0 \Rightarrow x = 6; y = -2 \Rightarrow M(6;-2;0) \in \Delta$

Vậy phương trình giao tuyến là: $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 36. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+3x+2}\right) dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào đúng?

A. $a + b = 2$. **B.** $a - 2b = 0$. **C.** $a + b = -2$. **D.** $a + 2b = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(A+B)x+(2A+B)}{(x+1)(x+2)}$

Đồng nhất thức ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} A + B = 0 \\ 2A + B = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

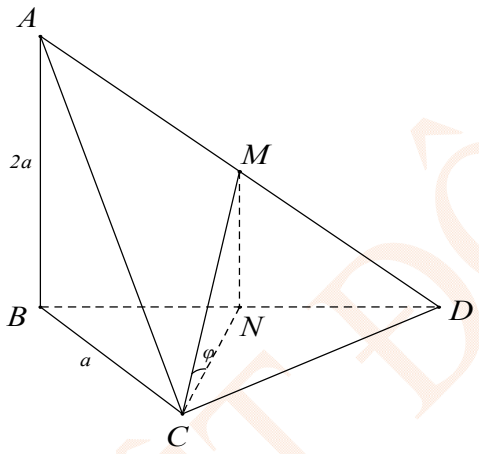
$\Rightarrow \int_0^1 \left(\frac{1}{x^2+3x+2}\right)dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)dx = (\ln|x+1| - \ln|x+2|)\Big|_0^1 = (\ln 2 - \ln 3) - (\ln 1 - \ln 2)$
$= 2\ln 2 - \ln 3$
$\Rightarrow a = 2, b = -1$
Vậy $a + 2b = 0$

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD đều cạnh a, AB vuông góc với $mp(BCD)$, $AB = 2a$. M là trung điểm đoạn AD, gọi φ là góc giữa CM với $mp(BCD)$ khi đó:

A. $\tan\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\tan\varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\tan\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\tan\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm BC. Ta có góc giữa CM với $mp(BCD)$ bằng góc MCN.
$+ MN = \frac{AB}{2} = a$.
$+ CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
Vậy $\tan\varphi = \frac{MN}{CN} = a \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - i| = 3$ và $\overline{z}(z + 2i)$ là số thực?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Giả sử số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Suy ra $\overline{z} = a - bi$. Khi đó, ta có:

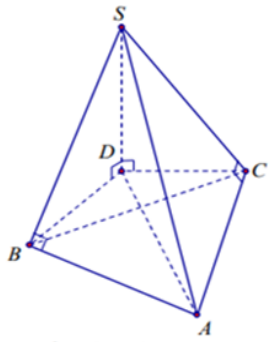
+) $|z - i| = 3 \Leftrightarrow |z - i|^2 = 9 \Leftrightarrow |a + (b-1)i|^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 9$ (1).
+) $\overline{z}(z + 2i) = (a - bi)[a + (b+2)i] = a^2 + a(b+2)i - abi + b(b+2)$
$= (a^2 + b^2 + 2b) + (ab + 2a - ab)i = (a^2 + b^2 + 2b) + 2ai$

Để số phức $\overline{z}(z + 2i)$ là số thực thì ta phải có $2a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (2).
Thế (2) vào (1), ta được: $(b-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b - 1 = 3 \\ b - 1 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 4 \\ b = -2 \end{array}\right.$.
Vậy có 2 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z = 4i$ hoặc $z = -2i$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), suy ra $SD \perp (ABC)$.

Ta có :

$\begin{cases} SD \perp AB \\ SB \perp AB(gt) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD.$

Tương tự ta có $AC \perp DC$ hay tam giác ACD vuông ở C.

Dễ thấy $\Delta SBA = \Delta SCA$, Suy ra $SB = SC$.

Từ đó ta chứng minh được: $\Delta SBD = \Delta SCD \Rightarrow DB = DC$.

Vậy DA là đường trung trực của BC, nên cũng là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$

Ta có : $\widehat{DAC} = 30^O$ (do ABC là tam giác đều) suy ra $\tan 30^0 = \frac{DC}{AC} \Rightarrow DC = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Ngoài ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là $\widehat{SBD} = 60°$,

suy ra $\tan 60^o = \tan\widehat{SBD} = \frac{SD}{BD} \Rightarrow SD = BD.\tan\widehat{SBD} = \frac{a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = a.$

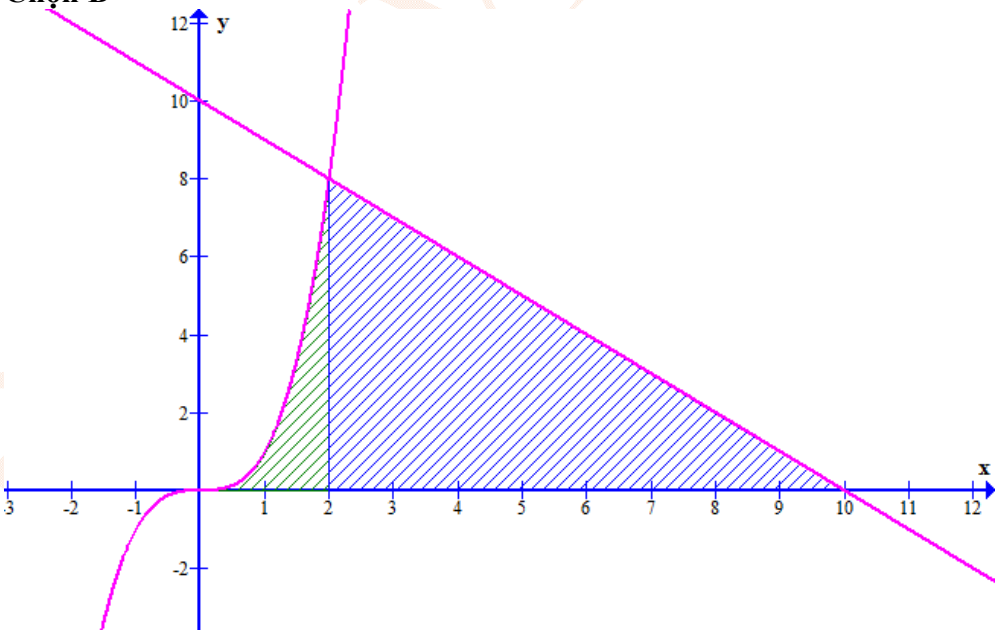
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SD = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Câu 40. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 10 - x$ và trục Ox là

A. 26. **B.** 36. **C.** 40. **D.** 32.

Lời giải

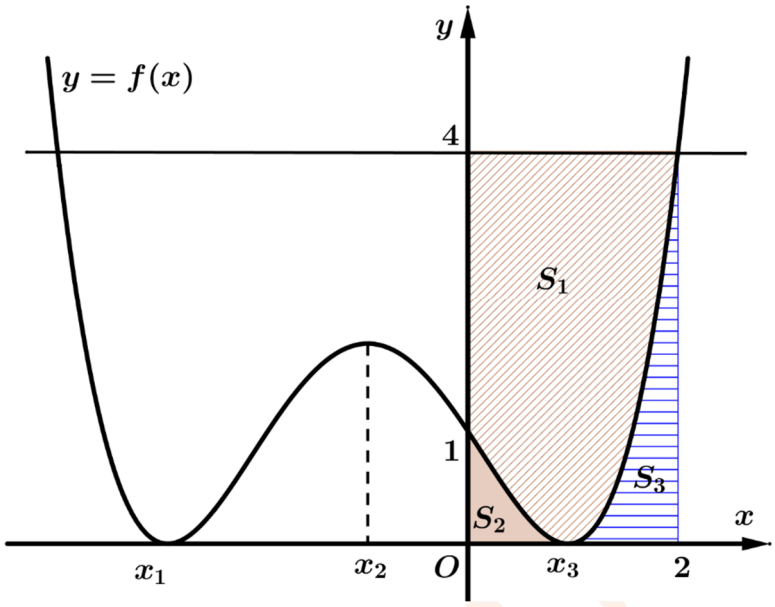
Chọn B



Dựa đồ thị hàm số ta có diện tích hình phẳng $S = \int_0^2 x^3 dx + \int_2^{10} (10 - x) dx = 36.$

Câu 41. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình bên. Biết hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị lập thành cấp số cộng có công sai $d = \frac{3}{2}$ thỏa mãn $x_1 + x_3 = -1$ và cắt trục tung

tại điểm có tung độ bằng 1.Gọi S_1 và S_2,S_3 là diện tích của các hình phẳng được gạch trong hình bên. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2+S_3}$



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số đã cho có dạng $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+d_1x+e \Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d_1$.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} x_1+x_3=-1 \\ d=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_2=-1 \\ x_3=x_2+d \\ x_2=x_1+d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2=\frac{-1}{2} \\ x_3=1 \\ x_1=-2 \end{cases}$.

Do vậy ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $(1;0)$, $\left(-\frac{1}{2};y_2\right)$ và $(-2;0)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(-2)=0 \\ f'\left(\frac{-1}{2}\right)=0 \\ f'(-2)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e=1 \\ 16a-8b+4c-2d_1=-1 \\ \frac{-1}{2}a+\frac{3}{4}b-c+d_1=0 \\ -32a+12b-4c+d_1=0 \\ 4a+3b+2c+d_1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e=1 \\ a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \\ c=\frac{-3}{4} \\ d_1=-1 \end{cases}.$$

Do đó $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{4}x^2-x+1$.

Diện tích hình phẳng $S_2+S_3=\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{8}{5}$.

Vậy: $\frac{S_1}{S_2+S_3}=\frac{8-\frac{8}{5}}{\frac{8}{5}}=4$.

Câu 42. Số các giá trị nguyên của $m \in [-25;25]$ để hàm số $y=\frac{(2m+1)\tan x+1}{\tan x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 30. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\tan x \neq -m$.

Ta có $y'=\frac{2m^2+m-1}{\cos^2 x(\tan x+m)^2}$.

Hàm số $y=\frac{(2m+1)\tan x+1}{\tan x+m}$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y'>0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow \frac{2m^2+m-1}{\cos^2 x(\tan x+m)^2} > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2+m-1>0 \\ -m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>\frac{1}{2} \end{array}\right. \\ m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$

Kết hợp điều kiện $m > \frac{1}{2}$ với điều kiện m là số nguyên và $m \in [-25;25]$ ta được $m \in \{1;2;3;\ldots;25\}$.

Vậy có 25 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho phương trình $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 4$. Gọi x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ là hai nghiệm thực của phương trình. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $x_1 + 2x_2 = 0$. **B.** $x_1 + x_2 = 0$. **C.** $2x_1 - x_2 = 1$. **D.** $x_1 - x_2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 4$

Đặt $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = t$ với $t > 0$.

Ta có: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x . \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 1$. Do đó $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = \frac{1}{t}$

Do đó phương trình trở thành:

$t + \frac{1}{t} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2+\sqrt{3} \\ t = 2-\sqrt{3} \end{array}\right.$ (tmđk)

Với $t = 2+\sqrt{3} \Rightarrow \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 2+\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{-x}{2}} = 2+\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{-x}{2} = 1 \Leftrightarrow x = -2.$

Với $t = 2-\sqrt{3} \Rightarrow \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 2-\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{\frac{x}{2}} = 2-\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow x = 2.$

Vậy $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0.$

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{50}{81}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x = \overline{abcde}, a \neq 0$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau.

Khi đó có $9.9.8.7.6 = 27216$ số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 27216$.

Gọi F là biến cố số x có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.

TH1: Một trong hai chữ số cuối có chữ số 0: Có $C_5^1 . P_2 . A_8^3 = 3360$ số.

TH2: Hai chữ số tận cùng không có chữ số 0: Có $C_4^1 . C_5^1 . P_2 . 7.7.6 = 11760$ số.

Suy ra $n(F) = 3360 + 11760 = 15120$.

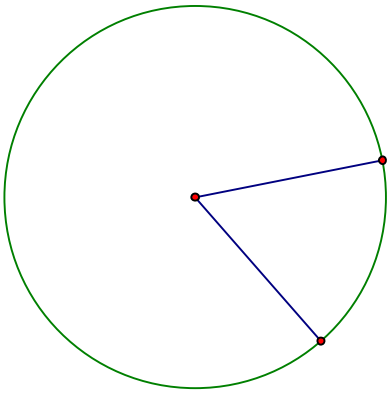
Vậy $P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{5}{9}$.

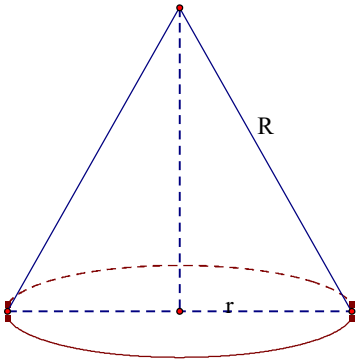
Câu 45. Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

A. $x = \frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x = \frac{\pi R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. **D.** $x = \frac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C





Chu vi đường tròn đĩa là: $C = 2\pi R$.
Chu vi đường tròn đáy của hình nón là: $C' = x$
Bán kính đường tròn đáy hình nón là: $r = \frac{x}{2\pi}$.
Chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.
Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}.\pi r^2.h = \frac{1}{3}.\pi \frac{x^2}{4\pi^2}.\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

$\Rightarrow V' = \frac{1}{6\pi}x\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}} - \frac{1}{3}\pi \frac{x^2}{4\pi^2}\frac{\frac{1}{4\pi^2}x}{\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}} = \frac{1}{12\pi^2}x\sqrt{4\pi^2R^2 - x^2} - \frac{1}{24\pi^2}\frac{x^3}{\sqrt{4\pi^2R^2 - x^2}}$.

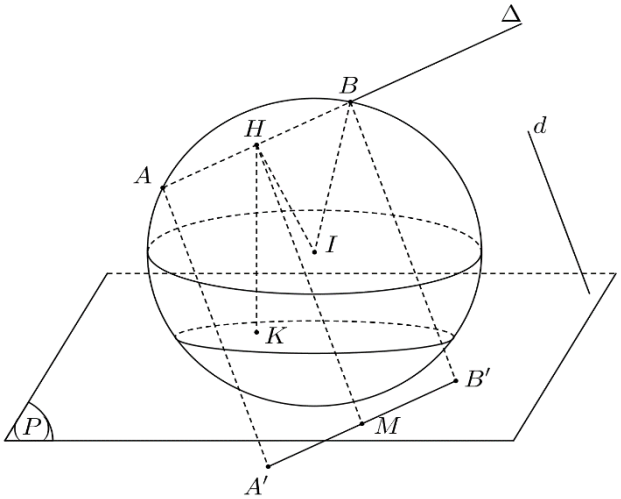
$V' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{12\pi^2}x(4\pi^2R^2 - x^2) = \frac{1}{24\pi^2}x^3 \Leftrightarrow 2(4\pi^2R^2 - x^2) = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8\pi^2R^2}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - y + z + 2 = 0$, đường thẳng (d): $\frac{x-15}{2} = \frac{y-22}{1} = \frac{z-27}{2}$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' và BB' cùng song song với (d). Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\frac{1+3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $1 + 3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{3+3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2 + 6\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R = 5$.
Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-1;1)$.
Đường thẳng (P) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;2)$.
Ta có $\sin\alpha = \sin(d;(P)) = \frac{|1.2-1.1+1.2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}.\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là trung điểm của AB suy ra $\begin{cases} IH \perp AB \\ HB = \frac{AB}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow IH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$

Do đó tập hợp điểm H là mặt cầu (S') có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R' = 3$.

Gọi M là trung điểm $A'B'$ suy ra $M \in (P)$ và $AA' + BB' = 2HM$.

Mà $\mathrm{d}\big(I,(P)\big) = \frac{\sqrt{3}}{3} < R$. Suy ra (P) cắt mặt cầu (S).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên (P) suy ra $HK = HM.\sin\alpha$.

Ta có $(AA' + BB')_{\max}$ khi $HK_{\max}$ suy ra HK qua tâm I của mặt cầu (S).

Khi đó $HK_{\max} = R' + \mathrm{d}\big(I;(P)\big) = 3 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{9+\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $(AA' + BB')_{\max} = 2HM_{\max} = \frac{2HK_{\max}}{\sin\alpha} = \frac{2.\frac{9+\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2 + 6\sqrt{3}.$

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_{9x^2+y^2}(3x+y+9) \geq 1$?

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \\ 0 < 9x^2 + y^2 \neq 1 \\ 3x + y + 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \\ (x,y) \notin \{(0,0);\ (0,1);\ (0,-1)\} \\ 3x + y + 9 > 0 \end{cases}$

Khi đó $9x^2 + y^2 > 1$ nên ta có:

$\log_{9x^2+y^2}(3x+y+9) \geq 1 \Leftrightarrow 3x + y + 9 \geq 9x^2 + y^2 \Leftrightarrow 9x^2 - 3x + y^2 - y - 9 \leq 0$

$\Leftrightarrow \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{19}{2}$

Suy ra: $\begin{cases} \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{19}{2} \\ \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-\sqrt{38}}{6} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{38}}{6} \\ \frac{1-\sqrt{38}}{2} \leq y \leq \frac{1+\sqrt{38}}{2} \end{cases}$

Do $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} x \in \{0;\ 1\} \\ y \in \{-2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\} \end{cases}$

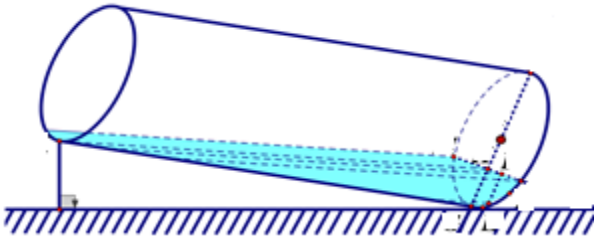
Kết hợp điều kiện, ta được $(x,y) \in \{(0,-2);\ (0,2);\ (1;-2);\ (1,-1),(1,0);\ (1,1);\ (1,2)\}$

Thử lại ta thấy cặp $(x,y) = (1,-2)$ không thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy có 6 cặp số nguyên (x,y) thỏa yêu cầu bài toán.

Phương án nhiễu A: Học sinh không thử lại để loại cặp $(x,y) = (1,-2)$
Phương án nhiễu C: Học sinh không so điều kiện và không thử lại
Phương án nhiễu D: Học sinh xác định điều kiện sai (chỉ loại cặp $(x,y) = (0,0)$) và không thử lại.

Câu 48. Một ống đựng dầu hình trụ tròn xoay, bán kính 2 m, đáy $R = 1$ m, chiều dài $l = 4$ m, miệng ống được kê lên cao 10 cm so với mặt sàn. Người ta dự định rót dầu vào miệng ống đến khi lượng dầu ngang mép dưới của miệng ống (như hình vẽ).

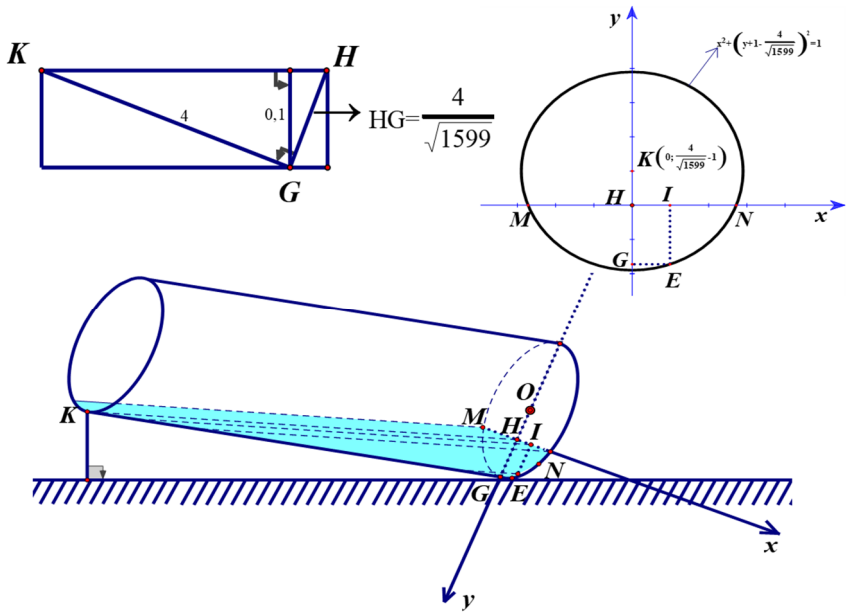


Khi đó thể tích dầu rót vào ống là

A. 0,09424. **B.** 0,09244. **C.** 0,09442. **D.** 0,09422.

Lời giải

Chọn C



$S_{HKG} = \frac{1}{2}KG \cdot HG = \frac{8}{\sqrt{1599}}$, $MN = 2\sqrt{1-\left(1-\frac{4}{\sqrt{1599}}\right)^2}$.

Chọn trục Hx như hình vẽ. Vật thể cần tính thể tích được giới hạn bởi 2 mp $(\alpha),(\beta)$ vuông góc với trục Hx tại M,N.

Lấy $I \in MN$, đặt $HI = x$, $IE = -1 + \frac{4}{\sqrt{1599}} + \sqrt{1-x^2}$.

Mặt phẳng vuông góc với Hx tại I, cắt vật thể theo thiết diện là một tam giác đồng dạng với ΔHKG.

Tỉ số đồng dạng là $k = \frac{IE}{HG} = 1 - \frac{\sqrt{1599}}{4} + \frac{\sqrt{1599}}{4} \cdot \sqrt{1-x^2}$.

Diện tích thiết diện là $S(x) = k^2 \cdot S_{HKG} = \left(1 - \frac{\sqrt{1599}}{4} + \frac{\sqrt{1599}}{4} \cdot \sqrt{1-x^2}\right)^2 \cdot \frac{8}{\sqrt{1599}}$.

Thể tích cần tìm là $V = \int_{-\sqrt{1-\left(1-\frac{4}{\sqrt{1599}}\right)^2}}^{\sqrt{1-\left(1-\frac{4}{\sqrt{1599}}\right)^2}} S(x)dx \approx 0{,}09442$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có đúng năm điểm cực trị?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2$.Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

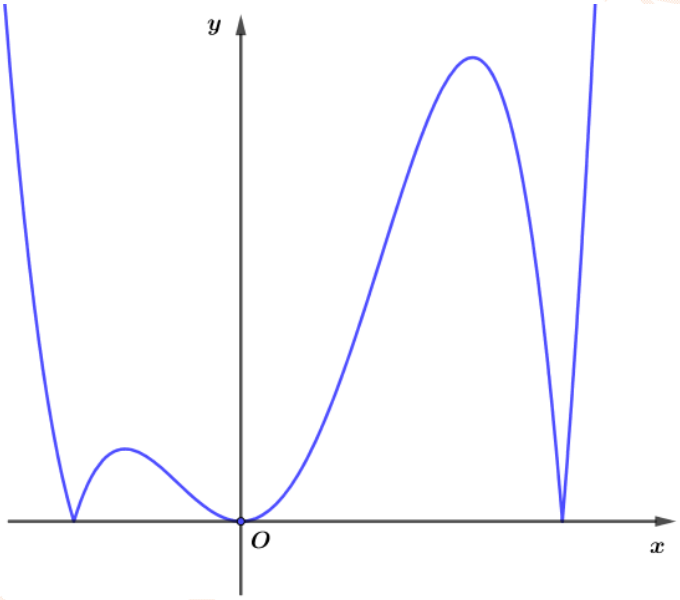
$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	m^2-5	↗	m^2	↘	m^2-32	↗	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy,hàm số $y=|3x^4-4x^3-12x^2+m^2|$ cóđúngnămđiểmcựctrịkhi:

➢Trườnghợp1: $m^2=0\Leftrightarrow m=0$,khiđótacóđồthịhàmsố $y=|3x^4-4x^3-12x^2|$ nhưsau:

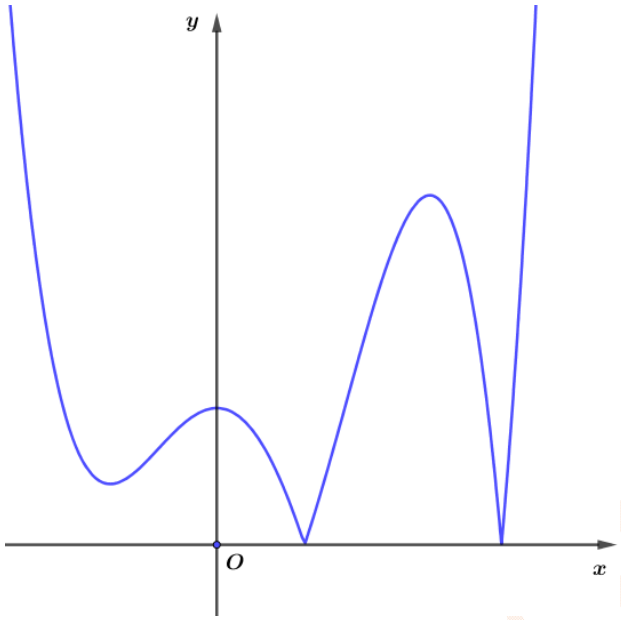


Vậy $m=0$ thỏamãnyêucầubàitoán.

➢Trườnghợp2:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-5\geq 0\\ m^2-32<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq\sqrt{5}\\ m\leq-\sqrt{5}\end{array}\right.\\ -\sqrt{32}<m<\sqrt{32}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{32}<m\leq-\sqrt{5}\\ \sqrt{5}\leq m<\sqrt{32}\end{array}\right.$$

Cụthể:



Mà $m \in \mathbb{Z}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z+1-3i| = 3\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z+2+i| + \sqrt{6}|z-2-3i|$.

A. $\sqrt{15}(1+\sqrt{6})$. **B.** $6\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{10}+3\sqrt{15}$. **D.** $5\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = x+iy, x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$|(1+i)z+1-3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \left|(1+i)\left(z+\frac{1-3i}{1+i}\right)\right| = 3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |(1+i)||z-1-2i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |z-1-2i| = 3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 2x+4y+4$ (1)

Mặt khác $P = |z+2+i| + \sqrt{6}|z-2-3i| = \sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2} + \sqrt{6}\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}$

$= \sqrt{x^2+y^2+4x+2y+5} + \sqrt{6}\sqrt{x^2+y^2-4x-6y+13}$

$= \sqrt{6x+6y+9} + \sqrt{2}\sqrt{-6x-6y+51}$

$\leq \sqrt{1+2}\sqrt{(6x+6y+9)+(-6x-6y+51)} = 6\sqrt{5}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 014

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?
A. $M(5;\ 4;\ -7)$. **B.** $N(5;\ -4;\ 7)$. **C.** $P(-5;\ 11;\ -15)$. **D.** $Q(-5;\ 7;\ -12)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?
A. $\vec{n}=(1\ ;\ 2\ ;\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$. **C.** $\vec{n}=(1\ ;\ -2\ ;\ 0)$. **D.** $\vec{n}=(1\ ;\ 0\ ;\ -2)$.

Câu 3. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là
A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{6}Bh$. **D.** $3Bh$.

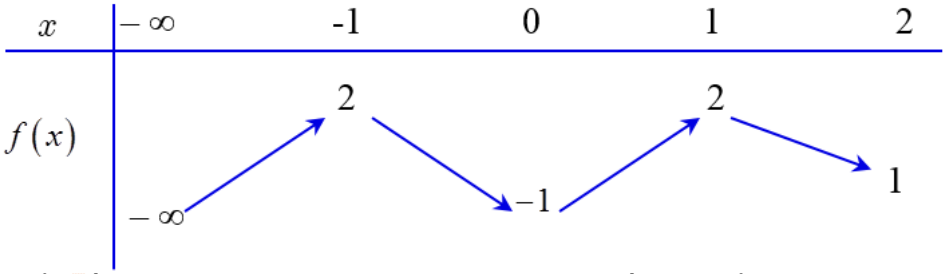
Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là
A. $x=9$. **B.** $x=8$. **C.** $x=5$. **D.** $x=6$.

Câu 5. Tính tích phân $I=\int_0^2 2^{2018x}\,\mathrm{d}x$.
A. $I=\frac{2^{4036}-1}{2018\ln 2}$. **B.** $I=\frac{2^{4036}-1}{2018}$. **C.** $I=\frac{2^{4036}}{2018\ln 2}$. **D.** $I=\frac{2^{4036}-1}{\ln 2}$.

Câu 6. Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.
A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là
A. $I(0;\ 2;\ -1), R=2$. **B.** $I(0;\ -2;\ 1), R=2$.
C. $I(0;\ 2;\ -1), R=4$. **D.** $I(0;\ -2;\ 1), R=4$.

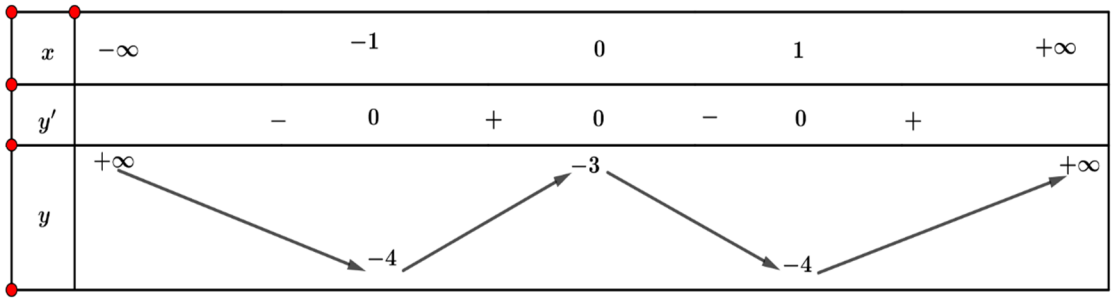
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $-\infty;2$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai** về hàm số đã cho?



A. Giá trị cực tiểu bằng -1. **B.** Hàm số có 2 điểm cực đại.
C. Giá trị cực đại bằng 2. **D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 9. An muốn qua nhà Bình để cùng bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?
A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 10. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



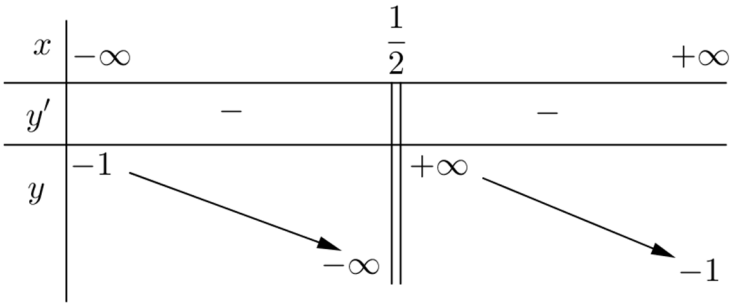
A. $y = x^3 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+1}$.
A. $y' = (x^2+1).2^{x^2}$. **B.** $y' = x.2^{x^2+2}.\ln 2$.
C. $y' = 2^{x^2+1}.\ln 2$. **D.** $y' = 2^{x^2}$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \le 2$ là
A. $(-\infty; 2]$. **B.** $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $(0; 2]$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. **B.** Hàm số ngịch biến trên $(-1; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng
A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Câu 16. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và trục hoành.
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$bằng
A. $\frac{4}{3a}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3}{4a}$.

Câu 18. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.
A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 13$. **C.** $|z| = \sqrt{5}$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là
A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$. **B.** $F(x) = x^4 - x^3 + 5x + C$.
C. $F(x) = 3x^2 - 6x + C$. **D.** $F(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 5x + C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **D.** $[0; +\infty)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.
A. $OA = 5$. **B.** $OA = 3$. **C.** $OA = 9$. **D.** $OA = \sqrt{5}$.

Câu 22. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực của số phức $w = (2 - i)\overline{z}$

A. 5. **B.** 8. **C.** i. **D.** 1.

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 12, \frac{u_3}{u_8} = 243$. Tìm u_9.

A. $u_9 = \frac{4}{6563}$. **B.** $u_9 = 78732$. **C.** $u_9 = \frac{4}{2187}$. **D.** $u_9 = \frac{2}{2187}$.

Câu 24. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** -7. **C.** -5. **D.** -8.

Câu 25. Diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8 bằng

A. 80π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 48π.

Câu 26. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 5, bán kính đáy bằng 3. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 39π. **B.** 15π. **C.** 48π. **D.** 24π.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào sai?

A. Thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

B. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Thể tích hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau là bằng nhau.

Câu 28. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} a = \log_4(a.b^2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^{-3} = b^8$. **B.** $a^4 = b^2$. **C.** $a^3 = b^2$. **D.** $a^2 = b^3$.

Câu 29. Cho số phức $\overline{z}$ thỏa mãn $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. $\frac{4}{25}i$. **B.** $-\frac{4}{25}i$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $-\frac{4}{25}$.

Câu 30. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 2x + \frac{1}{2}$.

A. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = \tan 2x - x + C$. **B.** $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = \frac{\tan 2x}{2} - \frac{x}{2} + C$.

C. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = 2\tan 2x - 2x + C$. **D.** $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = \tan 2x - \frac{x}{2} + C$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 32. Biết rằng hàm số $f(x) = -x + 2018 - \frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P = x_0 + 2020$.

A. $P = 2020$. **B.** $P = 2019$. **C.** $P = 2021$. **D.** $P = 4036$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;1)$ và cắt trục $x'Ox$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác LAB vuông. Phương trình của mặt cầu (S) là

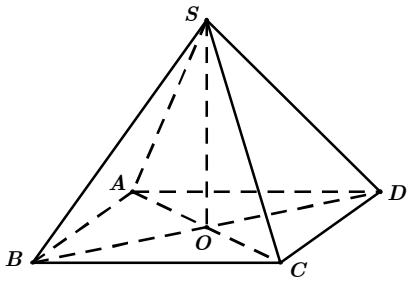
A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 2$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$. **D.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 11$.

Câu 34. Cho biết $\int_{-1}^{0} \frac{x+5}{x^2-3x+2}dx = a\ln 2 + b\ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = a + 2b$ bằng

A. 7. **B.** 27. **C.** 13. **D.** -1.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau, góc giữa SD và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3(x-2)^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $y+2z=0$ và hai đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=4t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2-t'\\y=4+2t'\\z=4\end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường thẳng $d_1;d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{-4}$.

C. $\frac{x+1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

Câu 38. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\bar{z}=25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

A. $N(3;-4)$. **B.** $M(3;4)$. **C.** $Q(4;3)$. **D.** $P(4;-3)$.

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của H.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 4.

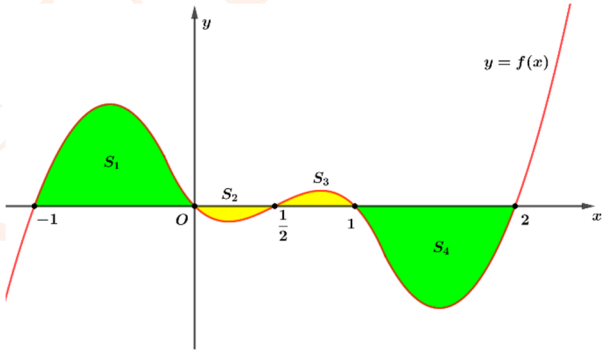
Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+(5-m)x+1$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y=f(\sin x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 41. Cho phương trình $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$. Gọi x_1,x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nghiệm nhỏ nhất của phương trình. Giá trị của biểu thức $2x_1+x_2$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị tạo với trục hoành các miền có diện tích S_1,S_2,S_3,S_4 như hình vẽ. Biết $S_1=S_4=8, S_2=S_3=1$. tính tích phân $I=\int_0^{\ln 3}e^x f(e^x-1)dx$ bằng



A. -8. **B.** -10. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 43. Lớp 12A2 có 42 học sinh, trong đó có 04 học sinh tên Anh (03 nam, 01 nữ). Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh nam tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{287}$. **B.** $\frac{1}{75}$. **C.** $\frac{6}{703}$. **D.** $\frac{2}{287}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{x-m}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Biết $S=1$, giá trị thực của m gần nhất với số nào sau đây?

A. 4,4. **B.** 1,7. **C.** 0,56. **D.** 0,45.

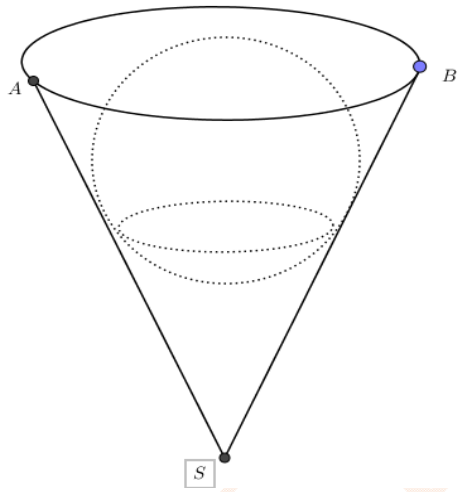
Câu 45. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 46. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?

A. $425{,}2\ \text{m}^3$. **B.** $425{,}2\ \text{mm}^3$. **C.** $425{,}2\ \text{cm}^3$. **D.** $425{,}2\ \text{dm}^3$.

Câu 47. Bạn An có một cốc giấy hình nón với đường kính đáy là $10\ cm$ và độ dài đường sinh là $8\ cm$. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{10\sqrt{39}}{13}\ cm$. **B.** $\frac{32}{\sqrt{39}}\ cm$. **C.** $\frac{5\sqrt{39}}{13}\ cm$. **D.** $\frac{64}{\sqrt{39}}\ cm$.

Câu 48. Cho ba số phức z_1, z_2 và z_3 thỏa mãn $\left|\frac{z_1-2z_2}{2-z_1\bar{z}_2}\right|=1$ và $|z_3-3-3i|=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_3z_2-3iz_2||z_1|+|z_1|+|z_2|$.

A. 13. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 15.

Câu 49. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+2x+4y$ bằng

A. $\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{41}{8}$. **D.** $\frac{33}{8}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ Cho $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2)$; $B(-1;3;-2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là (P): $2x+by+cz+d=0$. Tính $d+b-c$.

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	B	B	A	A	B	D	D	C	B	C	C	A	B	C	D	D	A	A	B	B	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	D	B	B	C	C	D	A	A	D	B	B	A	A	A	A	B	A	D	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(5;\ 4;\ -7)$. **B.** $N(5;\ -4;\ 7)$. **C.** $P(-5;\ 11;\ -15)$. **D.** $Q(-5;\ 7;\ -12)$.

Lời giải

Chọn C

+) Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng Δ, ta có $\frac{4}{2}\neq\frac{2}{-3}\Rightarrow M\notin\Delta$.

+) Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng Δ, ta có $\frac{4}{2}=\frac{-6}{-3}\neq\frac{10}{4}\Rightarrow N\notin\Delta$.

+) Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng Δ, ta có $\frac{-6}{2}=\frac{9}{-3}=\frac{-12}{4}\Rightarrow P\in\Delta$.

+) Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng Δ, ta có $\frac{-6}{2}\neq\frac{5}{-3}\Rightarrow Q\notin\Delta$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1\ ;\ 2\ ;\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$. **C.** $\vec{n}=(1\ ;\ -2\ ;\ 0)$. **D.** $\vec{n}=(1\ ;\ 0\ ;\ -2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0\ (A^2+B^2+C^2>0)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A\ ;\ B\ ;\ \mathrm{C})$.

Dựa vào đó, mặt phẳng (P): $x-2y+z-3=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$.

Câu 3. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{6}Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức thể tích khối lăng trụ chọn Chọn B.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=9$. **B.** $x=8$. **C.** $x=5$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 x=3\Leftrightarrow x=2^3=8$.

Câu 5. Tính tích phân $I=\int_0^2 2^{2018x}\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{2^{4036}-1}{2018\ln 2}$. **B.** $I=\frac{2^{4036}-1}{2018}$. **C.** $I=\frac{2^{4036}}{2018\ln 2}$. **D.** $I=\frac{2^{4036}-1}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

$I=\frac{2^{2018x}}{\ln 2^{2018}}\Big|_0^2=\frac{2^{4036}-1}{\ln 2^{2018}}=\frac{2^{4036}-1}{2018\ln 2}$.

Câu 6. Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=2i+1\Rightarrow\overline{z}=1-2i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $G(1;-2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(0;\ 2;\ -1), R = 2.$ **B.** $I(0;\ -2;\ 1), R = 2.$

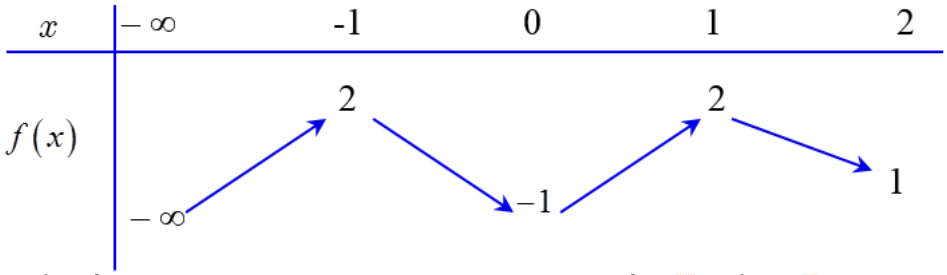
C. $I(0;\ 2;\ -1), R = 4.$ **D.** $I(0;\ -2;\ 1), R = 4.$

Lời giải

Chọn B

Tâm $I(0;-2;1), R = 2$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $-\infty; 2$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai** về hàm số đã cho?



A. Giá trị cực tiểu bằng -1. **B.** Hàm số có 2 điểm cực đại.

C. Giá trị cực đại bằng 2. **D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có 1 điểm cực tiểu: $x = 0 \Rightarrow$ B **sai**.

Giá trị cực đại bằng $2 \Rightarrow$ A đúng.

Giá trị cực tiểu bằng $-1 \Rightarrow$ C đúng.

Hàm số có 2 điểm cực đại: $x = -1; x = 1 \Rightarrow$ D đúng.

Câu 9. An muốn qua nhà Bình để cùng bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

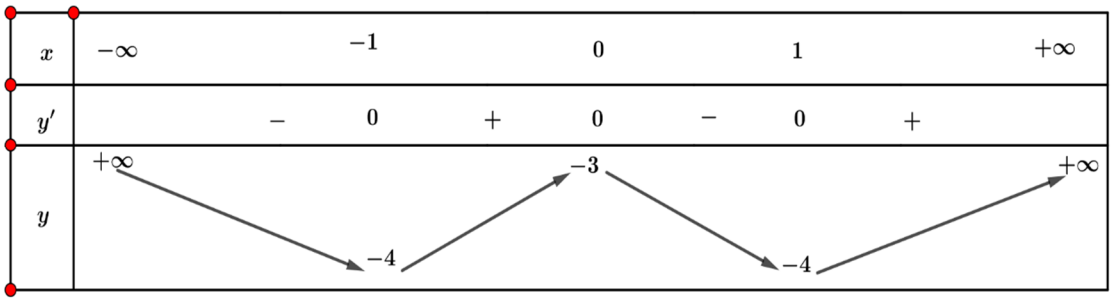
Công việc được chia làm hai bước:

* Bước 1: Đi từ nhà An tới nhà Bình, có 4 cách.

* Bước 2: Đi từ nhà Bình tới nhà Cường, có 6 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có số cách thực hiện công việc là $4 \times 6 = 24$.

Câu 10. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 2x^2 - 3.$ **B.** $y = 2x^2 - 3.$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3.$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$

Lời giải

Chọn C

Hình dạng bảng biên thiên là của hàm trùng phương nên chọn Chọn C hoặc D

Nhìn vào bảng biến thiên thấy hệ số $a > 0$ nên chọn đáp án

C.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+1}$.

A. $y' = (x^2+1).2^{x^2}$. **B.** $y' = x.2^{x^2+2}.\ln 2$.

C. $y' = 2^{x^2+1}.\ln 2$. **D.** $y' = 2^{x^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = 2^{x^2+1} \Rightarrow y' = (x^2+1)'.2^{x^2+1}.\ln 2 = 2x.2^{x^2+1}.\ln 2 = x.2^{x^2+2}.\ln 2$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \le 2$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^x \le 2 \Leftrightarrow 2^{2x} \le 2 \Leftrightarrow 2x \le 1 \Leftrightarrow x \le \frac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. **B.** Hàm số ngịch biến trên $(-1; 1)$.

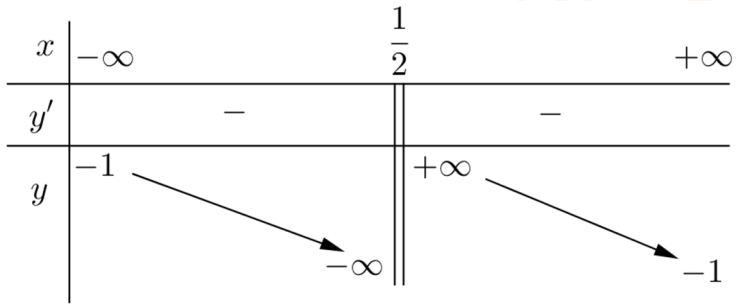
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} y = 1$, suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 16. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và trục hoành.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có:

$x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 17. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$bằng

A. $\frac{4}{3a}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3}{4a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{16}27 = \frac{3}{4}\log_2 3 = \frac{3}{4}.\frac{1}{\log_3 2} = \frac{3}{4a}$.

Câu 18. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 13$. **C.** $|z| = \sqrt{5}$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$. **B.** $F(x) = x^4 - x^3 + 5x + C$.

C. $F(x) = 3x^2 - 6x + C$. **D.** $F(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 5x + C$.

Lời giải

Chọn A

$F(x) = \int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 + 5)\,dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **D.** $[0\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là $\mathbb{R}$

Câu 21. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;\ 2;\ 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA = 5$. **B.** $OA = 3$. **C.** $OA = 9$. **D.** $OA = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$.

Câu 22. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực của số phức $w = (2 - i)\overline{z}$

A. 5. **B.** 8. **C.** i. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w = (2 - i)\overline{z} = (2 - i)(3 + 2i) = 8 + i$. Số phức liên hợp của w có phần thực bằng 8.

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 12, \frac{u_3}{u_8} = 243$. Tìm u_9.

A. $u_9 = \frac{4}{6563}$. **B.** $u_9 = 78732$. **C.** $u_9 = \frac{4}{2187}$. **D.** $u_9 = \frac{2}{2187}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n).

Ta có $u_3 = u_1q^2, u_8 = u_1q^7 \Rightarrow \frac{u_3}{u_8} = \frac{1}{q^5} = 243 \Rightarrow q = \frac{1}{3}$.

Do đó $u_9 = u_1q^8 = 12.\left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}$.

Câu 24. Nếu $\int_0^2 f\,(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\int_0^2 g\,(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** -7. **C.** -5. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^2 [2f(x) - 3g(x)]\,\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f\,(x)\mathrm{d}x - 3\int_0^2 g\,(x)\mathrm{d}x = 2.(-1) - 3.2 = -8$

Câu 25. Diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8 bằng
A. 80π. **B.** 24π. **C.** 160π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn D
Diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi r(r+h) = 2\pi.4.(4+2) = 48\pi$.

Câu 26. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 5, bán kính đáy bằng 3. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng
A. 39π. **B.** 15π. **C.** 48π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn D
Diện tích toàn phần của hình nón cần tìm là: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 15\pi + 9\pi = 24\pi$.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào sai?
A. Thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.
B. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
C. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
D. Thể tích hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau là bằng nhau.

Lời giải

Chọn C
Xét hai khối hộp chữ nhật có ba độ dài là $1;2;3$. Thì diện tích toàn phần $S_{tp} = 2(1.2 + 1.3 + 2.3) = 22$ thể tích $V_1 = 6$.
Xét khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $1;1;5$. Có diện tích toàn phần $S_{tp} = 2(1.1 + 1.5 + 1.5) = 22$ tuy nhiên thể tích $V_2 = 1.1.5 = 5$.

Câu 28. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} a = \log_4(a.b^2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a^{-3} = b^8$. **B.** $a^4 = b^2$. **C.** $a^3 = b^2$. **D.** $a^2 = b^3$.

Lời giải

Chọn C
Ta có:

$$\log_{\sqrt{2}} a = \log_4(a.b^2)$$
$$\Leftrightarrow 2\log_2 a = \frac{1}{2}\log_2(a.b^2)$$
$$\Leftrightarrow 4\log_2 a = \log_2(a.b^2)$$
$$\Leftrightarrow \log_2 a^4 = \log_2(a.b^2)$$
$$\Leftrightarrow a^4 = a.b^2$$

$\Leftrightarrow a^3 = b^2$.

Câu 29. Cho số phức $\overline{z}$ thỏa mãn $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng
A. $\frac{4}{25}i$. **B.** $-\frac{4}{25}i$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $-\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn D
Ta có $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i} \Leftrightarrow z = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(2+i)^2} = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$.
Suy ra $\overline{z} = \frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$.
Vậy phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng $-\frac{4}{25}$.

Câu 30. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 2x + \frac{1}{2}$.
A. $\int\left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)dx = \tan 2x - x + C$. **B.** $\int\left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)dx = \frac{\tan 2x}{2} - \frac{x}{2} + C$.
C. $\int\left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)dx = 2\tan 2x - 2x + C$. **D.** $\int\left(\tan^2 2x + \frac{1}{2}\right)dx = \tan 2x - \frac{x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn B

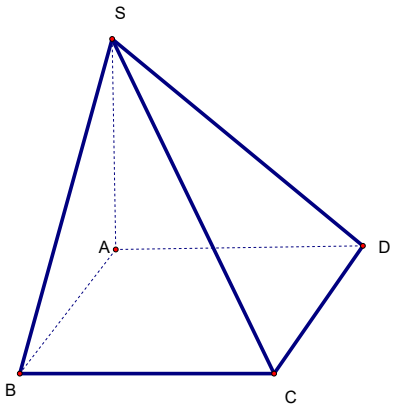
Ta có: $\int\left(\tan^2 2x+\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{\cos^2 2x}-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=\frac{\tan 2x}{2}-\frac{x}{2}+C.$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases}DA\perp SA\\DA\perp AB\end{cases}\Rightarrow DA\perp(SAB).$

Mặt khác $\begin{cases}CD\not\subset(SAB)\\CD\ //\ AB\end{cases}\Rightarrow CD\ //\ (SAB).$

Từ đó suy ra khoảng cách giữa SB và CD bằng khoảng cách giữa (SAB) và CD và bằng DA.

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC=2a$ suy ra $DA=\sqrt{2}a$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là $a\sqrt{2}$.

Câu 32. Biết rằng hàm số $f(x)=-x+2018-\frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P=x_0+2020$.

A. $P=2020$. **B.** $P=2019$. **C.** $P=2021$. **D.** $P=4036$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=-x+2018-\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;4)$ có $f'(x)=-1+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1(L)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=-x+2018-\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;4)$:

x	0		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2016	$\searrow$	$\frac{8055}{4}$

Từ bảng biến thiên, ta có $x_0=1$. Suy ra $P=1+2020=2021$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;1)$ và cắt trục $x'Ox$ tại hai điểm A,B sao cho tam giác LAB vuông. Phương trình của mặt cầu (S) là

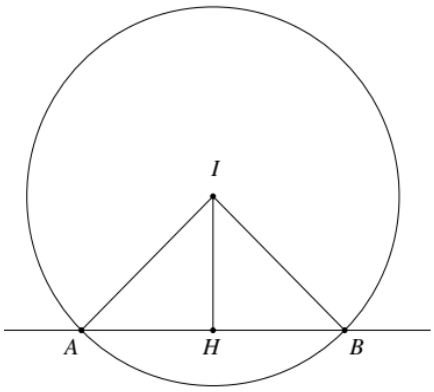
A. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=10$

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=11$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A, B \in (S)$ nên $LA = IB$, lại theo giả thiết tam giác LAB vuông nên tam giác LAB vuông cân tại I.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của của I trên trục $x'Ox$, toạ độ $H(-1;0;0)$. Khi đó H là trung điểm đoạn AB.

Ta có $IH = \sqrt{10} \Rightarrow IA = IB = IH\sqrt{2} = \sqrt{20}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$..

Câu 34. Cho biết $\int_{-1}^{0} \frac{x+5}{x^2-3x+2} dx = a\ln 2 + b\ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = a + 2b$ bằng

A. 7. **B.** 27. **C.** 13. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

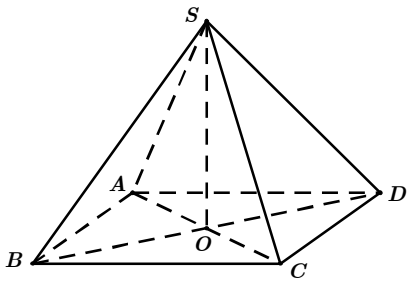
Giả sử $\frac{x+5}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$

Đồng nhất hệ số ta được $A = -6; B = 7$.

Khi đó $\int_{-1}^{0} \frac{x+5}{x^2-3x+2} dx = \int_{-1}^{0} \frac{-6}{x-1} dx + \int_{-1}^{0} \frac{7}{x-2} dx = -6\ln|x-1|\Big|_{-1}^{0} + 7\ln|x-2|\Big|_{-1}^{0} = 13\ln 2 - 7\ln 3$

Suy ra $a = 13; b = -7$, do đó $M = a + 2b = -1$.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau, góc giữa SD và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A

Hình chóp đều $S.ABCD$ suy ra $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BD$

$\Rightarrow OD$ là hình chiếu của SD xuống mặt phẳng $(ABCD)$

mà tam giác SBD cân có SO vừa là đường cao, vừa trung tuyến nên ΔSBD vuông cân.

Suy ra góc giữa SD và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng 45°.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Suy ra hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và hai đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x=2-t' \\ y=4+2t' \\ z=4 \end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{-4}$.

C. $\frac{x+1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A=d_1 \cap \Delta$ suy ra $A(1-t;t;4t)$ và $B=d_2 \cap \Delta$ suy ra $B(2-t';4+2t';4)$.

Mặt khác $A \in (\alpha); B \in (\alpha)$ nên ta có $\begin{cases} t+2.4t=0 \\ 4+2t'+2.4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=-6 \end{cases}$

Do đó $A(1;0;0)$ và $B(8;-8;4)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=(7;-8;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

Câu 38. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\bar{z}=25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

A. $N(3;-4)$. **B.** $M(3;4)$. **C.** $Q(4;3)$. **D.** $P(4;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z=x+yi\ (x,y \in \mathbb{R}, y \neq 0)$.

Ta có $|z-(2+i)|=\sqrt{10} \Leftrightarrow |x+yi-(2+i)|=\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow |(x-2)+(y-1)i|=\sqrt{10} \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=10 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-2y=5$.

Lại có $z.\bar{z}=25 \Leftrightarrow x^2+y^2=25$ nên $25-4x-2y=5 \Leftrightarrow 2x+y=10 \Leftrightarrow y=10-2x$

$\Rightarrow x^2+(10-2x)^2=25 \Leftrightarrow 5x^2-40x+75=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=3 \end{array}\right.$.

+ Với $x=5 \Rightarrow y=0$, không thỏa mãn vì $y \neq 0$.

+ Với $x=3 \Rightarrow y=4$, thỏa mãn $y \neq 0 \Rightarrow z=3+4i$.

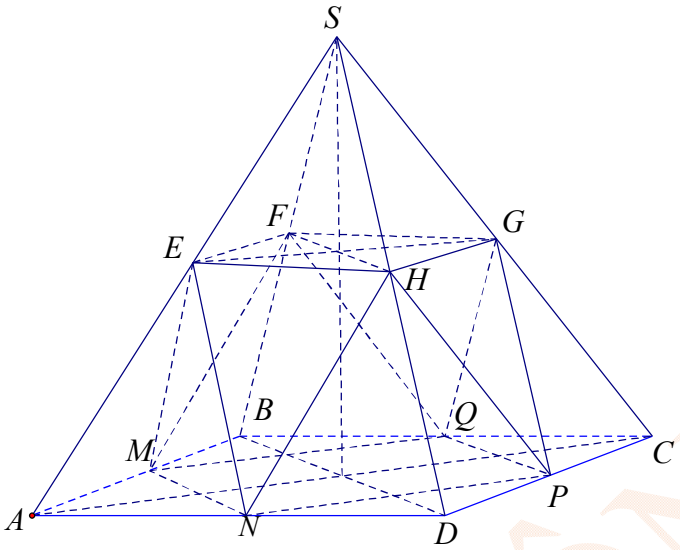
Do đó điểm $M(3;4)$ biểu diễn số phức z.

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của H.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, có thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.1.2 = \frac{2}{3}$.

Gọi $M;N;P;Q;E;F;G;H$ là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp (hình vẽ). khi đó $V_{MNPQEFGH} = V_{S.ABCD} - \left(V_{S.EFGH} + V_{F.MBQ} + V_{G.QCP} + V_{H.PDN} + V_{E.MAN}\right)$, với $V_{S.EFGH} = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}.1 = \frac{1}{12}$.

Các khối chóp còn lại cùng chiêu cao và diện tích đáy bằng nhau nên thể tích của chúng bằng $V_{E.MAN} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1 = \frac{1}{24}$. Vậy thể tích cần tính $V_{MNPQEFGH} = \frac{2}{3} - \frac{1}{12} - \frac{4}{24} = \frac{5}{12}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (5-m)x + 1$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y = f(\sin x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

TXĐ : $D = \mathbb{R}$

Ta có $f'(x) = x^2 - 2x + 5 - m = (x-1)^2 + 4 - m$.

Mặt khác : $y = f(\sin x)$ suy ra $y' = \cos x.f'(\sin x)$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì $y' = \cos x.f'(\sin x) \geq 0\ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Vì $\cos x > 0 \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $f'(\sin x) \geq 0\ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ (1)

Lại có $f'(\sin x) = \sin^2 x - 2\sin x + 5 - m = (\sin x - 1)^2 + 4 - m > 4 - m\ \forall x \in \left(0\ ;\frac{\pi}{2}\right)$

$(1) \Leftrightarrow f'(\sin x) \geq 0\ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y'\ \geq 0\ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 4 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 4$

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4\}$

Vậy có 4 giá trị của m.

Câu 41. Cho phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nghiệm nhỏ nhất của phương trình. Giá trị của biểu thức $2x_1 + x_2$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1\Leftrightarrow 4^{2x^2+3x+7}-4^{x^2-3x+2}-4^{x^2+6x+5}+1=0$

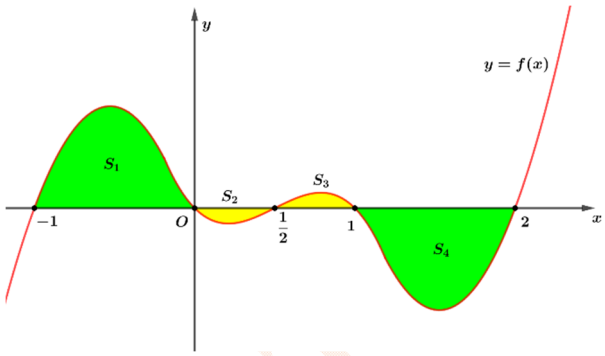
$\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2}\left(4^{x^2+6x+5}-1\right)-\left(4^{x^2+6x+5}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(4^{x^2+6x+5}-1\right)\left(4^{x^2-3x+2}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4^{x^2+6x+5}-1=0\\4^{x^2-3x+2}-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+6x+5=0\\x^2-3x+2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-5\\x=1\\x=2\end{array}\right.$

Suy ra $\begin{cases}x_1=2\\x_2=-5\end{cases}\Rightarrow 2x_1+x_2=2.2+(-5)=-1$

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị tạo với trục hoành các miền có diện tích S_1,S_2,S_3,S_4 như hình vẽ. Biết $S_1=S_4=8,S_2=S_3=1$. tính tích phân $I=\int_0^{\ln 3}e^x f(e^x-1)dx$ bằng



A. -8. **B.** -10. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

+) Xét tích phân $I=\int_0^{\ln 3}e^x f(e^x-1)dx$

Đặt $t=e^x-1\Rightarrow dt=e^x dx$. Đổi cận: $x=0,t=0;\ x=\ln 3,t=2$. Khi đó ta có:

$I=\int_0^{\ln 3}e^x f(e^x-1)dx=\int_0^2 f(t)dt=-\int_0^{\frac{1}{2}}f(t)dt+\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt-\int_1^2 f(t)dt=-S_2+S_3-S_4=-1+1-8=-8.$

Câu 43. Lớp 12A2 có 42 học sinh, trong đó có 04 học sinh tên Anh (03 nam, 01 nữ). Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh nam tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{287}$. **B.** $\frac{1}{75}$. **C.** $\frac{6}{703}$. **D.** $\frac{2}{287}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n_\Omega=C_{42}^2$.

Gọi A là biến cố: "Hai học sinh được chọn là hai học sinh nam tên Anh".

Khi đó $n_A=C_3^2$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{C_3^2}{C_{42}^2}=\frac{1}{287}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{x-m}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Biết $S=1$, giá trị thực của m gần nhất với số nào sau đây?

A. 4,4. **B.** 1,7. **C.** 0,56. **D.** 0,45.

Lời giải

Chọn B

(C) cắt trục Ox tại điểm $A(m;0)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0;-m)$.

Do $m>0$ nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai trục tọa độ là:

$S=\int_0^m\left|\frac{x-m}{x+1}\right|dx=\int_0^m\frac{-x+m}{x+1}dx=\int_0^m\left(-1+\frac{m+1}{x+1}\right)dx=\left(-x+(m+1)\ln(x+1)\right)\Big|_0^m=-m+(m+1)\ln(m+1).$

Lại có $S = 1 \Leftrightarrow (m+1)\ln(m+1) = 1 + m \Rightarrow \ln(m+1) = 1$
$\Rightarrow m + 1 = e \Leftrightarrow m = e - 1 \simeq 1{,}71828.$

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

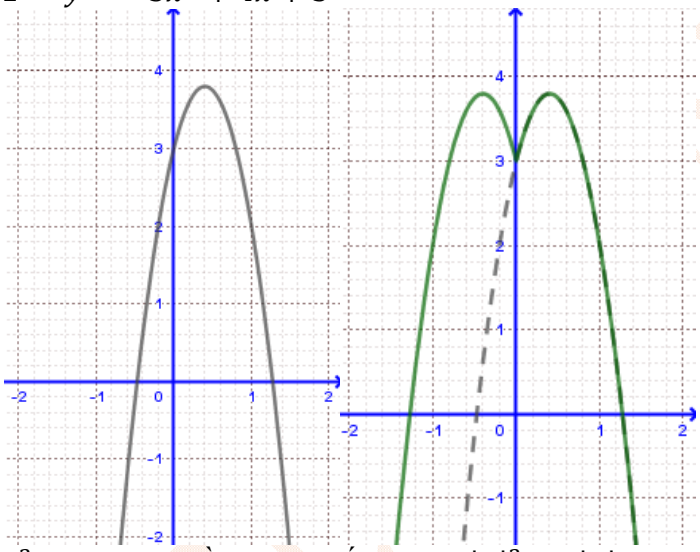
Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = f(x)$ có đồ thị (C).

$y = f(|x|)$là hàm chẵn ⇒ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ giữ nguyên đồ thị (C) nằm bên phải trục hoành, sau đó lấy đối xứng qua trục hoành.

+TH1: $a = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow y = -5x^2 + 4x + 3$



Đồ thị hàm số $y = -5x^2 + 4x + 3$. Đồ thị hàm số $y = -5|x|^2 + 4|x| + 3$ có 3 cực trị.

Vậy $m = 1$ thỏa yêu cầu.

+ TH2: $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1 \Rightarrow f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$ là hàm số bậc 3.

Hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị

⇔hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1 \leq 0 < x_2$

$\Leftrightarrow 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3 = 0$ $(*)$có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 \leq 0 < x_2$

+ $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ x_1.x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \frac{m+3}{3(m-1)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0\}.$

+ Nếu $(*)$ có một nghiệm $x_1 = 0 \Rightarrow m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Khi đó $(*)$ thành $-12x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{5}{6} \end{array}\right.$ (Không thỏa mãn)

Vậy có 4 giá trị m.

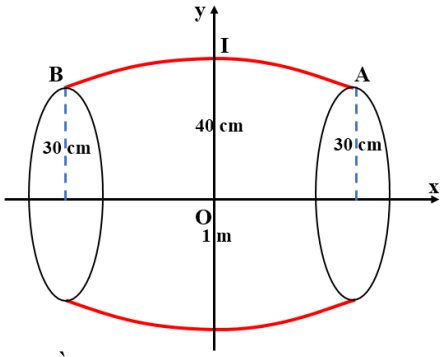
Câu 46. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?

A. $425,2\ \text{m}^3$. **B. $425,2\ \text{mm}^3$.** **C. $425,2\ \text{cm}^3$.** **D. $425,2\ \text{dm}^3$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Thiết diện vuông góc với trục, cách đều hai đáy là hình tròn có bán kính r có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, nên $\pi r^2 = 1600\pi \Rightarrow r = 40$ cm.

Ta có: Parabol nhận Oy làm trục đối xứng nên phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + b$.

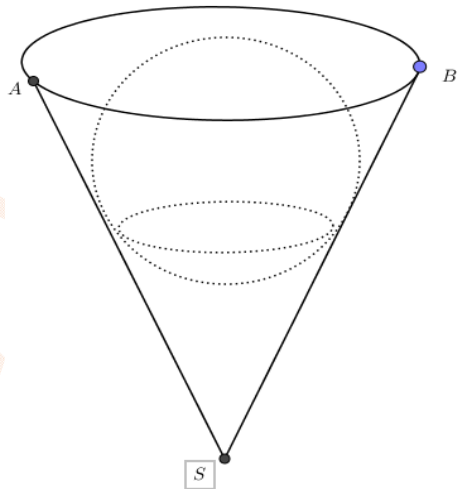
Parabol có đỉnh $I(0\,;\,40)$ và qua $A(50\,;\,30)$.

Thay tọa độ I và A vào phương trình Parabol: $\begin{cases} b = 40 \\ 50^2 a + b = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{250} \\ b = 40 \end{cases}$

Nên Parabol có phương trình $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$

Thể tích của trống là $V = \pi \int_{-50}^{50} \left(-\frac{1}{250}x^2 + 40\right)^2 dx = \pi.\frac{406000}{3}\ \text{cm}^3 \approx 425{,}2\ \text{dm}^3$

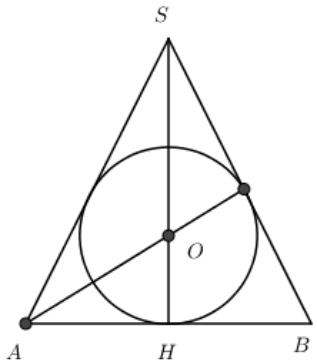
Câu 47. Bạn An có một cốc giấy hình nón với đường kính đáy là $10\ cm$ và độ dài đường sinh là $8\ cm$. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{10\sqrt{39}}{13}\ cm.$ **B.** $\frac{32}{\sqrt{39}}\ cm.$ **C.** $\frac{5\sqrt{39}}{13}\ cm.$ **D.** $\frac{64}{\sqrt{39}}\ cm.$

Lời giải

Chọn A



Để đường kính viên kẹo là lớn nhất thì viên kẹo phải tiếp xúc với mặt phẳng miệng cốc và mặt bên của cốc. Khi đó mặt phẳng đi qua đường cao của cốc sẽ cắt cốc và viên kẹo theo một hình như hình vẽ.

Bán kính mặt cầu bằng bán kính đường tròn tâm O nội tiếp ΔSAB với $SA = SB = 8, AB = 10$.

Ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{SA^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{39}$.

$\Rightarrow r = OH = \frac{S_{SAB}}{p} = \frac{SH.AB}{SA+SB+AB} = \frac{5\sqrt{39}}{13}$ (p là nửa chu vi tam giác SAB).

Vậy đường kính mặt cầu là $d = 2r = \frac{10\sqrt{39}}{13}$.

Câu 48. Cho ba số phức z_1, z_2 và z_3 thỏa mãn $\left|\frac{z_1-2z_2}{2-z_1\bar{z}_2}\right| = 1$ và $|z_3 - 3 - 3i| = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_3z_2 - 3iz_2||z_1| + |z_1| + |z_2|$.

A. 13. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: $|z| = |\bar{z}|; |z_1z_2| = |z_1||z_2|$

Ta áp dụng cho số phức $\frac{z_1-2z_2}{2-z_1\bar{z}_2}$, ta được:

$\left|\frac{(z_1-2z_2)(\bar{z}_1-2\bar{z}_2)}{(2-z_1\bar{z}_2)(2-\bar{z}_1z_2)}\right| = 1 \Leftrightarrow ||z_1|^2 + 4|z_2|^2 - 2w| = |4 + |z_1|^2|z_2|^2 - 2w|$ với $w = z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2$

Suy ra $|z_1|^2 + 4|z_2|^2 = 4 + |z_1|^2|z_2|^2 \Leftrightarrow (|z_1|^2 - 4)(|z_2|^2 - 1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z_1| = 2\\|z_2| = 1\end{array}\right.$.

Mặt khác, đặt $z_3 = x + yi; (x, y \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết $|z_3 - 3 - 3i| = 3$ ta có $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + (y-3)^2 = 6x \geq 0$.

Khi đó $|z_3 - 3i| \leq \sqrt{6x} \leq 6$ vì $(x-3)^2 = 9 - (y-3)^2 \leq 9 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$.

Do đó $P = |z_3z_2 - 3iz_2||z_1| + |z_1| + |z_2| = |z_3 - 3i||z_2||z_1| + |z_1| + |z_2| \leq 6.1.2 + 2 + 1 = 15$.

Dấu " = " xảy ra chẳng hạn khi $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ và $z_3 = 6 + 3i$.

Vậy GTLN của P là 15. Chọn phương án

C.

Câu 49. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y.4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ bằng

A. $\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{41}{8}$. **D.** $\frac{33}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2x + y.4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow (2x-3).4^{-x} + y.4^{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2y.2^{2y} \geq (3-2x)2^{3-2x}$ (1)

Xét TH: $3 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$. (1) đúng với mọi giá trị $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq \frac{21}{4}$ (2)

Xét TH: $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t) = t.2^t$ với $t \geq 0$

$\Rightarrow f'(t) = 2^t + t.2^t.\ln 2 > 0$ với mọi $t \geq 0$

(1) $\Leftrightarrow f(2y) \geq f(3-2x) \Leftrightarrow 2y \geq 3 - 2x \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{2} - x$. Khi đó:

$$P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \ge x^2 + \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + 2x + 2(3 - 2x) = 2x^2 - 5x + \frac{33}{4} = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{41}{8} \ge \frac{41}{8} (3)$$

So sánh (2) và (3) ta thấy GTNN của P là $\frac{41}{8}$ khi $x = \frac{5}{4}, y = \frac{1}{4}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ Cho $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3; 1; 2); B(-1; 3; -2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là (P): $2x + by + cz + d = 0$. Tính $d + b - c$.

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi E là trung điểm của $AB \Rightarrow E(1; 2; 0)$ và $IE = \sqrt{R^2 - 9}$

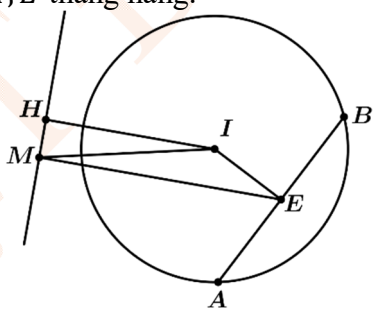
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(\alpha): 2x - y + 2z = 0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của E lên $d \Rightarrow EM = d_{(E;d)} = 9$

Toạ độ M là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t + 5 \\ z = 2t + 3 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(2; 6; 1) \Rightarrow ME = 3\sqrt{2}$

Vì $(\alpha) \perp d$ và $IH + IE \ge EM \Rightarrow R$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I, H, E$ thẳng hàng.



$$\Rightarrow R + \sqrt{R^2 - 9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

Vậy $\Rightarrow \overrightarrow{EI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EH} \Rightarrow I\left(\frac{5}{4}; 3; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(\frac{7}{4}; -2; \frac{7}{4}\right)$

$\Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{IA}\right] = (-18; 0; 18) = -18(1; 0; -1)$

(P): $2x - 2z - 2 = 0 \Rightarrow b = 0; c = -2; d = -2 \Rightarrow d + b - c = 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 015

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2+(1-i)^2$ là điểm nào dưới đây?
A. $M(6;-3)$. **B.** $Q(2;3)$. **C.** $N(3;6)$. **D.** $P(3;2)$.

Câu 2. Hàm số $y=\sin 4x$ có một nguyên hàm là
A. $3\cos 4x$. **B.** $-\frac{1}{4}\cos 4x+2$. **C.** $-\cos 4x-1$. **D.** $\frac{1}{4}\cos 4x+1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8x-4y-6z-7=0$ có tâm và bán kính là
A. $I(4;-2;-3), R=6$. **B.** $I(-4;2;3), R=36$.
C. $I(-4;2;3), R=6$. **D.** $I(4;-2;-3), R=\sqrt{22}$.

Câu 5. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
A. 36π. **B.** 18π. **C.** 54π. **D.** 108π.

Câu 7. Cho $\int_0^2 f(x)\,dx=3$ và $\int_0^2 g(x)\,dx=-2$ thì $\int_0^2 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng
A. -5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 8. Khối chóp có thể tích $V=18$, diện tích đáy $S=3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
A. 54. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 18.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $M(3;-2;-1)$. **B.** $M(-3;2;1)$. **C.** $M(1;-1;2)$. **D.** $M(3;2;1)$.

Câu 10. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em là
A. 220.**B.** 60.**C.** 3.**D.** 12.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx=6$ thì $\int_0^1 2f(x)\,dx$ bằng
A. 3. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 12. Chọn công thức đúng?
A. $(\ln 4x)'=\frac{1}{x};(x>0)$. **B.** $(\ln x)'=\frac{1}{x\ln a};(x>0)$.

C. $(\log_a x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. **D.** $(\log_a x)' = \frac{x}{\ln a}; (x > 0)$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** $3 - 2i$. **D.** 1.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x - 3y + 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3} = (2; 0; -3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (0; 2; -3)$.

C. $\overrightarrow{n_1} = (2; 3; -5)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2; -3; 0)$.

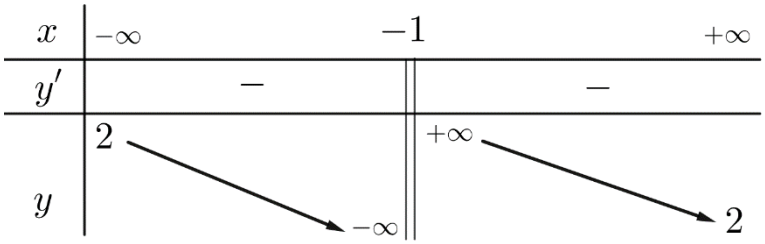
Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 16. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$**B.** $I = 2$**C.** $I = -\frac{1}{2}$**D.** $I = -2$

Câu 17. Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là

A. $x = 11$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 8$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

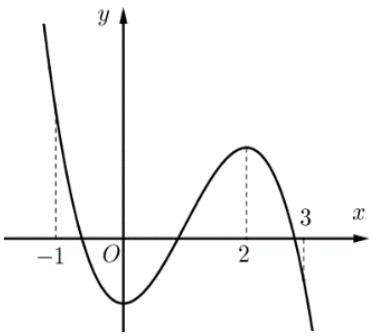
A. $(-\infty; -1)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1]$.

Câu 21. Cho hai số phức $z = 3 - 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực là 3 phần ảo là -4. **B.** Phần thực là -4 phần ảo là 3.

C. Phần thực là 3 phần ảo là $-4i$. **D.** Phần thực là -4 phần ảo là $3i$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x = 0, x = 3$.

B. Hàm số có hai điểm cực đại là $x = -1, x = 2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, cực đại tại $x = -1$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1 - x)$ là

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1]$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 24. Cho khối nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(3;2;-1)$, $\vec{v}=(1;-4;2)$. Tích vô hướng của chúng có giá trị bằng
A. 7. **B.** 13. **C.** -7. **D.** -13.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)<0, \forall x\in(-3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $f(-2)=f(2)$**B.** $f(-3)>f(5)$. **C.** $f(-3)<f(5)$**D.** $f(0)<f(5)$

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng
A. a. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(3;-2;2)$. Phương trình của mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính là
A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.
C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=18$. **D.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=18$.

Câu 29. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $2\log_{12}(a+3b)=1+\log_{12}a+\log_{12}b$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.
A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:
A. $4a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{16a^3}{3}$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng
A. 1601. **B.** 16000. **C.** 160001. **D.** 16001.

Câu 32. Cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là:
A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Câu 33. Phần thực của số phức z thỏa mãn phương trình $(1-2i)z=7+i$.
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 12.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là
A. x^2+3x+C. **B.** $2x^2+3x+C$. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+C$.

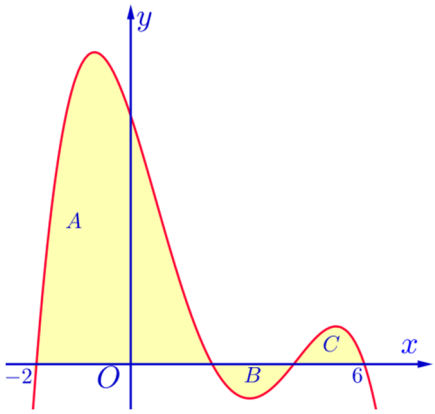
Câu 35. Cho $\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=a\ln2+b\ln3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a+b=-2$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a-2b=0$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.
A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 30^o. **D.** 60^o.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x^2-1)(x-1)^2$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 38. Cho số phức $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $|\overline{z}-2+3i|=\sqrt{5}$ và z có phần thực lớn hơn phần ảo 2 đơn vị. Tính $S=a+b$.
A. $S=-2$ và $S=4$. **B.** $S=2$ và $S=6$.
C. $S=4$ và $S=3$. **D.** $S=4$ và $S=6$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên $[-2;6]$ như hình vẽ dưới đây. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là $32;2;3$.



Tính $\int_{-2}^{2}[f(2x+2)+1]\mathrm{d}x$

A. 37. **B.** $\frac{41}{2}$. **C.** $\frac{45}{2}$. **D.** 41.

Câu 40. Biết phương trình $27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$ có các nghiệm $x = a, x = \log_3 b$ và $x = \log_3 c$ với $a \in \mathbb{Z}, b > c > 0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{5}{2};3\right)$ **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$ **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2020\,;\,2020)$ để hàm số $y = \frac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 4038. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

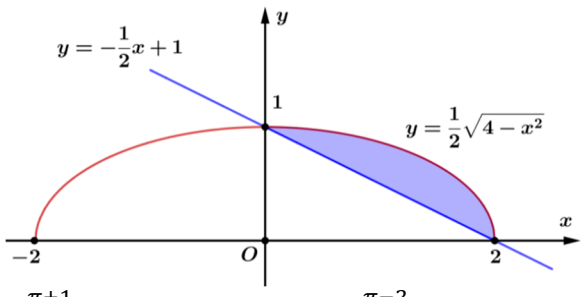
Câu 42. Một nhóm 16 học sinh gồm 10 nam trong đó có Bình và 6 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 16 ghế trên một hàng ngang để dự lễ khai giảng năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{5}{48048}$. **B.** $\frac{1}{8080}$. **C.** $\frac{1}{10010}$. **D.** $\frac{109}{30240}$.

Câu 43. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Gọi P là điểm đối xứng với C qua B và Q là trung điểm cạnh SC. Mặt phẳng (DPQ) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2), trong đó (H_1) chứa điểm C. Thể tích của khối (H_1) là

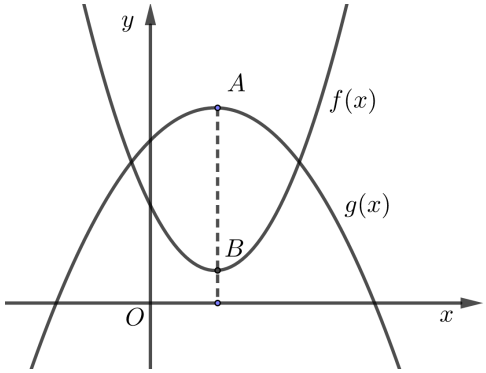
A. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$. **B.** $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$. **C.** $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

Câu 44. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{\pi-2}{4}$. **B.** $\frac{\pi+1}{2}$. **C.** $\frac{\pi-2}{2}$. **D.** $\frac{\pi-1}{4}$.

Câu 45. Cho hai hàm đa thức $y = f(x), y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B, đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB = \frac{7}{4}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y = \left||f(x) - g(x)| + m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?



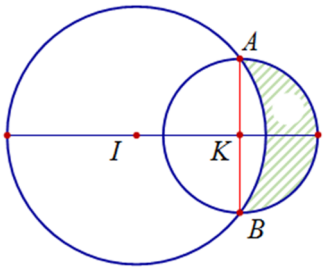
A. 4. **B.** 6.**C.** 1.**D.** 3.

Câu 46. Khối (H) được tạo thành là phần chung khi giao nhau hai khối nón có cùng chiều cao h, có các bán kính đường tròn đáy lần lượt là R và r sao cho đỉnh của khối nón này trùng với tâm đường tròn đáy của khối nón kia. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối (H), biết rằng R và r thoả mãn phương trình $X^2-(x+y)^2X+xy=0$ $\left(x,y>\frac{1}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{12}\pi h$. **B.** $\frac{1}{48}\pi h$. **C.** $\frac{1}{16}\pi h$. **D.** πh.

Câu 47. Người ta sản xuất một loại đèn trang trí ngoài trời *(Trụ sở, quảng trường, công viên, sân vườn…)* gồm có hai phần: Phần bóng đèn có dạng mặt cầu bán kính R dm, làm bằng thủy tinh trong suốt; Phần đế bóng đèn làm bằng nhựa để cách điện, có dạng một phần của khối cầu bán kính r dm và thỏa mãn đường kính là một dây cung của hình tròn lớn bóng đèn. Một công viên muốn tạo điểm nhấn ánh sáng, đặt loại bóng có kích thước $R=5$ dm, $r=3$ dm. Tính thể tích V phần nhựa để làm đế một bóng đèn theo đơn đặt hàng *(Bỏ qua ống luồn dây điện và bulông ốc trong phần đế)*.





A. $V=\frac{68\pi}{3}$ dm^3. **B.** $V=\frac{14\pi}{3}$ dm^3. **C.** $V=\frac{40\pi}{3}$ dm^3. **D.** $V=36\pi$ dm^3.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$, mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-12=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất?

A. $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-9t.\\z=4+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t.\\z=1+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+t.\\z=5+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t.\\z=4+3t\end{cases}$

Câu 50. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z+2w=8-6i$ và $|z-w|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z|+|w|$ bằng

A. $2\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{66}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $4\sqrt{6}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	B	C	A	A	D	D	B	B	C	A	B	D	A	B	A	C	A	D	A	C	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	D	C	D	D	C	A	B	C	A	D	B	A	B	A	C	C	D	B	C	B	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2+(1-i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(6;-3)$. **B.** $Q(2;3)$. **C.** $N(3;6)$. **D.** $P(3;2)$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $z=(2+i)^2+(1-i)^2=2^2+4i+i^2+1-2i+i^2=3+2i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z là: $P(3;2)$.

Câu 2. Hàm số $y=\sin 4x$ có một nguyên hàm là

A. $3\cos 4x$. **B.** $-\frac{1}{4}\cos 4x+2$. **C.** $-\cos 4x-1$. **D.** $\frac{1}{4}\cos 4x+1$.

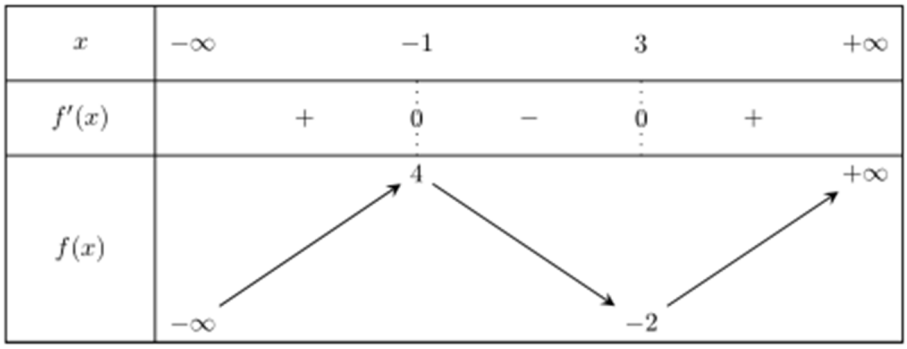
Lời giải

Chọn B

+ Ta có: $\int \sin 4x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\cos 4x+C$.

+ Do đó một nguyên hàm của hàm số $y=\sin 4x$ là: $-\frac{1}{4}\cos 4x+2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+8x-4y-6z-7=0$ có tâm và bán kính là

A. $I(4;-2;-3)$, $R=6$. **B.** $I(-4;2;3)$, $R=36$.

C. $I(-4;2;3)$, $R=6$. **D.** $I(4;-2;-3)$, $R=\sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn C

CÁCH 1:

$x^2+y^2+z^2+8x-4y-6z-7=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2.(-4)x-2.2y-2.3z-7=0$.

$a=-4,b=2,c=3,d=-7\Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=36$.

Vậy (S) có tâm $I(-4;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=6$.

CÁCH 2:

$x^2+y^2+z^2+8x-4y-6z-7=0\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$.

Vậy (S) có tâm $I(-4;2;3)$, bán kính $R=6$.

Câu 5. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x+1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{2x+1}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 18π. **C.** 54π. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn A

Đường sinh của hình trụ $l=h=3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.6.3=36\pi$.

Câu 7. Cho $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_0^2[f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2[f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x-\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x=3-(-2)=5$.

Câu 8. Khối chóp có thể tích $V=18$, diện tích đáy $S=3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 54. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Gọi h là chiều cao của khối chóp đã cho.

Ta có $V=\frac{1}{3}S.h\Rightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{3.18}{3}=18$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-2;-1)$. **B.** $M(-3;2;1)$. **C.** $M(1;-1;2)$. **D.** $M(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $M(-3;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{-3+3}{1}=\frac{2-2}{-1}=\frac{1-1}{2}=0$ nên $M(-3;2;1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 10. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em là

A. 220. **B.** 60. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times 4\times 3=60$ cách.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1 2f(x)\,dx = 2\int_0^1 f(x)dx = 12$.

Vậy $\int_0^1 2f(x)\,dx = 12$.

Câu 12. Chọn công thức đúng?

A. $(\ln 4x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. **B.** $(\ln x)' = \frac{1}{x\ln a}; (x > 0)$.

C. $(\log_a x)' = \frac{1}{x}; (x > 0)$. **D.** $(\log_a x)' = \frac{x}{\ln a}; (x > 0)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, ta có: $(\ln 4x)' = \frac{(4x)'}{4x} = \frac{4}{4x} = \frac{1}{x}$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** $3 - 2i$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1 + z_2 = 2 - 3i + 1 + i = 3 - 2i$.

Vậy phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng 3.

Phân tích phương án nhiễu

Phương án nhiễu A : Nhầm với phần ảo là -2.

Phương án nhiễu C : Nhầm với $z_1 + z_2$.

Phương án nhiễu D : Nhầm phần thực với số phức $z_1 - z_2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x - 3y + 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3} = (2; 0; -3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (0; 2; -3)$.

C. $\overrightarrow{n_1} = (2; 3; -5)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x - 3y + 5 = 0$ là: $\overrightarrow{n_P} = (2; -3; 0)$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 16. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

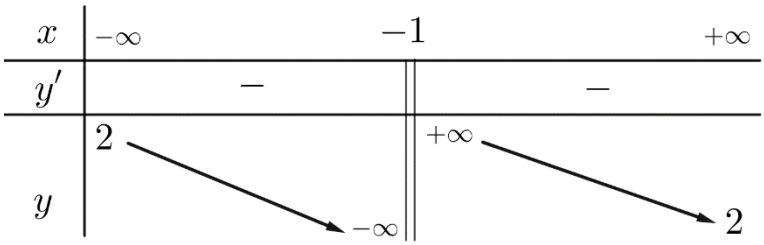
A. $I = \frac{1}{2}$ **B.** $I = 2$ **C.** $I = -\frac{1}{2}$ **D.** $I = -2$

Lời giải

Chọn B

$I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right) = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 2$

Câu 17. Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Tính đạo hàm của các hàm số ở 4 phương án, ta có:

$y=\frac{2x+1}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1.$

$y=\frac{2x-1}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1.$

$y=\frac{2x+3}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{-1}{(x+1)^2}<0,\forall x\neq -1.$

$y=\frac{2x}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1.$

Đối chiếu với bảng biến thiên ta được C là phương án đúng.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $\frac{x-2}{x+1}=0\Leftrightarrow x=2.$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=2$ là

A. $x=11$. **B.** $x=10$. **C.** $x=7$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện : $x-2>0\Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\log_3(x-2)=2\Leftrightarrow x-2=3^2\Leftrightarrow x=11$ (Thỏa mãn điều kiện $x>2$).

Vậy phương trình $\log_3(x-2)=2$ có nghiệm là $x=11$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq 2$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn D

$\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq 2\Leftrightarrow 2^{-x}\geq 2^1\Leftrightarrow -x\geq 1\Leftrightarrow x\leq -1$

Câu 21. Cho hai số phức $z=3-4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực là 3 phần ảo là -4. **B.** Phần thực là -4 phần ảo là 3.

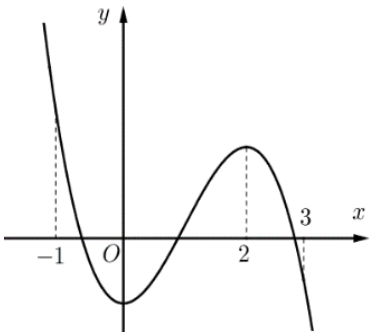
C. Phần thực là 3 phần ảo là $-4i$. **D.** Phần thực là -4 phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=3-4i$ có phần thực là 3 phần ảo là -4.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x=0,x=3$.

B. Hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1,x=2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=0$ và đạt cực đại tại $x_{CD}=2$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(1-x)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $1-x>0 \Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;1)$.

Câu 24. Cho khối nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón có chiều cao $h=4$ và $r=3$ là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vécto $\vec{u}=(3;2;-1)$, $\vec{v}=(1;-4;2)$. Tích vô hướng của chúng có giá trị bằng

A. 7. **B.** 13. **C.** -7. **D.** -13.

Lời giải

Chọn C

$\vec{u}.\vec{v}=3.1+2.(-4)+(-1).2=-7$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)<0, \forall x\in(-3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(-2)=f(2)$ **B.** $f(-3)>f(5)$. **C.** $f(-3)<f(5)$ **D.** $f(0)<f(5)$

Lời giải:

Chọn D

Dễ thấy hàm số nghịch biến trên đoạn $[-3;5]$ và $-3<5$ nên suy ra $f(-3)>f(5)$

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. a. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d(BD,A'C')=d[BD,(A'B'C'D')]=d[B,(A'B'C'D')]=BB'=a$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(3;-2;2)$. Phương trình của mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính là

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=18$. **D.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=18$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(2;-2;1)$ là trung điểm của AB.

Vì AB là đường kính nên I là tâm mặt cầu.

Bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(3-1)^2+(-2+2)^2+(2-0)^2}}{2}=\sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 29. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $2\log_{12}(a+3b)=1+\log_{12}a+\log_{12}b$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\log_{12}(a+3b)=1+\log_{12}a+\log_{12}b \Leftrightarrow \log_{12}(a+3b)^2=\log_{12}(12ab)$
$\Leftrightarrow (a+3b)^2=12ab \Leftrightarrow (a-3b)^2=0 \Leftrightarrow a=3b \Leftrightarrow \frac{a}{b}=3.$

Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $4a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{16a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính thể tích khối lăng trụ: $V=B.h$
B diện tích đáy và h là chiều cao.

Diện tích đáy: $B=\left(a\sqrt{2}\right)^2=2a^2$, chiều cao: $h=4a$
$V=2a^2.4a=8a^3$

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 1601. **B.** 16000. **C.** 160001. **D.** 16001.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=-3x^2+1200=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=20\ (\text{N}) \\ x=-20\ (\text{L}) \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	16001	↘	

Vậy GTLN của $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng 16001.

Câu 32. Cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\overrightarrow{u_d}=(-1;-1;1), M(2;-1;-1)$, mặt phẳng $(P):\vec{n}_P=(2;1;-2)$.

Nhận thấy $\begin{cases} M\notin(P) \\ \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}\neq 0 \end{cases} \Rightarrow d$ cắt (P).

Phương trình đường Δ $\begin{cases} qua\ A \\ \overrightarrow{u_d}=[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}] \end{cases}$.

+) $A\in d \Rightarrow A(2-t;-1-t;-1+t)$.

+) $A\in(P) \Rightarrow 2(2-t)+(-1-t)-2(-1+t)=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow A(1;-2;0)$.

+) $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;0;1)$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường d là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$.

Câu 33. Phần thực của số phức z thỏa mãn phương trình $(1 - 2i)z = 7 + i$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $(1 - 2i)z = 7 + i \Leftrightarrow z = \frac{7+i}{1-2i} = 1 + 3i$

Vậy phần thực của z là 1.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $x^2 + 3x + C$. **B.** $2x^2 + 3x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + C$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x + 3)\, dx = 2.\frac{x^2}{2} + 3x + C = x^2 + 3x + C$

Câu 35. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = -2$. **B.** $a + 2b = 0$. **C.** $a + b = 2$. **D.** $a - 2b = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 \frac{dx}{x+1} = \ln|x + 1|\Big|_0^1 = \ln 2$ và $\int_0^1 \frac{dx}{x+2} = \ln|x + 2|\Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2$

Do đó $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) dx = \ln 2 - (\ln 3 - \ln 2) = 2\ln 2 - \ln 3 \Rightarrow a = 2, b = -1$.

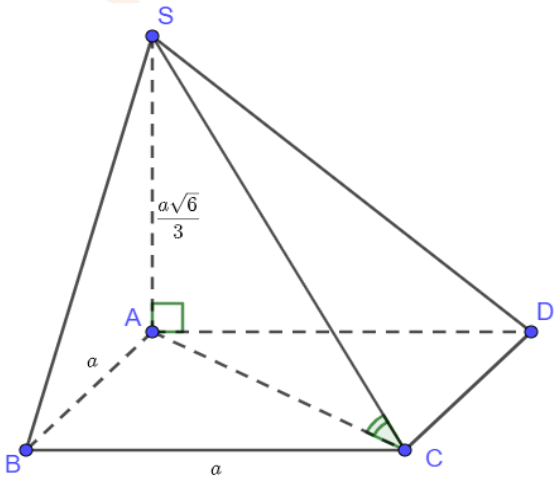
Vậy $a + 2b = 0$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 30^o. **D.** 60^o.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SC \cap (ABCD) = C$ và $SA \perp (ABCD)$.

Suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó $\left(SC, (ABCD)\right) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

ΔABC vuông tại B có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

ΔSAC vuông tại A có $\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\frac{\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\left(SC, (ABCD)\right) = \widehat{SCA} = 30^o$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 1)^2$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x^2-1)(x-1)^2=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x^2-1=0 \\ (x-1)^2=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{bmatrix}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 38. Cho số phức $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $|\overline{z}-2+3i|=\sqrt{5}$ và z có phần thực lớn hơn phần ảo 2 đơn vị. Tính $S=a+b$.

A. $S=-2$ và $S=4$. **B.** $S=2$ và $S=6$.

C. $S=4$ và $S=3$. **D.** $S=4$ và $S=6$.

Lời giải:

Chọn D

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

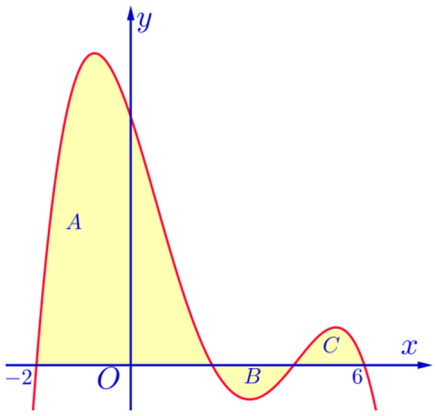
Theo giả thiết, ta có hệ: $\begin{cases} |\overline{z}-2+3i|=\sqrt{5} \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a-bi-2+3i|=\sqrt{5} \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \sqrt{(a-2)^2+(3-b)^2}=\sqrt{5} \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2+(3-b)^2=5 \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2-6b+4=0 \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} b=1 \\ b=2 \end{bmatrix} \\ a=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{bmatrix} \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases} \end{bmatrix}$.

Vậy $S=3+1=4$ và $S=4+2=6$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên $[-2;6]$ như hình vẽ dưới đây. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là $32;2;3$.



Tính $\int_{-2}^{2}[f(2x+2)+1]\mathrm{d}x$

A. 37. **B.** $\frac{41}{2}$. **C.** $\frac{45}{2}$. **D.** 41.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^{2}[f(2x+2)+1]\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}f(2x+2)\mathrm{d}x+4$.

Xét $I_1 = \int_{-2}^{2} f(2x+2)\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 2x+2 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: $x = -2 \Rightarrow t = -2; x = 2 \Rightarrow t = 6$.

Suy ra $I_1 = \frac{1}{2}\int_{-2}^{6} f(t)\mathrm{d}t$.

$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{2}\left(\int_{-2}^{x_1} f(t)\mathrm{d}t + \int_{x_1}^{x_2} f(t)\mathrm{d}t + \int_{x_2}^{6} f(t)\mathrm{d}t\right) = \frac{1}{2}(S_A - S_B + S_C) = \frac{1}{2}(32 - 2 + 3) = \frac{33}{2}$, Với $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành $(-2 < x_1 < x_2 < 6)$.

Vậy $\int_{-2}^{2}[f(2x+2)+1]\mathrm{d}x = I_1 + 4 = \frac{33}{2} + 4 = \frac{41}{2}$.

Câu 40. Biết phương trình $27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0$ có các nghiệm $x = a, x = \log_3 b$ và $x = \log_3 c$ với $a \in \mathbb{Z}, b > c > 0$. Tỉ số $\frac{b}{c}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ ·**B.** $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ ·**C.** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ ·**D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$27^x - 27^{1-x} - 16\left(3^x - \frac{3}{3^x}\right) + 6 = 0 \Leftrightarrow 3^{3x} - 27.3^{-3x} - 16(3^x - 3.3^{-x}) + 6 = 0\ (1)$

Đặt $t = 3^x - 3.3^{-x} \Rightarrow t^3 = 3^{3x} - 27.3^{-3x} - 3(3^{3x} - 3.3^{-3x}).3^{3x}.3.3^{-3x}$

$= 3^{3x} - 27.3^{-3x} - 9(3^{3x} - 3.3^{-3x})$

Khi đó $(1) \Rightarrow t^3 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = -3 \\ t = 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3^x - 3.3^{-x} = 1 \\ 3^x - 3.3^{-x} = -3 \\ 3^x - 3.3^{-x} = 2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3^{2x} - 3^x - 3 = 0 \\ 3^{2x} + 3.3^x - 3 = 0 \\ 3^{2x} - 2.3^x - 3 = 0 \end{bmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3^x = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ 3^x = \frac{\sqrt{21}-3}{2} \\ 3^x = 3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \log_3 \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ x = \log_3 \frac{\sqrt{21}-3}{2} \\ x = 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{13}+1}{\sqrt{21}-3} \approx 2.9.$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2020\,;\,2020)$ để hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{10\cos x + m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 4038. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Trắc nghiệm. Điều kiện : $\cos x \neq -\frac{m}{10}$.

Với $x \in \left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x\,, \cos x \in (0\,;\,1)$.

Ta có : $y' = \frac{-\sin x(10\cos x + m) + 10\sin x(\cos x + 1)}{(10\cos x + m)^2} = \frac{-(m-10)\sin x}{(10\cos x + m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{10\cos x + m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right)$ thì $\begin{cases} -(m-10) > 0 \\ -\frac{m}{10} \notin (0\,;\,1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 10 \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{m}{10} \leq 0 \\ -\frac{m}{10} \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} m < 10 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 0 \\ m \leq -10 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -10 \\ 0 \leq m < 10 \end{array}\right.$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2020\,;\,2020) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ -2020 < m \leq -10 \cup 0 \leq m < 10 \end{cases} \Rightarrow m \in$

$\{-2019\,; -2018\,; ..; -10\,;\,0\,;\,1\ \ ; ..; 9\}$.

Cách 2: Đặt $t = \cos x, x \in \left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow t \in (0; 1)$.

Ta có hàm số $t = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số $y = \frac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ Hàm số $y = \frac{t+1}{10t+m} = f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(0\,;\,1)$.

$\Leftrightarrow f'(t) = \frac{m-10}{(10t+m)^2} < 0, \forall t \in (0;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-10<0 \\ -\frac{m}{10} \notin (0\,;\,1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<10 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -10 \\ m \ge 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -10 \\ 0 \le m < 10 \end{array}\right.$.

Câu 42. Một nhóm 16 học sinh gồm 10 nam trong đó có Bình và 6 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 16 ghế trên một hàng ngang để dự lễ khai giảng năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{5}{48048}$. **B.** $\frac{1}{8080}$. **C.** $\frac{1}{10010}$. **D.** $\frac{109}{30240}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $n(\Omega) = 16!$. Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 16.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10, 13, 16. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $10!.6!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam đồng thời Bình và An ngồi cạnh nhau.

Nếu An ngồi ở ghế 1 hoặc 16 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Bình. Nếu An ngồi ở ghế $4, 7, 10$ hoặc 13 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Bình.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Bình và An ngồi cạnh nhau là $2 + 2.4 = 10$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 16 người sao cho giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam đồng thời Bình và An ngồi cạnh nhau là $10.5!.9!$

Gọi A là biến cố: " Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An".

Ta có $n(A) = 10!.6! - 10.5!.9! = 600.10! \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{600.10!}{16!} = \frac{5}{48048}$.

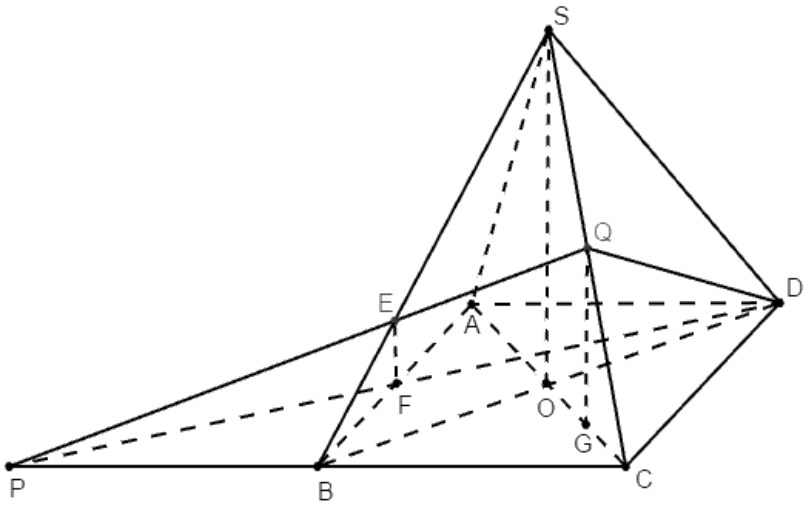
Vậy xác suất cần tìm là $\frac{5}{48048}$.

Câu 43. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Gọi P là điểm đối xứng với C qua B và Q là trung điểm cạnh SC. Mặt phẳng (DPQ) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2), trong đó (H_1) chứa điểm C. Thể tích của khối (H_1) là

A. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$. **B.** $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$. **C.** $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

Lời giải

Chọn C



+) Ta có hình chóp $S.ABCD$ đều nên có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SO là đường cao (O là giao điểm của AC và) BD.

Góc giữa cạnh bên và đáy là góc $\widehat{SCO} = 60^o \Rightarrow SO = OC.\tan 60^o = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}a}{2}$.

+) Kẻ $QG//SO \Rightarrow QG \perp (ABCD); QG = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$S_{\Delta CDP} = \frac{1}{2}CD.CP = \frac{1}{2}a.2a = a^2$. Từ đó $V_{QPCD} = \frac{1}{3}QG.S_{\Delta PCD} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

+) Ta có $BF//CD$, B là trung điểm $PC \Rightarrow F$ là trung điểm PD.

Xét ΔPQC, theo định lí Menelaus ta có:

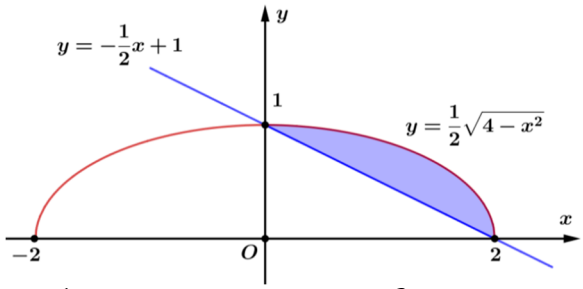
$\frac{EP}{EQ}.\frac{SQ}{SC}.\frac{BC}{BP} = 1 \Rightarrow \frac{EP}{EQ}.\frac{1}{2}.1 = 1 \Rightarrow \frac{EP}{EQ} = 2 \Rightarrow \frac{EP}{QP} = \frac{2}{3}$.

+) $\frac{V_{P.EBF}}{V_{P.QCD}} = \frac{PE}{PQ}.\frac{PB}{PC}.\frac{PF}{PD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ hay $\frac{V_{(H_1)}}{V_{P.QCD}} = \frac{5}{6}$.

Vậy $V_{(H_1)} = \frac{5}{6}V_{P.QCD} = \frac{5}{6}\frac{\sqrt{6}a^3}{12} = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

Nhận xét: chỗ tính tỉ số có thể dùng tính chất trọng tâm.

Câu 44. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{\pi-2}{4}$. **B.** $\frac{\pi+1}{2}$. **C.** $\frac{\pi-2}{2}$. **D.** $\frac{\pi-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2} - \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\right) dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}\right) dx - \int_0^2 \left(-\frac{1}{2}x + 1\right) dx = I_1 - I_2$.

+) Tính $I_1 = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}\right) dx$.

Đặt $x = 2\sin t \Rightarrow \mathrm{d}x = 2\cos t$. Khi $x = 0 \Rightarrow t = 0$; Khi $x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

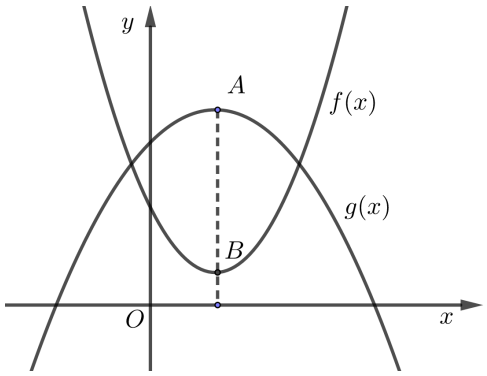
Suy ra $I_1 = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{4-4\sin^2 t}\right)2\cos t\,\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos^2 t\,\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t$

$= \left(t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$.

+) Tính $I_2 = \int_0^2 \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\,\mathrm{d}x = \left(-\frac{x^2}{4} + x\right)\Big|_0^2 = 1$.

Suy ra $S = \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{\pi-2}{2}$.

Câu 45. Cho hai hàm đa thức $y = f(x), y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B, đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB = \frac{7}{4}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y = \left||f(x) - g(x)| + m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?



A. 4. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi x_0 là điểm cực trị của $f(x)$ và $g(x)$. Dựa vào đồ thị ta có bảng dấu của $f'(x)$ và $g'(x)$.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

Đặt $h(x) = f(x) - g(x); x \in \mathbb{R}$. Lúc đó, $h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$.

Ta có BBT của $h(x)$ là:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$h'(x)$	−	0	+
$h(x)$	$+\infty$ ↘	$-\frac{7}{4}$	↗ $+\infty$

Dựa vào BBT của $h(x)$, phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt a và b $(a < b)$.

Lúc đó, ta có BBT của hàm số $y = |h(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	a	x_0	b	$+\infty$
y'	$-$	$+$ 0	$-$	$+$	
y	$+\infty$ ↘	0 ↗	$\frac{7}{4}$ ↘	0 ↗	$+\infty$

Dựa vào BBT hàm số $y = |h(x)|$ thì hàm số $y = \big||f(x) - g(x)| + m\big|$ có 5 cực trị khi và chỉ khi $m \geq \frac{7}{4}$.

Vì $m \in (-5;5)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2;\ 3;\ 4$.

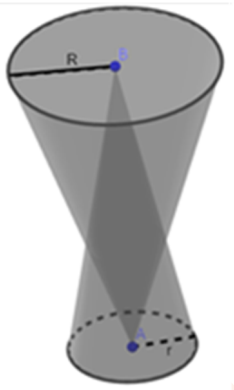
Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46. Khối (H) được tạo thành là phần chung khi giao nhau hai khối nón có cùng chiều cao h, có các bán kính đường tròn đáy lần lượt là R và r sao cho đỉnh của khối nón này trùng với tâm đường tròn đáy của khối nón kia. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối (H), biết rằng R và r thoả mãn phương trình $X^2 - (x+y)^2X + xy = 0$ $\left(x, y > \frac{1}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{12}\pi h$. **B.** $\frac{1}{48}\pi h$. **C.** $\frac{1}{16}\pi h$. **D.** πh.

Lời giải

Chọn B



Giả sử R > r. Ta có hình minh hoạ như trên.

Gọi a là bán kính đường tròn giao tuyến, b là khoảng cách từ tâm đường tròn giao tuyến đến tâm đường tròn có bán kính R.

Sử dụng các tam giác đồng dạng, ta suy ra

$$\begin{cases} \frac{a}{r} = \frac{b}{h} \\ \frac{a}{R} = \frac{h-b}{h} \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{b}{h-b} \Rightarrow b = \frac{Rh}{R+r};$$

$$\Rightarrow a = \frac{r}{h}b = \frac{Rr}{R+r}.$$

Mặc khác $V_{(H)} = \frac{1}{3}\pi a^2 b + \frac{1}{3}\pi a^2(h-b) = \frac{1}{3}\pi a^2 h.$

Xét phương trình ẩn X: $X^2 - (x+y)^2X + xy = 0$ $(x, y > 0)$ có

$\Delta_X = (x+y)^4 - 4xy \geq (2\sqrt{xy})^4 - 4xy > 0, \forall x, y > \frac{1}{2}.$

Theo vi-ét: $\begin{cases} S_X = (x+y)^2 > 0 \\ P_X = xy > 0 \end{cases}, \forall x, y > \frac{1}{2}.$

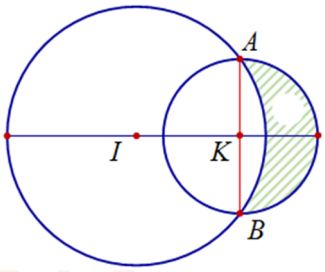
Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm dương phân biệt là R và r.

Theo bất đẳng thức Cô-si, $a=\frac{Rr}{R+r}=\frac{xy}{(x+y)^2}\le\frac{\frac{(x+y)^2}{4}}{(x+y)^2}=\frac{1}{4},\forall x,y>\frac{1}{2}$. Suy ra $V_{(H)}=\frac{1}{3}\pi ha^2\le\frac{1}{3}\pi h\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{48}\pi h,\forall x,y>\frac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y>\frac{1}{2}$. Vậy $\max V_{(H)}=\frac{1}{48}\pi h$.

Câu 47. Người ta sản xuất một loại đèn trang trí ngoài trời *(Trụ sở, quảng trường, công viên, sân vườn…)* gồm có hai phần: Phần bóng đèn có dạng mặt cầu bán kính R dm, làm bằng thủy tinh trong suốt; Phần đế bóng đèn làm bằng nhựa để cách điện, có dạng một phần của khối cầu bán kính r dm và thỏa mãn đường kính là một dây cung của hình tròn lớn bóng đèn. Một công viên muốn tạo điểm nhấn ánh sáng, đặt loại bóng có kích thước $R=5$ dm, $r=3$ dm. Tính thể tích V phần nhựa để làm đế một bóng đèn theo đơn đặt hàng *(Bỏ qua ống luồn dây điện và bulông ốc trong phần đế).*

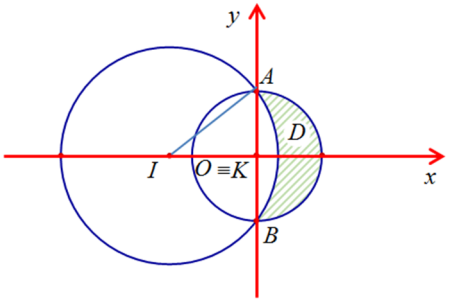




A. $V=\frac{68\pi}{3}$ dm^3. **B.** $V=\frac{14\pi}{3}$ dm^3. **C.** $V=\frac{40\pi}{3}$ dm^3. **D.** $V=36\pi$ dm^3.

Lời giải

Chọn C



Gọi I,R lần lượt là tâm và bán kính hình cầu phần bóng đèn và K,r lần lượt là tâm và bán kính của khối cầu để làm đế bóng đèn.

Ta có $R=IA=5$ dm, $r=KA=3$ dm và đường kính AB vuông góc với đường thẳng nối hai tâm I và K.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ: Gốc tọa độ $O\equiv K$, trục $Oy\equiv AB$.

Xét tam giác vuông OIA ta có:

$IK=\sqrt{IA^2-KA^2}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{25-9}=4\Rightarrow I(-4;0)$ và $KD=R-IK=5-4=1$.

Phương trình đường tròn tâm $K(0;0)$ bán kính $r=3$ là $(C_1)\colon x^2+y^2=9$.

Phương trình đường tròn tâm $I(-4;0)$ bán kính $R=5$ là $(C_2)\colon (x+4)^2+y^2=25$.

Gọi V_1 là phần thể tích khi quay hình phẳng giới hạn bởi (C_1), trục Ox, $x=0$ và $x=3$, ta có:

$V_1=\pi\int_0^3(9-x^2)\mathrm{d}x=\pi\left(9x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^3=18\pi$ (dm^3).

Gọi V_2 là phần thể tích khi quay hình phẳng giới hạn bởi (C_2), trục Ox, $x=0$ và $x=1$, ta có:

$V_2=\pi\int_0^1(25-(x+4)^2)\mathrm{d}x=\pi\left(25x-\frac{(x+4)^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{14\pi}{3}$ (dm^3).

Do đó $V=V_1-V_2=18\pi-\frac{14\pi}{3}=\frac{40\pi}{3}$ (dm^3).

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)=t$. Điều kiện: $x+y>0$.

Suy ra $\begin{cases}x+y=3^t\\x^2+y^2=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3^t\\(x+y)^2-2xy=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3^t\\xy=\frac{9^t-4^t}{2}\end{cases}$ nên $S=3^t$ và $P=\frac{9^t-4^t}{2}$.

Để tồn tại x,y thì $S^2\geq 4P\Leftrightarrow(x+y)^2\geq 4xy$ nên $9^t\geq 4\left(\frac{9^t-4^t}{2}\right)\Leftrightarrow 9^t\leq 2.4^t\Leftrightarrow\left(\frac{9}{4}\right)^t\leq 2$.

Khi đó $t\leq\log_{\frac{9}{4}}2$.

Ta có: $\log_4(x^2+y^2)=t\leq\log_{\frac{9}{4}}2\Leftrightarrow x^2+y^2\leq 4^{\log_{\frac{9}{4}}2}\approx 3{,}27$.

Mặt khác x là số nguyên nên $x=-1;x=0,x=1$.

Thử lại:

Với $x=-1$ ta có $\begin{cases}y=3^t+1\\y^2+1=4^t\geq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t\geq 0\\y\geq 2\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2\geq 5$. Suy ra loại $x=-1$.

Với $x=0$ ta có $\begin{cases}y=3^t\\y^2=4^t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\y=1\end{cases}$. Suy ra nhận $x=0$.

Với $x=1$ ta có $\begin{cases}y=3^t-1\\y^2=4^t-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\y=2\end{cases}$. Suy ra nhận $x=1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của x thỏa yêu cầu bài toán là $x=0$ và $x=1$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$, mặt phẳng $(P):x-2y+z-12=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất?

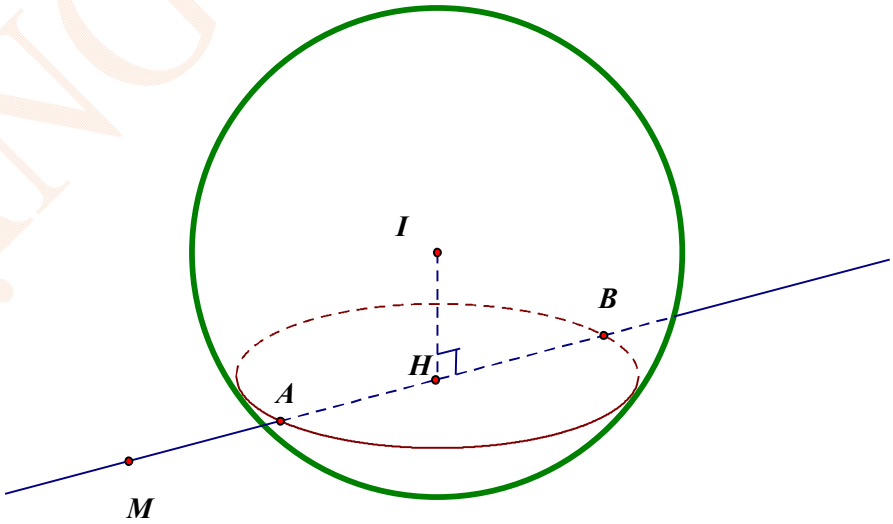
A. $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-9t.\\z=4+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t.\\z=1+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+t.\\z=5+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t.\\z=4+3t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ $M(2;-3;4)$ vào phương trình của (P), dễ thấy $M\in(P)$.

Ta có $d_{(I,(P))}=\frac{|1-4+3-12|}{\sqrt{6}}=2\sqrt{6}<5$, do đó mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Vậy đường thẳng đi qua qua M, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất khi và chỉ khi đường thẳng đó qua tâm H của đường tròn giao tuyến.



Đường thẳng IH đi qua $I(1,2,3)$ nhận VTPT của (P) $\vec{n}(1;-2;1)$ làm VTCP:

$\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t.\\z=3+t\end{cases}$

Do vậy ta có $H = IH \cap (P)$ nên ta có hệ: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \\ x - 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ x = 3 \\ y = -2 \\ z = 5 \end{cases}$ hay $H(3; -2; 5)$.

Vậy đường thẳng cần tìm qua $H(3; -2; 5)$ nhận $\overrightarrow{MH}(1; 1; 1)$ làm vtcp có dạng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t. \\ z = 5 + t \end{cases}$

Câu 50. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng

A. $2\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{66}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z và w.

Ta có $|z + 2w|^2 + 2|z - w|^2 = \left|\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON}\right|^2 + 2\left|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}\right|^2 = 3\overrightarrow{OM}^2 + 6\overrightarrow{ON}^2 = 3|z|^2 + 6|w|^2 \Rightarrow 3|z|^2 + 6|w|^2 = 8^2 + 6^2 + 2.4^2 = 132$

Khi đó $|z| + |w| = |z| + \sqrt{\frac{132 - 3|z|^2}{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}|z|\sqrt{2} + \sqrt{\frac{132 - 3|z|^2}{6}}.1 \le \sqrt{\left(\frac{1}{2}|z|^2 + \frac{132 - 3|z|^2}{6}\right)(1 + 2)} = \sqrt{66}$.

Dấu " = " xảy ra khi $|z| = 2\sqrt{\frac{22}{3}}, |w| = \frac{\sqrt{66}}{3}, z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 016

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \ln(x+2)$ là
A. $(-\infty\,;\,+\infty)$. **B.** $[-2\,;\,+\infty)$. **C.** $(0\,;\,+\infty)$. **D.** $(-2\,;\,+\infty)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1 \\ z = -2+3t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?
A. $Q(3;1;-5)$. **B.** $N(0;1;4)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $P(4;1;-4)$.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x+1) = 2$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
A. $(-1;5)$. **B.** $(5;0)$. **C.** $(5;-1)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?
A. $\overrightarrow{n_3} = (2;3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;4;-1)$.
C. $\overrightarrow{n_1} = (2;-3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-3;-1)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(1) = 8$, giá trị $F(9)$ được tính bằng công thức
A. $F(9) = 8 + f'(1)$. **B.** $F(9) = \int_1^9 [8 + f(x)]dx$.
C. $F(9) = 8 + \int_1^9 f(x)dx$. **D.** $F(9) = f'(9)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;1)$ và $\vec{v} = (-2;1;1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng
A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Tính u_3.
A. $u_3 = \frac{1}{4}$. **B.** $u_3 = -\frac{1}{4}$. **C.** $u_3 = -\frac{1}{2}$. **D.** $u_3 = -1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
A. $I(-1\,;\,-2\,;\,1)$. **B.** $I(-1\,;\,-2\,;\,-1)$. **C.** $I(1\,;\,2\,;\,-1)$. **D.** $I(1\,;\,2\,;\,1)$.

Câu 12. $\int (3^x + 4^x)\mathrm{d}x$ bằng
A. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$. **B.** $\frac{3^x}{\ln 4} + \frac{4^x}{\ln 3} + C$. **C.** $\frac{4^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 4} + C$. **D.** $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 14. Mô đun của số phức $z = 7 - 5i$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** 74. **D.** 24.

Câu 15. Với a, b là các số dương tùy ý khác 1. Đặt $P = \log_a b^6 + \log_{a^2} b^6$.

A. $P = 6\log_a b$. **B.** $P = 27\log_a b$. **C.** $P = 9\log_a b$. **D.** $P = 15\log_a b$.

Câu 16. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -3)$. **C.** $(-3; 2)$. **D.** $(-2; 3)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 18. Cho khối chóp có thể tích V và chiều cao h. Khi đó diện tích đáy của khối chóp bằng

A. $\frac{V}{3h}$. **B.** $\frac{V}{h}$. **C.** $\frac{3V}{h}$. **D.** $\frac{h}{3V}$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 20. Từ thành phố Hà Nội đến thành phố Đà Nẵng có 7 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng rồi trở về Hà Nội mà không có con đường nào được đi qua hai lần?

A. 43. **B.** 42. **C.** 44. **D.** 41.

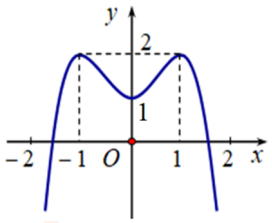
Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{x}{\ln 10}$. **C.** $y' = \frac{\ln 10}{x}$. **D.** $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 3; y = 2$. **B.** $y = 3; x = 2$. **C.** $x = 3; y = -2$. **D.** $x = -3; y = 2$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là:



A. $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 24. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 36π. **D.** 16π.

Câu 25. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và đường kính đáy $d = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Câu 26. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

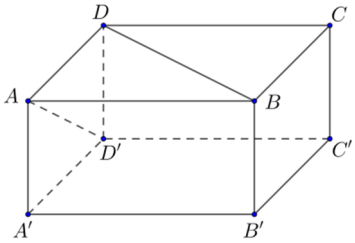
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 27. Cho $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2-4}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\ln\frac{1}{b}$ (a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10). Tính $S=a+b$.

A. -13. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=2a$, $AD=AA'=a$ (tham khảo hình vẽ bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** a.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\Delta_1:\frac{x+2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+4}{-1}$. **B.** $\Delta_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{3}$.

C. $\Delta_4:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$. **D.** $\Delta_3:\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-5}{1}$.

Câu 30. Biểu thức nào sau đây bằng với $\int \sin^2 3x\mathrm{d}x$?

A. $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{6}\sin 6x\right)+C$. **B.** $\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{3}\sin 3x\right)+C$.

C. $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}\sin 3x\right)+C$. **D.** $\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{6}\sin 6x\right)+C$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;\,0;\,-1)$, $A(2;\,2;\,-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là:

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.

Câu 32. Cho hai số a, b thỏa mãn $\log_4 a+\log_9 b^2=5$ và $\log_4 a^2+\log_9 b=4$. Giá trị $a.b$ là

A. 256. **B.** 144. **C.** 324. **D.** 48.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 45^o. **B.** 60^o. **C.** 90^o. **D.** 30^o.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=-3-i$ và $z_2=1-i$. Mô đun của số phức $w=2z_1-\overline{z_2}$ bằng

A. $|w|=2\sqrt{10}$. **B.** $|w|=5\sqrt{2}$. **C.** $|w|=\sqrt{58}$. **D.** $|w|=\sqrt{34}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$. Đặt $m=\min\limits_{(0\,;+\infty)}f(x)$, khi đó.

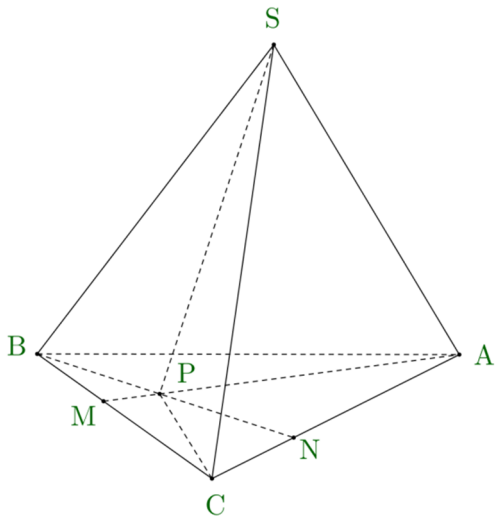
A. $m=\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $m=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **C.** $m=-\frac{1}{4}$. **D.** $m=0$.

Câu 36. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^3(x-3)^{2020}(x-4)^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:
A. tăng 3k3 lần. **B.** tăng k2 lần. **C.** tăng k lần. **D.** tăng k3 lần.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ với các điểm M, N thứ tự nằm trên các cạnh BC, AC (khác A, B, C) và P là giao điểm của AM và BN (như hình minh họa). Biết thể tích các khối chóp $SABP; SAPN; SCNP$ thứ tự là 30;20;10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(72;75]$. **B.** $[65;69]$. **C.** $(69;72]$. **D.** $(75;78]$.

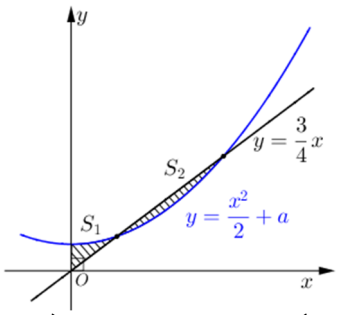
Câu 39. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10\,;\,10]$ để hàm số $y = \frac{-3\cos x+1}{6\cos x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{3}\right)$?
A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-(6+8i)|=2$ và $z.\overline{z}=64$.
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 41. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Gọi S là tích các chữ số được chọn. Xác suất để $S>0$ và chia hết cho 6 bằng
A. $\frac{23}{54}$. **B.** $\frac{49}{108}$. **C.** $\frac{13}{27}$. **D.** $\frac{55}{108}$.

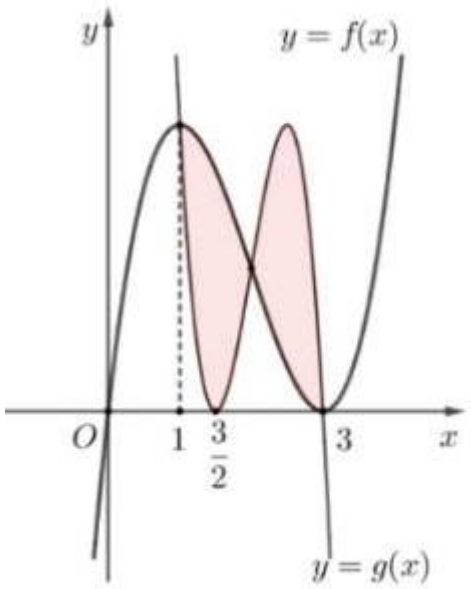
Câu 42. Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $(3^x-3)^2-(4^x-4)^2=(3^x+4^x-7)^2$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43. Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?.



A. $\left(\frac{1}{4}\,;\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16}\,;\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0\,;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32}\,;\frac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ và $g(x)=f(dx+e)$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)$ và $y=g(x)$ gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 3,67. **B.** 4,25. **C.** 3,63. **D.** 4,5.

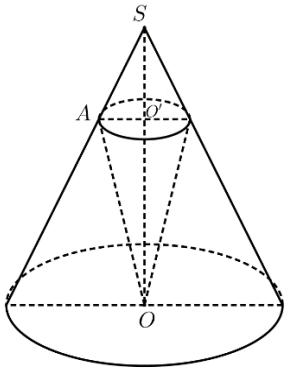
Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2^{2x^2+y^2} = 3^{x+y}$?

A. 2. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a > 0$, $d > 2021$, $a + b + c + d - 2021 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2021|$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 47. Khối nón tròn xoay (N) đỉnh S, O là tâm của đáy, chiều cao h, bán kính đáy R. Một khối nón (N') có đỉnh là O, đáy là thiết diện cắt bởi một mặt phẳng song song với đáy của nón (N). Chiều cao của nón (N') phải bằng bao nhiêu để thể tích khối nón (N') là lớn nhất.



A. $\frac{h}{2}$. **B.** $\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2h}{3}$. **D.** $\frac{h}{3}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng đường thẳng d_1: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = t \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 + t' \end{cases}$ (t và t': tham số) và mặt phẳng (P): $x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tại A, B sao cho độ dài AB đạt giá trị nhỏ nhất.

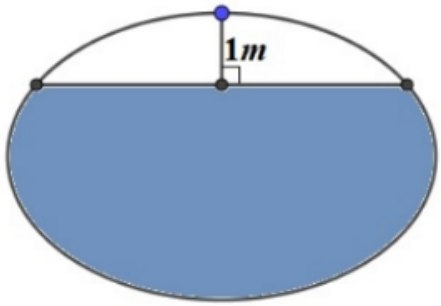
A. $\begin{cases} x = 1 + u \\ y = -u \\ z = u \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + u \\ y = 2 + u. \\ z = 2 + u \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2u \\ y = 2u \\ z = u \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 4u \\ y = -2u \\ z = -u \end{cases}$.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện: $|(i-1)z - 3i + 3| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Gọi GTLN, GTNN của $P = |z_1| + |z_2|$ là M, m. Tính $S = M^2 + m^2$.

A. 72. **B.** 90. **C.** 88. **D.** 126.

Câu 50. Các bồn chứa xăng vận chuyển trên xe cơ giới thường có dạng hình trụ nằm ngang với đáy là một hình elip mà không phải hình tròn. Việc chế tạo theo hình elip có nhiều ưu điểm như: làm cho trọng tâm xe thấp, độ dao động của chất lỏng bên trong bồn sẽ thấp … Giả sử một bồn chở xăng có đáy là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ và chiều dài của bồn là $10m$. Sau khi bơm xăng cho một trạm xăng thì phần xăng còn lại cách đỉnh của elip $1m$ (Tham khảo hình vẽ). Tính gần đúng lượng xăng còn lại trong bồn xăng (Làm tròn đến hàng đơn vị theo lít và giả sửa các vật liệu chế tạo nên bồn xăng có độ dài không đáng kể).





A. 151 647 lít. **B.** 151 646 lít. **C.** 151 645 lít. **D.** 151 644 lít.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	B	C	B	C	C	B	C	C	A	A	A	C	C	A	C	D	B	D	A	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	A	D	A	B	C	B	C	B	A	D	A	B	D	D	C	B	D	A	B	D	B	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 6$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \ln(x+2)$ là

A. $(-\infty\,;\,+\infty)$.**B.** $[-2\,;\,+\infty)$.**C.** $(0\,;\,+\infty)$.**D.** $(-2\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \ln(x+2)$ xác định khi $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \ln(x+2)$ là $(-2;+\infty)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1 \\ z = -2+3t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(3;1;-5)$.**B.** $N(0;1;4)$.**C.** $M(2;1;-2)$.**D.** $P(4;1;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ của điểm P vào phương trình đường thẳng Δ ta được

$\begin{cases} 4 = 2-t \\ 1 = 1 \\ -4 = -2+3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = \frac{-2}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow$ hệ vô nghiệm. Vậy $P \notin \Delta$, Chọn đáp án

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x+1) = 2$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_5(3x+1) = 2 \Leftrightarrow 3x+1 = 5^2 \Leftrightarrow x = 8$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(5;0)$. **C.** $(5;-1)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2z_1 + z_2 = 2.(2-i) + (1+i) = 5-i$.

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_3} = (2;3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;4;-1)$.

C. $\overrightarrow{n_1} = (2;-3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_1} = (2; -3; 4)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(1) = 8$, giá trị $F(9)$ được tính bằng công thức

A. $F(9) = 8 + f'(1)$. **B.** $F(9) = \int_1^9 [8 + f(x)]dx$.

C. $F(9) = 8 + \int_1^9 f(x)dx$. **D.** $F(9) = f'(9)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^9 f(x)dx = F(x)|_1^9 = F(9) - F(1) \Leftrightarrow \int_1^9 f(x)dx = F(9) - 8 \Leftrightarrow F(9) = 8 + \int_1^9 f(x)dx$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} = \frac{1.(-2)+(-2).1+1.1}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{(-2)^2+1^2+1^2}} = -\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow (\vec{u}; \vec{v}) = 120^0$.

Vậy góc giữa hai véctơ đã cho bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Tính u_3.

A. $u_3 = \frac{1}{4}$. **B.** $u_3 = -\frac{1}{4}$. **C.** $u_3 = -\frac{1}{2}$. **D.** $u_3 = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} \Rightarrow u_n = -2.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Do đó $u_3 = -2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-1\,;\,-2\,;\,1)$. **B.** $I(-1\,;\,-2\,;\,-1)$. **C.** $I(1\,;\,2\,;\,-1)$. **D.** $I(1\,;\,2\,;\,1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a\,;\,b\,;\,c)$.

Do đó: mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tâm là $I(1\,;\,2\,;\,-1)$.

Câu 12. $\int (3^x + 4^x)dx$ bằng

A. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$. **B.** $\frac{3^x}{\ln 4} + \frac{4^x}{\ln 3} + C$. **C.** $\frac{4^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 4} + C$. **D.** $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$. Ta có $\int (3^x + 4^x)dx = \int 3^x dx + \int 4^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra, đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại hai điểm.

Câu 14. Mô đun của số phức $z=7-5i$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** 74. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z|=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}$.

Câu 15. Với a,b là các số dương tùy ý khác 1. Đặt $P=\log_a b^6+\log_{a^2} b^6$.

A. $P=6\log_a b$. **B.** $P=27\log_a b$. **C.** $P=9\log_a b$. **D.** $P=15\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\log_a b^6+\log_{a^2} b^6=6\log_a b+3\log_a b=9\log_a b$.

Câu 16. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}<2^{6-x}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x^2}<2^{6-x}\Leftrightarrow x^2<6-x\Leftrightarrow x^2+x-6<0\Leftrightarrow -3<x<2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(-3;2)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy trên khoảng $(-2;0)$ thì $f'(x)>0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 18. Cho khối chóp có thể tích V và chiều cao h. Khi đó diện tích đáy của khối chóp bằng

A. $\frac{V}{3h}$. **B.** $\frac{V}{h}$. **C.** $\frac{3V}{h}$. **D.** $\frac{h}{3V}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h\Rightarrow B=\frac{3V}{h}$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1-2i, z_2=3+4i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1-2i}{3+4i}=\frac{(1-2i)(3-4i)}{25}=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

Do đó phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $-\frac{1}{5}$.

Câu 20. Từ thành phố Hà Nội đến thành phố Đà Nẵng có 7 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng rồi trở về Hà Nội mà không có con đường nào được đi qua hai lần?

A. 43. **B.** 42. **C.** 44. **D.** 41.

Lời giải

Chọn B

Đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng: 7 cách chọn.

Đi ngược lại từ Đà Nẵng đến Hà Nội: 6 cách chọn.

Vậy có tất cả: 42 cách đi.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{x}{\ln 10}$. **C.** $y' = \frac{\ln 10}{x}$. **D.** $y' = \frac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $y = \log_a(x) \Rightarrow y' = \frac{1}{x\ln a}$ với $a = 10$ ta được kết quả $y' = \frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 3; y = 2$. **B.** $y = 3; x = 2$. **C.** $x = 3; y = -2$. **D.** $x = -3; y = 2$.

Lời giải

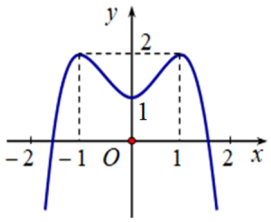
Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

$\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{2x+1}{x-3} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{2x+1}{x-3} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là:



A. $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Câu 24. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 36π. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ đã cho bằng: $V = B.h = 16\pi.3 = 48\pi$.

Câu 25. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và đường kính đáy $d = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Lời giải

Chọn D

Ta có bán kính đáy của khối nón là $r = \frac{1}{2}d = 3$.

Thể tích khối nón đã cho bằng

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.3^2.3 = 9\pi.$$

Câu 26. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$ ⇒loại Chọn B và D.

$y(0) = 1$ ⇒loại đáp án A.

Vậy bảng biến thiên đã cho là của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 27. Cho $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2-4}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln\frac{1}{b}$ (a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10). Tính $S = a + b$.

A. -13. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

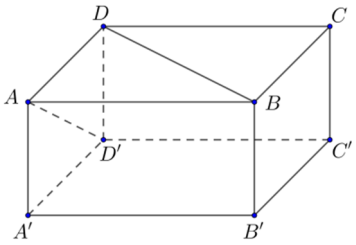
$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2-4}\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} \frac{(x+2)-(x-2)}{(x+2)(x-2)}\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(\ln|x-2| - \ln|x+2|)|_{-1}^{1}$

$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\Big|_{-1}^{1} = \frac{1}{4}\left(\ln\frac{1}{3} - \ln 3\right) = \frac{1}{4}\ln\frac{1}{9}$.

Suy ra $a = 4, b = 9$.

Vậy $S = a + b = 13$.

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 2a$, $AD = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên).



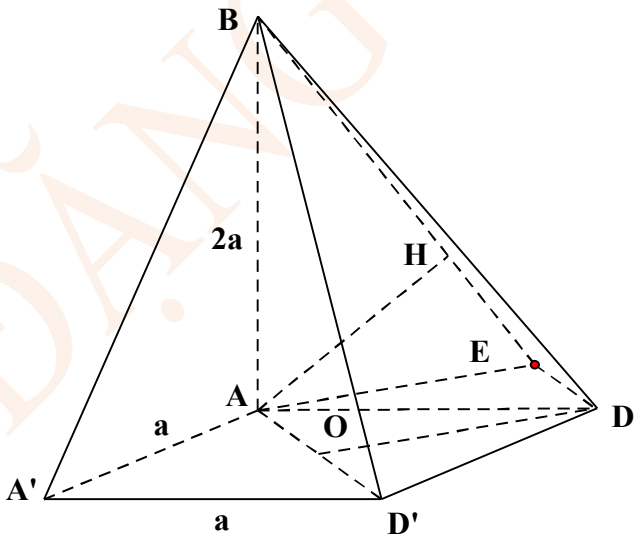
Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Xét hình chóp tứ giác $B.AA'D'D$, có đáy $AA'D'D$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $AB \perp (AA'D'D)$.

Gọi O là tâm của hình vuông $AA'D'D$.

Dựng hình vuông $AODE$ cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, trong ΔABE vuông tại A dựng $AH \perp BE$□□(1).

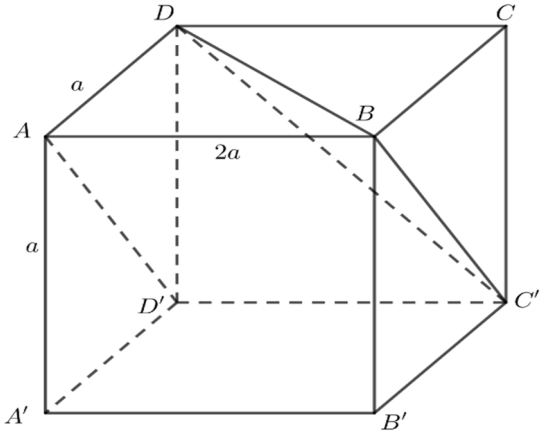
Ta có: $\begin{cases} DE \perp AE \\ DE \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE \perp (ABE) \\ AH \subset (ABE) \end{cases} \Rightarrow DE \perp AH (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (BDE)$.

Theo cách dựng thì $AD'//(BDE)$ nên $d(AD', BD) = d\big(AD', (BDE)\big) = AH$.

Trong tam giác ABE vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{9} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}$.

Cách 2:



$d(BD, AD') = d\big(AD', (DBC')\big) = d\big(A, (DBC')\big) = d\big(C, (DBC')\big) = h.$

Xét tứ diện $CDBC'$ có $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}$.

Vậy khoảng cách giữa BD và AD' bằng $\frac{2a}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

B. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

C. $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

D. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 + t \end{cases}$

$I \in d \Rightarrow I(1 + t; 2 + 2t; 3 + t)$

$I \in (\alpha) \Rightarrow 1 + t + 2 + 2t - (3 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(2; 4; 4).$

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Vectơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$

Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1).$

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2; 4; 4)$, nhận một VTCP là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$ nên có PTTS

$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + 2t. \\ z = 4 - t \end{cases}$

Kiểm tra $A(5; 2; 5) \in \Delta_3$, thấy $A(5; 2; 5)$ thỏa mãn phương trình $(*)$.Vậy chọn

C.

Câu 30. Biểu thức nào sau đây bằng với $\int \sin^2 3x dx$?

A. $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{6}\sin 6x\right) + C.$

B. $\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{3}\sin 3x\right) + C.$

C. $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}\sin 3x\right) + C.$

D. $\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{6}\sin 6x\right) + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \sin^2 3x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int(1-\cos 6x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{6}\sin 6x\right) + C$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;\ 0;\ -1)$, $A(2;\ 2;\ -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có bán kính $R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 32. Cho hai số a, b thỏa mãn $\log_4 a + \log_9 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_9 b = 4$. Giá trị $a.b$ là

A. 256. **B.** 144. **C.** 324. **D.** 48.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $a > 0$, $b > 0$.

Theo bài ra ta có hệ: $\begin{cases}\log_4 a + \log_9 b^2 = 5\\ \log_4 a^2 + \log_9 b = 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_4 a + 2\log_9 b = 5\\ 2\log_4 a + \log_9 b = 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_4 a = 1\\ \log_9 b = 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = 4\\ b = 81\end{cases}$.

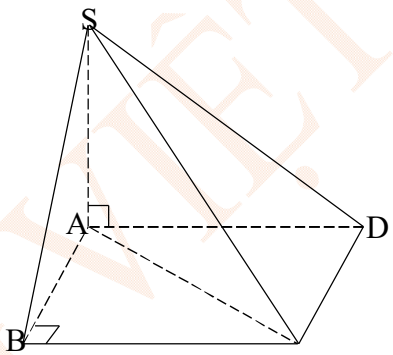
Vậy $a.b = 324$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 45^o. **B.** 60^o. **C.** 90^o. **D.** 30^o.

Lời giải

Chọn B



Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB.

Tam giác SAB vuông tại A, $\cos\widehat{ABS} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABS} = 60^o$.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1 = -3 - i$ và $z_2 = 1 - i$. Mô đun của số phức $w = 2z_1 - \overline{z_2}$ bằng

A. $|w| = 2\sqrt{10}$. **B.** $|w| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|w| = \sqrt{58}$. **D.** $|w| = \sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$z_1 = -3 - i$.

$z_2 = 1 - i \Rightarrow \overline{z_2} = 1 + i$.

$w = 2z_1 - \overline{z_2} = 2(-3 - i) - (1 + i) = -7 - 3i$.

$|w| = \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} = \sqrt{58}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$. Đặt $m = \min\limits_{(0\,;\,+\infty)} f(x)$, khi đó.

A. $m = \frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $m = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **C.** $m = -\frac{1}{4}$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0\,;\,+\infty)$. Ta có

$f'(x)=\frac{-3}{x^4}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$.

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	0

Vậy $m=\min\limits_{(0;+\infty)}f(x)=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^3(x-3)^{2020}(x-4)^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=(x-1)(x-2)^3(x-3)^{2020}(x-4)^4$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$$

Do $(x-2)^2(x-3)^{2020}(x-4)^4\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên dấu của $f'(x)$ chính là dấu của $g(x)=(x-1)(x-2)$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f_{CĐ}$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	f_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 37. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

A. tăng 3k3 lần. **B.** tăng k2 lần. **C.** tăng k lần. **D.** tăng k3 lần.

Lời giải

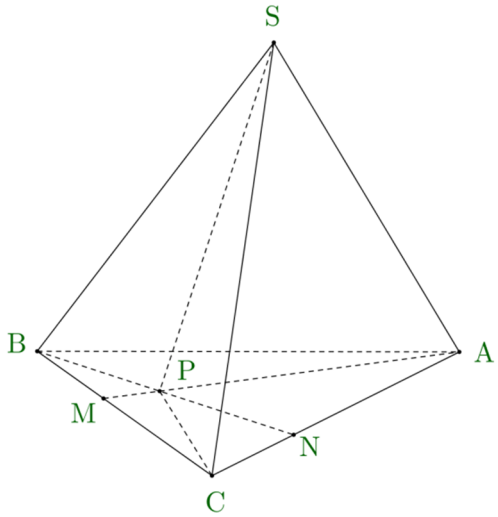
Chọn D

Nếu gọi C, b, C là ba kích thước của khối chưa tăng thì thể tích khối hộp là $V=abc$.

Nếu tăng các kích thước lên k lần thì thể tích khối hộp mới là $V'=(ka)(kb)(kc)=k^3V$.

Vậy thể tích tương ứng tăng lên k^3 lần.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ với các điểm M,N thứ tự nằm trên các cạnh BC,AC (khác A,B,C) và P là giao điểm của AM và BN (như hình minh họa). Biết thể tích các khối chóp $SABP;SAPN;SCNP$ thứ tự là 30;20;10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(72;75]$. **B.** $[65;69]$. **C.** $(69;72]$. **D.** $(75;78]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$V_{SAPN}=\frac{1}{3}.d\left(S,(ABC)\right).S_{\Delta APN}$$

$$V_{SCNP}=\frac{1}{3}.d\left(S,(ABC)\right).S_{\Delta CNP}$$

$$\frac{V_{SAPN}}{V_{SCNP}}=\frac{\frac{1}{3}.d\left(S,(ABC)\right).S_{\Delta APN}}{\frac{1}{3}.d\left(S,(ABC)\right).S_{\Delta CNP}}=\frac{S_{\Delta APN}}{S_{\Delta CNP}}=\frac{AN}{CN}=\frac{2}{1}$$

$\Rightarrow AN=\frac{2}{3}AC\Rightarrow S_{\Delta BAN}=\frac{2}{3}S_{\Delta BAC}\Rightarrow V_{SBAN}=\frac{2}{3}V_{SBAC}$

$V_{SBAC}=\frac{3}{2}V_{SBAN}=\frac{3}{2}(V_{SABP}+V_{SAPN})=\frac{3}{2}.50=75$ (đvtt)

Câu 39. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10\,;\,10]$ để hàm số $y=\frac{-3\cos x+1}{6\cos x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{3}\right)$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\cos x\Rightarrow y=f(t)=\frac{-3t+1}{6t+m}\Rightarrow f'(t)=\frac{-3m-6}{(6t+m)^2}$.

Xét $x\in\left(0\,;\,\frac{\pi}{3}\right)$ nên $t\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Vì $t=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0\,;\,\frac{\pi}{3}\right)$ nên ycbt $\Leftrightarrow f(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$

$$\Leftrightarrow f'(t)>0,\forall t\in\left(\frac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-3m-6>0\\-\frac{m}{6}\notin\left(\frac{1}{2};1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2\\\left[\begin{array}{l}-\frac{m}{6}\le\frac{1}{2}\\-\frac{m}{6}\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2\\\left[\begin{array}{l}m\ge-3\\m\le-6\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le m<-2\\m\le-6\end{array}\right.$$

Mà $m\in[-10\,;\,10]$ và m n guyên nên: $m\in\{-10,-9,-8,-7,-6,-3\}$.

Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên của tham số m tmđb

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-(6+8i)|=2$ và $z.\overline{z}=64$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

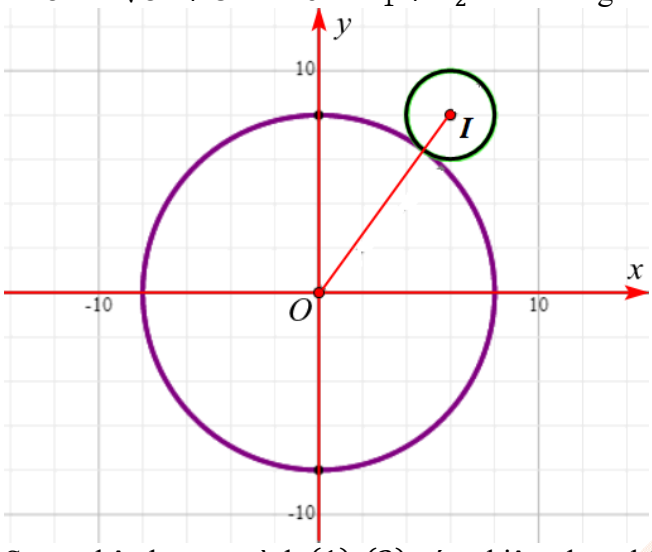
Khi đó: $\begin{cases}|z-(6+8i)|=2\\ z.\overline{z}=64\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-6)^2+(y-8)^2=4\ (1)\\ x^2+y^2=64\ (2)\end{cases}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy thì:

(1) là phương trình của đường tròn (C_1) có tâm $I(6;8)$, bán kính $R_1=2$.

(2) là phương trình của đường tròn (C_2) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R_2=8$.

Vì $OI=\sqrt{6^2+8^2}=10=R_1+R_2$ nên đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau như hình vẽ.



Suy ra hệ phương trình $(1),(2)$ có nghiệm duy nhất.

Vậy có đúng 1 số phức thỏa mãn ycbt.

Chú ý: Ta có thể tìm nghiệm của hệ phương trình $(1),(2)$ như sau:

Hệ $(1),(2) \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-12x+96-16y=0\\ x^2+y^2-64=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+4y-40=0\\ x^2+y^2-64=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{24}{5}\\ y=\frac{32}{5}\end{cases} \Rightarrow z=\frac{24}{5}+\frac{32}{5}i.$

Câu 41. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Gọi S là tích các chữ số được chọn. Xác suất để $S>0$ và chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{23}{54}$. **B.** $\frac{49}{108}$. **C.** $\frac{13}{27}$. **D.** $\frac{55}{108}$.

Lời giải

Chọn D

+) Số tự nhiên có ba chữ số khác nhau có dạng $\overline{abc}$, $a\neq 0$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9.9.8=648$ (số).

+) Gọi A là biến cố: "Chọn được số có $S>0$ và S chia hết cho 6".

Ta có: $S=a.b.c>0$ nên ba chữ số a,b,c khác 0.

Mặt khác $S=a.b.c$ chia hết cho 6 nên xảy ra một trong các TH sau:

+) TH1: Trong 3 chữ số a,b,c có chữ số 6.

- Chọn vị trí cho chữ số 6: có 3 cách.
- Chọn 2 chữ số trong tập $\{1;2;3;4;5;7;8;9\}$ và xếp vào 2 vị trí còn lại: có A_8^2 cách.

$\Rightarrow$ có $3.A_8^2=168$ (số).

+) TH2: Trong 3 chữ số a,b,c không có chữ số 6.

Khi đó để $a.b.c$ chia hết cho 6 ta cần có ít nhất 1 chữ số chia hết cho 2 thuộc tập $\{2;4;8\}$ và ít nhất 1 chữ số chia hết cho 3 thuộc tập $\{3;9\}$. Có các khả năng sau:

- Trong 3 chữ số a,b,c có một chữ số chia hết cho 2, một chữ số chia hết cho 3 và một chữ số thuộc tập $\{1;5;7\}$: có $C_3^1.C_2^1.C_3^1.3!=108$ (số).
- Trong 3 chữ số a,b,c có 2 chữ số chia hết cho 2, một chữ số chia hết cho 3: có $C_3^2.2.3!=36$ (số).

- Trong 3 chữ số a, b, c có 1 chữ số chia hết cho 2 và 2 chữ số chia hết cho 3: có $C_3^1.C_2^2.3! = 18$ (số).

Suy ra $n(A) = 168 + 108 + 36 + 18 = 330$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{330}{648} = \frac{55}{108}$.

Câu 42. Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = (3^x + 4^x - 7)^2$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow (3^x + 4^x - 7)(3^x - 4^x + 1) = (3^x + 4^x - 7)^2$

$\Leftrightarrow (3^x + 4^x - 7)(2.4^x - 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2.4^x = 8\ (1) \\ 3^x + 4^x - 7 = 0\ (2) \end{array}\right.$

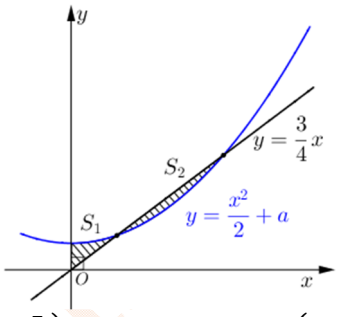
Xét phương trình (1): $(1) \Leftrightarrow 4^x = 4 \Leftrightarrow x = 1$.

Xét phương trình (2): Xét hàm $f(x) = 3^x + 4^x - 7$ trên $\mathbb{R}$.

Hàm $f(x)$ liên tục và $f'(x) = 3^x.\ln 3 + 4^x.\ln 4 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó, $(2) \Leftrightarrow f(x) = f(1) \Leftrightarrow x = 1$. Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 1.

Câu 43. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?.



A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0; \frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0$.

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 = \frac{3}{2}\ (*) \\ x_1 x_2 = 2a\ (**) \end{array}\right.$.

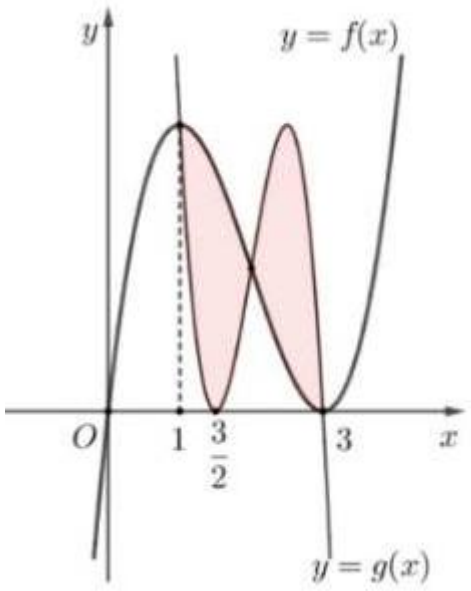
$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right| dx + \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right| dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right| dx = 0$.

$\Leftrightarrow \left|\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right|\Big|_0^{x_2} = 0 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2\right| = 0 \Rightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8}\ (***)$.

Từ $(*) \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} - x_2$, thay vào $(**) \Rightarrow \left(\frac{3}{2} - x_2\right)x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8}$

$\xrightarrow{(***)} a = \frac{27}{128}$. Vậy $a \in \left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $g(x) = f(dx + e)$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 3,67. **B.** 4,25. **C.** 3,63. **D.** 4,5.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ suy ra $f(x) = x(x-3)^2$ (do hệ số x^2 bằng 1).

$g(x) = f(dx+e) = (dx+e)(dx+e-3)^2$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt Ox tại $x = \frac{3}{2}$ và $x = 3$, trong đó điểm $x = \frac{3}{2}$ là điểm tiếp xúc $\Rightarrow$

$\begin{cases} \frac{3}{2}d + e = 0 \\ 3d + e = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ e = 6 \end{cases}$. Suy ra $g(x) = (-2x+6)(-2x+3)^2$.

Diện tích hình phẳng $S = \int_1^3 |f(x) - g(x)|dx = \int_1^3 |-15x^3 + 42x^2 + 27x - 54|dx$

$= \int_1^2 (9x^3 - 54x^2 + 99x - 54)dx + \int_2^3 (-9x^3 + 54x^2 - 99x + 54)dx = 4{,}5$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2^{2x^2+y^2} = 3^{x+y}$?

A. 2. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $2^{2x^2+y^2} = 3^{x+y} = t$, suy ra $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = \log_2 t \\ x + y = \log_3 t \end{cases}$.

Ta có $(x+y)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}x + 1.y\right)^2 \le \left(\frac{1}{2} + 1\right)(2x^2 + y^2)$ nên suy ra:

$\log_3^2 t \le \frac{3}{2}\log_2 t = \frac{3}{2}\log_2 3.\log_3 t \Rightarrow \log_3 t \le \frac{3}{2}\log_2 3 \approx 2{,}74$.

Do đó $2x^2 + y^2 = \log_2 t = \log_2 3.\log_3 t \le 3{,}7$.

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-1; 0; 1\}$.

+ Với $x = 0$, ta có $\begin{cases} y^2 = \log_2 t = \log_2 3.\log_3 t \\ y = \log_3 t \end{cases}$, suy ra $y^2 = y.\log_2 3 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} y = 0 \\ y = \log_2 3 \end{bmatrix}$.

+ với $x = 1$, ta có $\begin{cases} 2 + y^2 = \log_2 t = \log_2 3.\log_3 t \\ 1 + y = \log_3 t \end{cases}$, suy ra

$2 + y^2 = \log_2 3.(1+y) \Leftrightarrow y^2 - \log_2 3.y + 2 - \log_2 3 = 0$ phương trình có nghiệm.

+ Với $x = -1$, ta có $\begin{cases} 2 + y^2 = \log_2 t = \log_2 3.\log_3 t \\ -1 + y = \log_3 t \end{cases}$, suy ra

$2 + y^2 = \log_2 3.(-1+y) \Leftrightarrow y^2 - \log_2 3.y + 2 + \log_2 3 = 0$ phương trình vô nghiệm.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a > 0$, $d > 2021$, $a + b + c + d - 2021 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2021|$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

- Xét hàm số $g(x)=f(x)-2021$.

Ta có: $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d-2021$

Ta có: $\begin{cases}g(0)=d-2021>0\\ g(1)=a+b+c+d-2021<0\end{cases}$

Theo giả thiết, ta được $\begin{cases}g(0)>0\\ g(1)<0\end{cases}$.

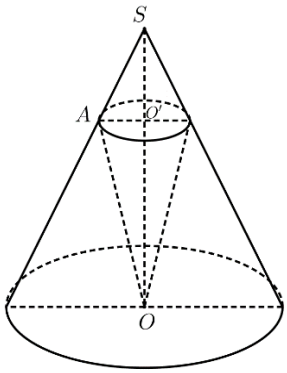
- Lại do: $a>0$ nên $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty\end{cases}\Rightarrow \exists\beta>1: g(\beta)>0$ và $\Rightarrow \exists\alpha<0: g(\alpha)<0$.

Do đó: $\begin{cases}g(\alpha).g(0)<0\\ g(0).g(1)<0\\ g(1).g(\beta)<0\end{cases}\Rightarrow g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(\alpha;\beta)$.

Nhận xét: hàm số $g(x)=f(x)-2021$ có 2 điểm cực trị.

Từ đó hàm số $y=|f(x)-2021|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 47. Khối nón tròn xoay (N) đỉnh S,O là tâm của đáy, chiều cao h, bán kính đáy R. Một khối nón (N') có đỉnh là O, đáy là thiết diện cắt bởi một mặt phẳng song song với đáy của nón (N). Chiều cao của nón (N') phải bằng bao nhiêu để thể tích khối nón (N') là lớn nhất.



A. $\frac{h}{2}$. **B.** $\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2h}{3}$. **D.** $\frac{h}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi O' là tâm đáy của hình nón (N'), bán kính đáy hình nón (N') là R'.

Đặt $OO'=t$, $0<t<h$. Ta có : $R'=\frac{h-t}{h}R$ (tam giác vuông đồng dạng).

Thể tích khối nón (N'): $V=\frac{1}{3}\pi(R')^2t=\frac{\pi R^2}{3h^2}(h-t)^2t$

Xét $f(t)=\frac{\pi R^2}{3h^2}(h-t)^2t$

Ta có $f'(t)=\frac{\pi R^2}{3h^2}(3t^2-4ht+h^2)$

Cho $f'(t)=0\Rightarrow 3t^2-4ht+h^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=h\\ t=\frac{h}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{4\pi R^2h}{81}$	↘	

Suy ra $V_{\max}=\frac{4\pi}{81}R^2h$ khi $t=\frac{h}{3}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-1+t\\y=-2+2t\\z=t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2+2t'\\y=1+t'\\z=1+t'\end{cases}$ (t và t': tham số) và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Lập phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tại A,B sao cho độ dài AB đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\begin{cases}x=1+u\\y=-u\\z=u\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+u\\y=2+u.\\z=2+u\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2u\\y=2u\\z=u\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-4u\\y=-2u\\z=-u\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $A\in d_1, B\in d_2 \Rightarrow A(-1+t;\ -2+2t;\ t)$ và $B(2+2t';\ 1+t';\ 1+t')$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3+2t'-t;\ 3+t'-2t;\ 1+t'-t)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(1;\ 1;\ -2)$, $AB//(P) \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}\\A\notin(P)\end{cases}$.

$\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow 3+2t'-t+3+t'-2t-2(1+t'-t)=0 \Leftrightarrow t'=t-4$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(t-5;\ -t-1;\ -3)$.

Do đó, $AB=\sqrt{(t-5)^2+(-t-1)^2+(-3)^2}=\sqrt{2(t-2)^2+27}\geq 3\sqrt{3}\Rightarrow \min AB=3\sqrt{3}$ khi $t=2$.

Khi đó, $A(1;\ 2;\ 2)\notin(P)$; $\overrightarrow{AB}=(-3;\ -3;\ -3)$.

Vậy d là đường thẳng đi qua A và có VTCP là vecto $\vec{u}=(1;\ 1;\ 1)$ nên d có phương trình là:

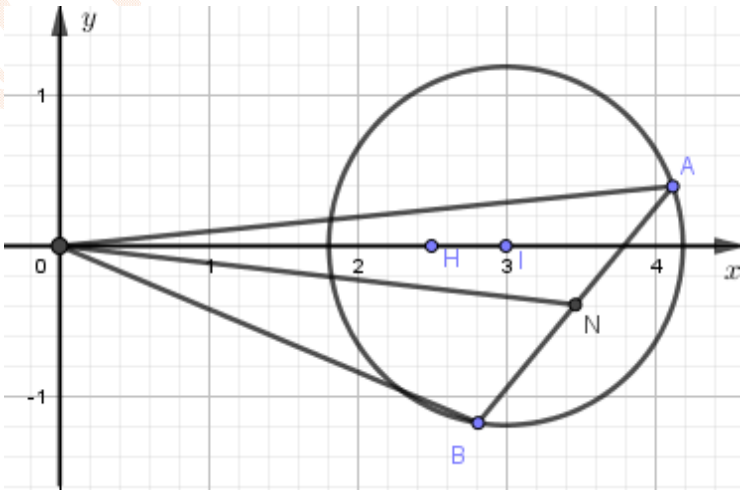
$\begin{cases}x=1+u\\y=2+u,\ u\text{: tham số.}\\z=2+u\end{cases}$

Câu 49. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn điều kiện: $|(i-1)z-3i+3|=2$ và $|z_1-z_2|=2$. Gọi GTLN, GTNN của $P=|z_1|+|z_2|$ là M,m. Tính $S=M^2+m^2$.

A. 72. **B.** 90. **C.** 88. **D.** 126.

Lời giải

Chọn C



Ta có $|(i-1)z-3i+3|=2\Leftrightarrow|i-1|.|z-3|=2\Leftrightarrow|z-3|=\sqrt{2}\ (*)$

Gọi A,B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1,z_2. Từ $(*)$ suy ra các điểm A,B cùng thuộc đường tròn (C) tâm $I(3;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Do $|z_1-z_2|=2\Rightarrow AB=2$.

Gọi N là trung điểm của AB, H thuộc đoạn OI thỏa mãn $OH=\frac{5}{2}$. Khi đó

+ $P = OA + OB \le \sqrt{2}.\sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2}.\sqrt{2ON^2 + \frac{AB^2}{2}} = \sqrt{2}.\sqrt{2ON^2 + 2}.$

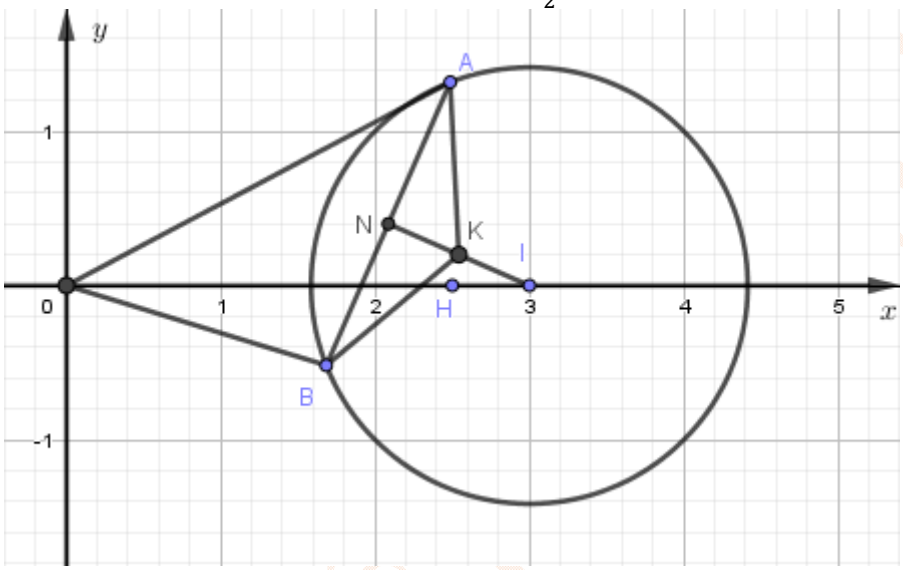
Ta có $ON \le OI + IN = OI + \sqrt{R^2 - AN^2} = 3 + \sqrt{2-1} = 4.$

Do đó $P \le \sqrt{2}.\sqrt{34} = 2\sqrt{17}.$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $AB \perp Ox$ và N thuộc tia đối của tia) IO.

Vậy $M = 2\sqrt{17}.$

+ Gọi K là trung điểm của IN. Khi đó $KA = KB = a = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Ta có:



$P = OA + OB = \frac{1}{a}(OA.KB + OB.KA) \ge \frac{1}{a}.OK.AB = \frac{4}{\sqrt{5}}.OK$ (theo bất đẳng thức Ptolemy)

Gọi H_1 là hình chiếu của K trên trục hoành. Khi đó: $OK \ge OH_1$.

Mặt khác $IH_1 \le IK = \frac{1}{2} \Rightarrow OH_1 \ge OH$ suy ra $P \ge \frac{4}{\sqrt{5}}OH = 2\sqrt{5}$

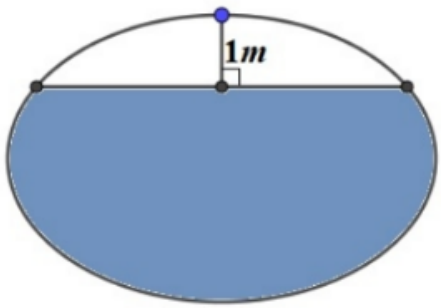
(dấu đẳng thức xảy ra khi tứ giác OA_0HB_0 nội tiếp hay $AB \perp Ox$ và N thuộc đoạn) OH

Vậy $m = 2\sqrt{5}.$

Do đó $S = M^2 + m^2 = 88.$

Câu 50. Các bồn chứa xăng vận chuyển trên xe cơ giới thường có dạng hình trụ nằm ngang với đáy là một hình elip mà không phải hình tròn. Việc chế tạo theo hình elip có nhiều ưu điểm như: làm cho trọng tâm xe thấp, độ dao động của chất lỏng bên trong bồn sẽ thấp … Giả sử một bồn chở xăng có đáy là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và chiều dài của bồn là $10m$. Sau khi bơm xăng cho một trạm xăng thì phần xăng còn lại cách đỉnh của elip $1m$ (Tham khảo hình vẽ). Tính gần đúng lượng xăng còn lại trong bồn xăng (Làm tròn đến hàng đơn vị theo lít và giả sửa các vật liệu chế tạo nên bồn xăng có độ dài không đáng kể).



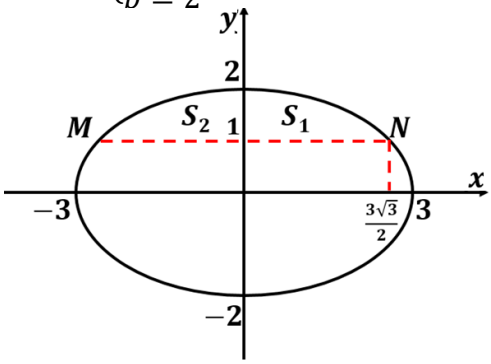


A. 151 647 lít. **B.** 151 646 lít. **C.** 151 645 lít. **D.** 151 644 lít.

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ ta có $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$.



Diện tích đáy của bồn hình elip: $S_{(E)}=\pi ab=6\pi$.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $S_M=S_1+S_2$ là phần diện tích đáy có xăng bị mất đi.

Gọi M,N là giao điểm của elip và đường thẳng $y=1$.

Khi đó: $\frac{x^2}{9}+\frac{1}{4}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\sqrt{3}}{2}\\x=-\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.\Rightarrow N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};1\right)$.

Phần diện tích S_1 được giới hạn bởi đường elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$, đường thẳng $y=1$ và hai đường $x=0, x=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Do đó: $S_1=\int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}\left(2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}-1\right)dx$. Mà $S_1=S_2\Rightarrow S_M=2\int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}\left(2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}-1\right)dx$.

Nên diện tích phần đáy còn xăng là: $S=S_{(E)}-S_M$.

Vậy thể tích phần xăng còn lại là:

$V=S.h=10.\left[6\pi-2\int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}\left(2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}-1\right)dx\right]\approx 151{,}644(m^3)\approx 151\,644$ lít.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 017

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là
A. $y' = x.5^{x-1}$. **B.** $y' = 5^x$. **C.** $y' = 5^x \ln 5$. **D.** $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

Câu 2. Cho các số phức $z_1 = 1 - i, z_2 = -2 + 3i$. Tìm phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$.
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1)dx$
A. $I = 4$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 2$.

Câu 4. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.
A. $F(x) = 4\sqrt{x-1}$. **B.** $F(x) = 2\sqrt{x-1}$.
C. $F(x) = \sqrt{x-1}$. **D.** $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

Câu 5. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P).
A. $\overrightarrow{n_3} = (2;\ 3;\ 2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;\ 3;\ 0)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (3;\ 2;\ -1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (2;\ 0;\ 3)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn AB là
A. 3. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

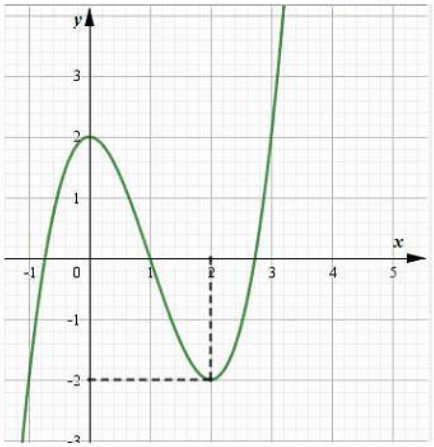
Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} \geq 3^{x^2-x-9}$ là:
A. $[-2;\ 5]$. **B.** $(-\infty;\ -5] \cup [2;\ +\infty)$.
C. $(-\infty;\ -2] \cup [5;\ +\infty)$. **D.** $[-5;\ 2]$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_3(4 - x) = 2$ là
A. -2. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 9. Cho khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r. Thể tích khối nón đã cho bằng
A. $\frac{4h\pi r^2}{3}$. **B.** $\frac{h\pi r^2}{3}$. **C.** $2h\pi r^2$. **D.** $h\pi r^2$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = -9, u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. Giá trị cực đại của hàm số là $y = -2$. **B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.
C. Điểm cực đại của hàm số là $x = 2$. **D.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 2$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là
A. $(0; +\infty)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}^*$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 13. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right)$.

A. $I = 3$. **B.** $I = \frac{1}{3}$. **C.** $I = -\frac{1}{3}$. **D.** $I = -3$.

Câu 14. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp z là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$. **B.** $\bar{z} = 3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 3i$. **D.** $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(a\,;\,b\,;\,c)$. Tính $a + b + c$?

A. 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 16. Lớp 12A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh của lớp 12A sao cho 2 học sinh có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

A. 375. **B.** 780. **C.** 1560. **D.** 40.

Câu 17. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = 2x - \frac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x+2}$.

A. $x = -\frac{11}{4}; x = 2$. **B.** $x = 1; x = 2; x = 3$. **C.** $x = -\frac{11}{4}$. **D.** $x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-x}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y = -1$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $y = 2$.

Câu 19. Thể tích của miếng giò dạng nửa hình trụ, như hình vẽ:



có đường kính đáy 10 cm và chiều cao 8 cm là

A. $80\pi\ (cm^3)$. **B.** $100\pi\ (cm^3)$. **C.** $200\pi\ (cm^3)$. **D.** $100\pi\ (cm^2)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$, một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x)$ thoả mãn $F(1) = -3$ và $F(0) = 1$. Giá trị $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -3. **D.** -2.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\frac{37}{6}$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Câu 23. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

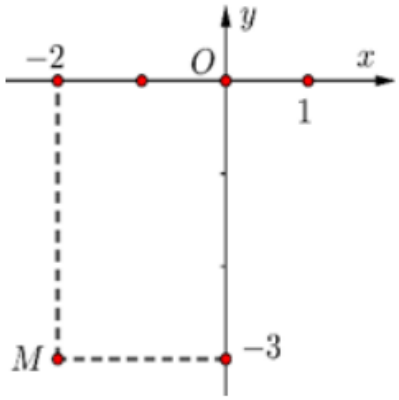
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 24. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{2}Bh.$ **B.** $V=\frac{1}{3}Bh.$ **C.** $V=\frac{1}{6}Bh.$ **D.** $V=Bh.$

Câu 25. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình dưới

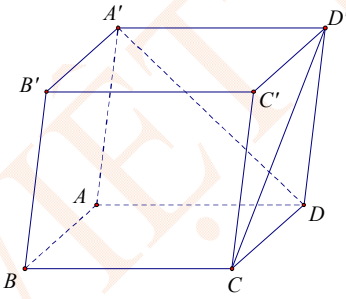


A. $\frac{i}{2+3i}$. **B.** $(1+i)(2-i)$. **C.** $(1+i)(2-3i)$. **D.** $\frac{3-2i}{i}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(1;2;3)$. **B.** $N(-2;1;-2)$. **C.** $Q(2;-1;2)$. **D.** $M(-1;-2;-3)$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a, $\widehat{BCD}=\widehat{A'D'D}=\widehat{BB'A'}=60^{\circ}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng.



A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Biết khối chóp (C) và khối lăng trụ (L) có cùng chiều cao và diện tích đáy. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của (C) và (L). Câu khẳng định đúng là

A. $\frac{V'}{2}=V$. **B.** $V=V'$. **C.** $V'=\frac{V}{3}$. **D.** $V=\frac{V'}{3}$.

Câu 29. Cho $(P):y=x^2$ và $A\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_2(2^x\cdot 4^y)=\log_{\sqrt{2}}2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x+4y=1$. **B.** $4x+2y=1$. **C.** $2xy=1$. **D.** $x+2y=2$.

Câu 31. Cho $\int_0^1\frac{2x+3}{2-x}\,dx=a\ln 2+b$ (a và b là các số nguyên). Khi đó giá trị của a là

A. -5. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với $\Delta:\frac{x-4}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-4}{-2}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+4}{-2}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i$ Mô đun của z bằng

A. 5. **B.** 13. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 34. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$?

A. $F(x)=2\sqrt{x+1}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$. **C.** $F(x)=\sqrt{x+1}$. **D.** $F(x)=4\sqrt{x+1}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2\,;\,3\,;\,-5)$, $B(-4\,;\,1\,;\,3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=26$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=26$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=26$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=26$.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $b,c,d,e\in\mathbb{R}$, có các giá trị cực trị là $1,16$ và 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 4.

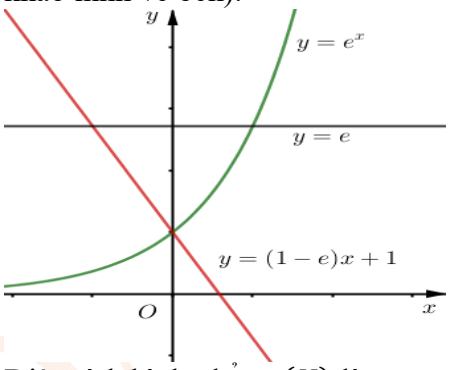
Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\overline{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a\sqrt{6}$, tam giác ACD đều, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) trùng với trực tâm của tam giác BCD, mặt phẳng (ADH) tạo với mặt phẳng (ACD) một góc 45^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{9a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $\frac{27a^3}{4}$.

Câu 41. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=e$, $y=e^x$ và $y=(1-e)x+1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng (H) là

A. $S=\frac{e-1}{2}$. **B.** $S=e+\frac{1}{2}$. **C.** $S=\frac{e+1}{2}$. **D.** $S=e+\frac{3}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất để chọn được số lớn hơn 2020 bằng

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{36}{49}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{239}{294}$.

Câu 43. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2 x}+5^{\cos^2 x}=2\sqrt{5}$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

A. $T=\frac{3\pi}{4}$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=4\pi$. **D.** $T=2\pi$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0\,;\,2020)$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1\,;\,0)$?

A. 2015. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2016.

Câu 45. Xét các số thực thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$ gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9 **D.** 6.

Câu 46. Người ta làm một chiếc vòng tròn bằng bạc, biết đường kính ngoài của chiếc vòng bạc là $70\ cm$, đường kính trong là $50\ cm$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của vòng bạc là



A. $1500\pi\ cm^3$. **B.** $1500\pi\ cm^3$. **C.** $1500\pi^2 cm^3$. **D.** $9000\pi^2 cm^3$.

Câu 47. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z-3-2i| \le 1 \\ |w+1+2i| \le |w-2-i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z - w|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{2} + 1$. **B.** $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **D.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Câu 48. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích bằng $27\ \text{cm}^3$. Tìm tỉ số $\frac{h}{r}$ của chiều cao h và bán kính đáy r của hình nón để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$. **B.** $\frac{h}{r} = 2$. **C.** $\frac{h}{r} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{h}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ và điểm $A(2;-1;2)$. Gọi d: $\frac{x-3}{-4} = \frac{y-m}{a} = \frac{z+n}{b}$ là đường thẳng đi qua A, tiếp xúc với (S), cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Giá trị của biểu thức $T = a + b + m + n$ bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** 3. **C.** 7. **D.** $\frac{19}{6}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{5}(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x+1) + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	A	C	B	A	C	B	B	B	A	A	D	C	A	A	A	B	B	D	D	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	B	D	C	C	D	D	B	D	B	C	A	A	C	D	C	D	A	C	B	A	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = x.5^{x-1}$. **B.** $y' = 5^x$. **C.** $y' = 5^x \ln 5$. **D.** $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2. Cho các số phức $z_1 = 1 - i, z_2 = -2 + 3i$. Tìm phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = z_1 - z_2 = 3 - 4i$

Vậy phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$ bằng -4.

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1)dx$

A. $I = 4$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_0^2 (2x + 1)dx = (x^2 + x)|_0^2 = 4 + 2 = 6$.

Câu 4. **Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.**

A. $F(x) = 4\sqrt{x-1}$. B. $F(x) = 2\sqrt{x-1}$.

C. $F(x) = \sqrt{x-1}$. D. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{x-1} \Rightarrow t^2 = x - 1 \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.

Ta có:

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{2}{\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x = \int \frac{4t}{t}\mathrm{d}t\ h'(2) = -\frac{4}{49} = 4t + C = 4\sqrt{x-1} + C$.

Vậy một **nguyên hàm của hàm số** $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$ **là** $F(x) = 4\sqrt{x-1}$.

Câu 5. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng (P): $3x + 2y - z + 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P).

A. $\overrightarrow{n_3} = (2;\ 3;\ 2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;\ 3;\ 0)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (3;\ 2;\ -1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (2;\ 0;\ 3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;\ b;\ c)$.

Nên một vectơ pháp tuyến của (P): $3x + 2y - z + 5 = 0$ là $\overrightarrow{n_2} = (3;\ 2;\ -1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn AB là

A. 3. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 6; 4)$ nên $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{0^2 + 6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} \geq 3^{x^2-x-9}$ là:

A. $[-2;\ 5]$. **B.** $(-\infty;\ -5] \cup [2;\ +\infty)$.

C. $(-\infty;\ -2] \cup [5;\ +\infty)$. **D.** $[-5;\ 2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{2x+1} \geq 3^{x^2-x-9} \Leftrightarrow 2x+1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-3x-10 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[-2;5]$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_3(4-x)=2$ là

A. -2. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của phương trinh: $4-x>0 \Leftrightarrow x<4$.

Với điều kiện trên ta có

$\log_3(4-x)=2 \Leftrightarrow 4-x=3^2 \Leftrightarrow x=-5$ (TMĐK).

Vậy phương trình có một nghiệm $x=-5$.

Câu 9. Cho khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4h\pi r^2}{3}$. **B.** $\frac{h\pi r^2}{3}$. **C.** $2h\pi r^2$. **D.** $h\pi r^2$.

Lời giải

Chọn B

Khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r có thể tích bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1=-9, u_4=\frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

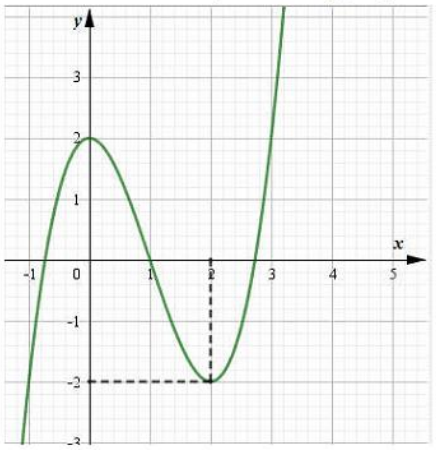
Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4=u_1.q^3 \Rightarrow q=\sqrt[3]{\frac{u_4}{u_1}}=\sqrt[3]{\frac{\frac{1}{3}}{-9}}=\frac{-1}{3}$.

Vậy công bội của cấp số nhân trên là: $q=\frac{-1}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. Giá trị cực đại của hàm số là $y=-2$. **B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x=2$.

C. Điểm cực đại của hàm số là $x=2$. **D.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số đại cực đại tại $x=0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Hàm số có giá trị cực đại là $y=2$. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y=-2$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}^*$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x > 0$.
Vậy tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.

Câu 13. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right)$.

A. $I = 3$. **B.** $I = \frac{1}{3}$. **C.** $I = -\frac{1}{3}$. **D.** $I = -3$.

Lời giải

Chọn A

$I = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right) = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a}{5}\right)^3 = 3$.

Câu 14. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp z là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$. **B.** $\bar{z} = 3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 3i$. **D.** $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Do đó $z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(a\,;\,b\,;\,c)$. Tính $a + b + c$?

A. 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 6z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 22$
Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1\,;1\,;-3)$. Vậy $a + b + c = -1$.

Câu 16. Lớp 12A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh của lớp 12A sao cho 2 học sinh có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

A. 375. **B.** 780. **C.** 1560. **D.** 40.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 học sinh nam có 25 cách. Chọn 1 học sinh nữ có 15 cách.
Theo quy tắc nhân: có $25.15 = 375$ cách chọn 2 học sinh có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

Câu 17. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = 2x - \frac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x+2}$.

A. $x = -\frac{11}{4}; x = 2$. **B.** $x = 1; x = 2; x = 3$. **C.** $x = -\frac{11}{4}$. **D.** $x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2-1}{x+2} = 2x - \frac{13}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ -4x^2 - 3x + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -\frac{11}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -\frac{11}{4}. \end{array}\right.$$

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-x}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y = -1$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = \frac{1}{2}\cdot$ **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x}{x-2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-1}{1-\frac{2}{x}} = -1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-x}{x-2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-1}{1-\frac{2}{x}} = -1$.
Vậy đồ thị của hàm số $y = \frac{-x}{x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$

Câu 19. Thể tích của miếng giò dạng nửa hình trụ, như hình vẽ:



có đường kính đáy 10 cm và chiều cao 8 cm là

A. $80\pi\ (cm^3)$. **B.** $100\pi\ (cm^3)$. **C.** $200\pi\ (cm^3)$. **D.** $100\pi\ (cm^2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi V là thể tích của miếng giò dạng nửa hình trụ có đường kính bằng đáy 10 cm và chiều cao 8 cm nên bán kính đáy bằng 5 cm.

Ta có thể tích khối trụ bằng $\pi.5^2.8 = 200\pi\ (cm^3) \Rightarrow V = \frac{1}{2}.200\pi = 100\pi\ (cm^3)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$, một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x)$ thoả mãn $F(1) = -3$ và $F(0) = 1$. Giá trị $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết ta có: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = F(1) - F(0) = -3 - 1 = -4$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\frac{37}{6}$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

$f'(x) \le 0 \Leftrightarrow x + 1 \le 0 \Leftrightarrow x \le -1$ và $f'(x) = 0$ chỉ xảy ra khi $x = -1$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biên trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 23. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

* Bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm bậc ba.

* Nhánh đầu tiên của bảng biến thiên đi xuống nên ta loại các đáp án C và **D**
* Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 2$ nên ta loại đáp án **A**
* Đáp án đúng là **B**

Câu 24. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

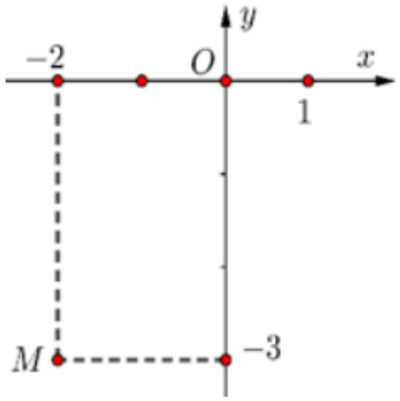
A. $V = \frac{1}{2}Bh.$ **B.** $V = \frac{1}{3}Bh.$ **C.** $V = \frac{1}{6}Bh.$ **D.** $V = Bh.$

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 25. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình dưới



A. $\frac{i}{2+3i}$. **B.** $(1+i)(2-i)$. **C.** $(1+i)(2-3i)$. **D.** $\frac{3-2i}{i}$.

Lời giải

Chọn D

Điểm M trên hình vẽ có tọa độ $(-2;-3)$, M biểu diễn số phức $z = -2-3i$.

Ta có $(1+i)(2-i) = 2-i+2i-i^2 = 3+i$

$(1+i)(2-3i) = 2-3i+2i-3i^2 = 5-i$

$\frac{3-2i}{i} = \frac{(3-2i)(-i)}{-i^2} = \frac{-3i+2i^2}{1} = -2-3i$. Chọn D

Trắc nghiệm có thể bấm máy tính.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(1;2;3)$. **B.** $N(-2;1;-2)$. **C.** $Q(2;-1;2)$. **D.** $M(-1;-2;-3)$.

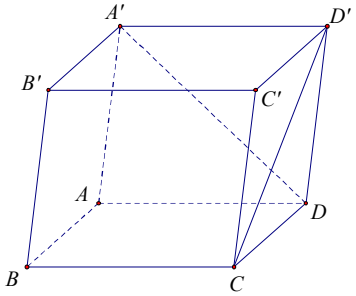
Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm P vào phương trình d ta được C. $\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2}$ (đúng).

Vậy đường thẳng d đi qua điểm $P(1;2;3)$.

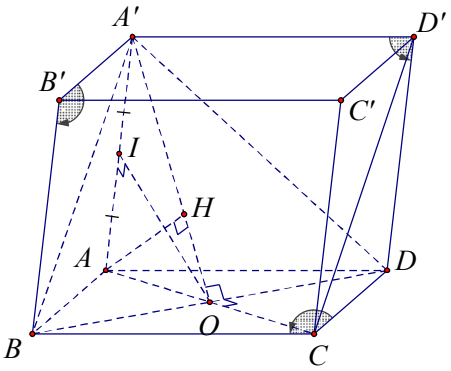
Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a, $\widehat{BCD} = \widehat{A'D'D} = \widehat{BB'A'} = 60^o$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng.



A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$.
Mặt khác $\Delta A'B'B = \Delta A'D'D$ nên $A'B = A'D$. Suy ra $BD \perp (A'AO)$.
Kẻ $AH \perp A'O$ tại H, ta có $AH \perp (A'BD)$.
Vì $CD'//A'B \subset (A'BD)$ nên $CD'//(A'BD)$.
Do đó $d(A'D; CD') = d\big(CD'; (A'BD)\big) = d\big(C; (A'BD)\big) = d\big(A; (A'BD)\big) = AH$.
Ta có $A'B = A'D = BD = a$ nên $A'O = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; mà $OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\Delta OA'A$ cân tại O. Suy ra $OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
Mặt khác $AH.OA' = OI.A'A$ nên $AH = \frac{OI.A'A}{OA'} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $d(A'D; CD') = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 28. Biết khối chóp (C) và khối lăng trụ (L) có cùng chiều cao và diện tích đáy. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của (C) và (L). Câu khẳng định đúng là

A. $\frac{V'}{2} = V$. **B.** $V = V'$. **C.** $V' = \frac{V}{3}$. **D.** $V = \frac{V'}{3}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Kí hiệu: diện tích đáy là B và chiều cao là h.

◆ Khi đó:

+) Thể tích của khối chóp (C) là: $V = \frac{1}{3}.B.h$.

+) Thể tích của khối lăng trụ (L) là: $V' = B.h$.

◆ Từ đó ta có: $\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{3}.B.h}{B.h} = \frac{1}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}V'$.

Câu 29. Cho (P): $y = x^2$ và $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(t; t^2)$, $t \in \mathbb{R}$.

$MA = \sqrt{(t+2)^2 + \left(t^2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{t^4 + 4t + \frac{17}{4}}$.

Đặt: $f(t) = t^4 + 4t + \frac{17}{4} \Rightarrow f'(t) = 4t^3 + 4$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	$\frac{5}{4}$	↗	

Suy ra: $f(t) \geq \frac{5}{4} \Rightarrow AM \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$

Vậy: khoảng cách MA bé nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ khi $M(-1;1)$.

Cách 2: Gọi $M(m;m^2) \in (P)$. Tiếp tuyến (Δ) của (P) tại $M(m;m^2)$ có phương trình:
$y = 2m(x-m) + m^2 \Leftrightarrow 2mx - y - m^2 = 0$.

Ta có $(AM)_{\min} = d(A;\Delta)$. Khi đó $AM \perp (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{u}$, với $\vec{u} = (1;2m)$ là VTCP của (Δ), $\overrightarrow{AM} = \left(m+2; m^2 - \frac{1}{2}\right)$.

Suy ra: $1.(m+2) + 2m\left(m^2 - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

Vậy $(AM)_{\min} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 30. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_2(2^x \cdot 4^y) = \log_{\sqrt{2}} 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x + 4y = 1$. **B.** $4x + 2y = 1$. **C.** $2xy = 1$. **D.** $x + 2y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(2^x \cdot 4^y) = \log_{\sqrt{2}} 2 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 2^{2y}) = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 2^{2y}) = 2\log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2(2^{x+2y}) = \log_2 2^2 \Leftrightarrow 2^{x+2y} = 2^2 \Leftrightarrow x + 2y = 2$.

Câu 31. Cho $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}\,dx = a\ln 2 + b$ (a và b là các số nguyên). Khi đó giá trị của a là

A. -5. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}\,dx = \int_0^1 \left(-\frac{7}{x-2} - 2\right)dx = (-2x - 7\ln|x-2|)\Big|_0^1 = -2 + 7\ln 2$. Vậy $a = 7$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1 và d

Khi đó (P) đi qua $M(0;-1;0)$ và có cặp véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;2;1)$, $\vec{u} = (1;4;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của (P). Khi đó $\vec{n} = [\overrightarrow{u_1}, \vec{u}] = (-8;3;2)$

Phương trình (P): $-8x + 3y + 2z + 3 = 0$

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d_2 và (P):

$$\begin{cases} -8x + 3y + 2z + 3 = 0 \\ x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow H(1;-1;4).$$

Đường thẳng d đi qua H và có VTCP $\vec{u} = (1;4;-2)$ có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa $(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i$ Mô đun của z bằng

A. 5. **B.** 13. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó:

$(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i \Leftrightarrow (2+i)(a+bi) - 4(a - (b+1)i) = -8 + 19i$

$\Leftrightarrow (2a - b) + (a + 2b)i - 4a + 4(b+1)i = -8 + 19i$, nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases}-2a-b=-8\\a+6b+4=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-b=-8\\a+6b=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$. Vậy $|z|=\sqrt{13}$

Câu 34. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$?

A. $F(x)=2\sqrt{x+1}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$. **C.** $F(x)=\sqrt{x+1}$. **D.** $F(x)=4\sqrt{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{2}{\sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x=\int 2(x+1)^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x=2.\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=4\sqrt{x+1}+C$.

Vậy $F(x)=4\sqrt{x+1}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\(x-1)^2=0\\x+2=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=1\\x=-2\end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên:

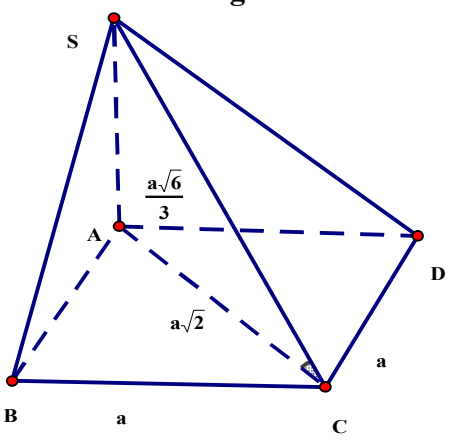
x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(0)$	↗		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải



Chọn D

$AC=a\sqrt{2}$,

AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)\Rightarrow\left(SC,\widehat{(ABCD)}\right)=(\widehat{SC;AC})=\widehat{SCA}$

$\Delta SAC:\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}=\frac{a\sqrt{6}}{3}:\left(a\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=30°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2\,;\,3\,;\,-5)$, $B(-4\,;\,1\,;\,3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=26$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=26$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=26$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=26$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB nên tọa độ của điểm I là: $I(-1\,;\,2\,;\,-1)$.

Vì mặt cầu (S) có đường kính là AB nên bán kính mặt cầu (S) là:

$R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(-4-2)^2+(1-3)^2+(3+5)^2}}{2}=\sqrt{26}$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1\,;\,2\,;\,-1)$ và bán kính $R=\sqrt{26}$ có phương trình:

$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=26$.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $b,c,d,e\in\mathbb{R}$, có các giá trị cực trị là $1,16$ và 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $f'(x)=4x^3+3bx^2+2cx+d$

Giả sử $x_1,x_2,x_3(x_1<x_2<x_3)$ là ba nghiệm phân biệt của $f'(x)$.

Theo giả thiết hàm số $f(x)$ có hệ số $a=1>0$ và có các giá trị cực trị là $1,16$ và 25 nên

$\left[\begin{array}{l}f(x_2)=25,f(x_1)=16,f(x_3)=1\\f(x_2)=25,f(x_1)=1,f(x_3)=16\end{array}\right.$

Suy ra diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{x_1}^{x_3}\left|\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{x_2}^{x_3}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{\mathrm{d}(f(x))}{\sqrt{f(x)}}\right|+\left|\int_{x_2}^{x_3}\frac{\mathrm{d}(f(x))}{\sqrt{f(x)}}\right|$$

$$=\left|2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_1}^{x_2}\right|+\left|2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_2}^{x_3}\right|=\left|2\sqrt{f(x_2)}-2\sqrt{f(x_1)}\right|+\left|2\sqrt{f(x_3)}-2\sqrt{f(x_2)}\right|$$

$$=|10-8|+|10-2|=10$$

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\overline{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi,a,b\in R$. Khi đó theo giả thiết ta có hệ.

$$\begin{cases}a^2+b^2=2|2\,a|+4\\\sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b+3)^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+\left(\frac{a-4}{2}\right)^2=4|a|+4\\b=\frac{a-4}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5a^2-8a=16|a|\\b=\frac{a-4}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0,b=-2\\a=\frac{24}{5},b=\frac{2}{5}\\a=-\frac{8}{5},b=-\frac{14}{5}\end{array}\right.$$

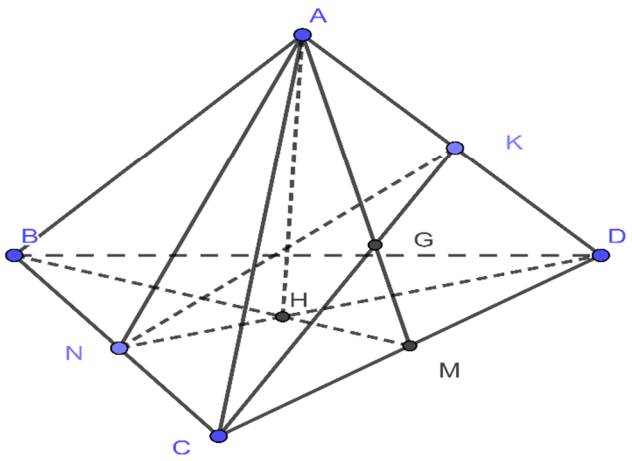
Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a\sqrt{6}$, tam giác ACD đều, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) trùng với trực tâm của tam giác BCD, mặt phẳng (ADH) tạo với mặt phẳng (ACD) một góc 45^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{9a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $\frac{27a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$\left.\begin{matrix} CD \perp BH \\ CD \perp AH \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{CD} \perp (AMB) \Rightarrow CD \perp AM$. Suy ra M là trung điểm của CD.

$BC \perp (AND) \Rightarrow BC \perp AD$. Kẻ $NK \perp AD$ tại K. Suy ra $AD \perp (CNK)$. Suy ra $AD \perp CK$. Suy ra K là trung điểm của AD. Ta có

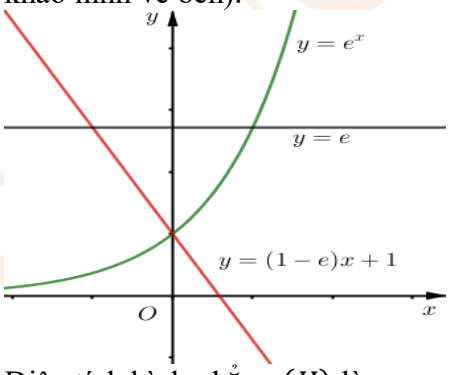
$\big((ADH)\,;\,(ACD)\big) = \widehat{NKC} \rightarrow \widehat{NKC} = 45^0 \Rightarrow \widehat{BKC} = 45^0$.

$\left.\begin{matrix} (BCK) \perp (ACD) \\ (ABM) \perp (ACD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow BG \perp (ACD)$ với G là trọng tâm của tam giác ACD.Suy ra $BA = BC = BD = a\sqrt{6}$. Đặt $AC = x \Rightarrow CG = BG = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $BG^2 + CG^2 = BC^2 \Leftrightarrow \frac{2x^2}{3} = 6a^2 \Rightarrow x = 3a \Rightarrow BG = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.(3a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$.

Câu 41. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = e$, $y = e^x$ và $y = (1-e)x + 1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng (H) là

A. $S = \frac{\text{e}-1}{2}$. **B.** $S = \text{e} + \frac{1}{2}$. **C.** $S = \frac{\text{e}+1}{2}$. **D.** $S = \text{e} + \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e^x$ với đường thẳng $y = e$ là

$\text{e}^x = \text{e} \Leftrightarrow x = 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e^x$ với đường thẳng $y = (1 - \text{e})x + 1$ là

$e^x = (1-e)x + 1 \Leftrightarrow x = 0$.
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e$ với đường thẳng $y = (1-e)x + 1$ là
$e = (1-e)x + 1 \Leftrightarrow x = -1$.
Diện tích hình phẳng (H) là:
$S = \int_{-1}^{0} |e - (1-e)x - 1| dx + \int_{0}^{1} |e - e^x| dx = \left| \int_{-1}^{0} (e - (1-e)x - 1) dx \right| + \left| \int_{0}^{1} (e - e^x) dx \right|$
$= \left| \left((e-1)x - \frac{(1-e)x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^{0} \right| + |(ex - e^x)|_0^1| = \frac{e+1}{2}$.

Cách 2:
Xem x là hàm theo biến y.
Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $x = \ln y$, $x = \frac{1}{1-e}(y-1)$, $y = 1$, $y = e$.
Diện tích hình (H) là:
$S = \int_1^e \left[\ln y - \frac{1}{1-e}(y-1) \right] dy = \underbrace{\int_1^e \ln y dy}_{A} - \underbrace{\frac{1}{1-e} \int_1^e (y-1) dy}_{B}$

$$A = \int_1^e \ln y dy = (y \ln y - y)|_1^e = 1$$

$$B = \frac{1}{1-e} \int_1^e (y-1) dy = \frac{1}{1-e} \left(\frac{y^2}{2} - y \right) \Big|_1^e = \frac{1}{1-e} \left(\frac{e^2}{2} - e + \frac{1}{2} \right) = \frac{1-e}{2}$$

Vậy $S = 1 - \frac{1-e}{2} = \frac{e+1}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất để chọn được số lớn hơn 2020 bằng
A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{36}{49}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{239}{294}$.

Lời giải

Chọn D
Số phần tử của tập hợp S là $n(S) = 7.A_7^3 = 1470$.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{1470}^1 = 1470$.
Gọi A là biến cố để số chọn được lớn hơn 2020.
Giả sử $n = \overline{abcd} \in A$ ta có $n > 2020$ nên có các trường hợp xảy ra như sau:
TH1: $a = 2; b = 0$ thì $c \in \{3;4;5;6;7\}$ nên c có 5 cách chọn và d có 5 cách chọn.
Do đó trường hợp này có $1.1.5.5 = 25$ số.
TH2: $a = 2; b \in \{1;3;4;5;6;7\}$ thì $\overline{cd}$ có A_5^2 cách chọn và sắp xếp.
Do đó trường hợp này có $1.6.A_5^2 = 120$ số.
TH3: $a \in \{3;4;5;6;7\}$ thì $\overline{bcd}$ có A_7^3 cách chọn và sắp xếp.
Do đó trường hợp này có $5.A_7^3 = 1050$ số.
Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 25 + 120 + 1050 = 1195$.
Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1195}{1470} = \frac{239}{294}$.

Câu 43. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} = 2\sqrt{5}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.
A. $T = \frac{3\pi}{4}$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = 4\pi$. **D.** $T = 2\pi$.

Lời giải

Chọn C
Ta có : $5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} + 5^{1-\sin^2 x} = 2\sqrt{5}$.
Đặt $t = 5^{\sin^2 x}$; $t \in [1;5]$.
Phương trình trở thành: $t + \frac{5}{t} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{5}t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{5}$.
Khi đó: $5^{\sin^2 x} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Vì $x \in [0;2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}$.

Suy ra: $T = \frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{4} = 4\pi$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0\,;\,2020)$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1\,;\,0)$?

A. 2015. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $g(x) = f(x^2 - x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1\,;\,0)$

$\Leftrightarrow g'(x) = (2x-1).f'(x^2 - x + m) \le 0\ \forall x \in (-1\,;\,0)$

$\Leftrightarrow f'(x^2 - x + m) \ge 0\ \forall x \in (-1\,;\,0)$ (do) $2x - 1 < 0\ \forall x \in (-1\,;\,0)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x + m \le 1 \\ x^2 - x + m \ge 4 \end{array}\right. \forall x \in (-1\,;\,0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 1 \le -x^2 + x \\ m - 4 \ge -x^2 + x \end{array}\right. \forall x \in (-1\,;\,0)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 1 \le \min\limits_{[-1\,;\,0]} (h(x) = -x^2 + x) = h(-1) = -2 \\ m - 4 \ge \max\limits_{[-1\,;\,0]} (h(x) = -x^2 + x) = h(0) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m \in (0\,;\,2020)$, suy ra: $m \in [4\,;\,2020)$.

Vậy có 2016 giá trị m nguyên thỏa đề.

Câu 45. Xét các số thực thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$ gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9 **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$2^{x^2+y^2+1} \le (x^2 + y^2 - 2x + 2).4^x$

$2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2 + y^2 - 2x + 2$

$2^{(x-1)^2+y^2} - [(x-1)^2 + y^2] - 1 \le 0 (1)$

Đặt $t = (x-1)^2 + y^2$

$(1) \Leftrightarrow 2^t - t - 1 \le 0 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \le 1$

$P = \frac{8x+4}{2x-y+1} \Rightarrow (2P-8).x - P.y + (P-4) = 0$

Yêu cầu bài toán tương đương:

$\frac{|2P-8+P-4|}{\sqrt{(2P-8)^2+P^2}} \le 1 \Leftrightarrow |3P-12| \le \sqrt{(2P-8)^2 + P^2} \Leftrightarrow 5 - \sqrt{5} \le P \le 5 + \sqrt{5}$

Câu 46. Người ta làm một chiếc vòng tròn bằng bạc, biết đường kính ngoài của chiếc vòng bạc là $70\ cm$, đường kính trong là $50\ cm$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của vòng bạc là

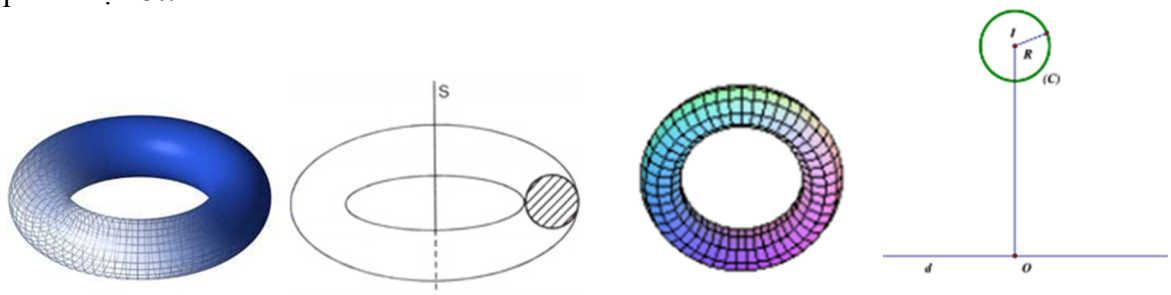


A. $1500\pi\ cm^3$. **B.** $1500\pi\ cm^3$. **C.** $1500\pi^2 cm^3$. **D.** $9000\pi^2 cm^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có bán kính ngoài của chiếc vòng bạc là $35\ cm$, bán kính trong là $25\ cm$.
Để tính thể tích của vòng bạc ta coi nó là hình tròn xoay sinh ra bằng cách quay một hình tròn xung quanh trục Ox.



Bán kính của hình tròn này bằng $R = (35-25):2 = 5cm$.
Tâm của hình tròn là $I(0\,;30)$.
Phương trình của đường tròn là $x^2 + (y-30)^2 = 25\ (C)$.
$\Rightarrow y = 30 \pm \sqrt{25-x^2}$.
Khi đó thể tích của vòng bạc được sinh ra bởi hình phẳng tạo bởi 2 đường cong
$f_1(x) = 30 + \sqrt{25-x^2}$ và $f_2(x) = 30 - \sqrt{25-x^2}$, $x \in [-5\,;5]$ quay quanh trục Ox.
Vậy thể tích của vòng bạc bằng:
$V = \pi \int_{-5}^{5} y^2\,dx = \pi \int_{-5}^{5} \left[\left(30+\sqrt{25-x^2}\right)^2 - \left(30-\sqrt{25-x^2}\right)^2\right] dx = 120\pi \int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx$.
Đặt $x = 5\sin t \Rightarrow dx = 5\cos t.\,dt$.
Đổi cận:

x	-5	5
t	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

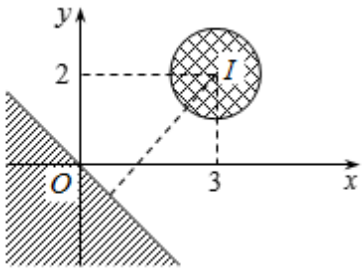
Khi đó $V = 120\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{25-25\sin^2 t}\,.5\cos t.\,\mathrm{d}t = 120.25\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t.\,\mathrm{d}t = 60.25\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2t).\,\mathrm{d}t$
$= 1500\pi \left(t + \frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1500\pi^2 cm^3$.

Câu 47. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z-3-2i| \le 1 \\ |w+1+2i| \le |w-2-i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z-w|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{2}+1$. **B.** $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **D.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Lời giải

Chọn B
Giả sử $z = a+bi; w = x+yi\ (a,b,x,y \in \mathbb{R})$. Ta có
$|z-3-2i| \le 1 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-2)^2 \le 1$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là hình tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R = 1$.
$|w+1+2i| \le |w-2-i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 \le (x-2)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow x+y \le 0$. Suy ra tập hợp điểm N biểu diễn số phức w là nửa mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ (tính cả bờ đường thẳng) (hình vẽ)



Ta có $d(I,\Delta)=\frac{5}{\sqrt{2}}$. Gọi H là hình chiếu của I trên Δ.

Khi đó $|z-w|=MN\geq d(I,\Delta)-R=\frac{5\sqrt{2}}{2}-1$. Suy ra $P_{\min}=\frac{5\sqrt{2}}{2}-1$.

Câu 48. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích bằng $27\ \text{cm}^3$. Tìm tỉ số $\frac{h}{r}$ của chiều cao h và bán kính đáy r của hình nón để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $\frac{h}{r}=\sqrt{2}$. **B.** $\frac{h}{r}=2$. **C.** $\frac{h}{r}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{h}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h\Rightarrow h=\frac{3V}{\pi r^2}$

Suy ra độ dài đường sinh là $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\left(\frac{3V}{\pi r^2}\right)^2+r^2}=\sqrt{\left(\frac{81}{\pi r^2}\right)^2+r^2}=\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}$.

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi diện tích xung quanh của hình nón đạt giá trị nhỏ nhất.

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq}=\pi rl=\pi r\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}=\pi\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^2}+r^4}=\pi\sqrt{\frac{3^8}{2\pi^2r^2}+\frac{3^8}{2\pi^2r^2}+r^4}\geq\pi\sqrt{3\sqrt[3]{\frac{3^8}{2\pi^2r^2}.\frac{3^8}{2\pi^2r^2}.r^4}}$$

$$\Rightarrow S_{xq}\geq\pi\sqrt[6]{\frac{3^{19}}{4\pi^4}}.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của S_{xq} là $\pi\sqrt[6]{\frac{3^{19}}{4\pi^4}}$ khi $\frac{3^8}{2\pi^2r^2}=r^4$ hay $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Vậy $\frac{h}{r}=\frac{3V}{\pi r^3}=\sqrt{2}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ và điểm $A(2;-1;2)$. Gọi d: $\frac{x-3}{-4}=\frac{y-m}{a}=\frac{z+n}{b}$ là đường thẳng đi qua A, tiếp xúc với (S), cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Giá trị của biểu thức $T=a+b+m+n$ bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** 3. **C.** 7. **D.** $\frac{19}{6}$.

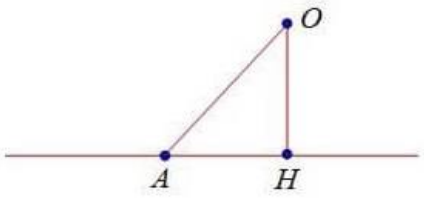
Lời giải

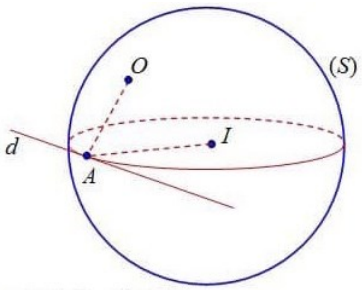
Chọn A

+) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính $R=3$.

+) Dễ dàng kiểm tra được $A(2;-1;2)\in(S)$. Do đó, đường thẳng d đi qua A, tiếp xúc với (S) thì d tiếp xúc với (S) tại A, suy ra $d\perp IA$.

+) Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Khi đó ta có $OH=d(O;d)\leq OA=3$.





Suy ra $\max d(O;d)=3$, đạt được khi $H\equiv A$. Khi đó ta có $d\perp OA$.

+) $\overrightarrow{IA}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{OA}=(2;-1;2)$

$\Rightarrow$ Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_d}=[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{IA}]=(2;-2;-3)$.

Mà d: $\frac{x-3}{-4}=\frac{y-m}{a}=\frac{z+n}{b}\Rightarrow\frac{-4}{2}=\frac{a}{-2}=\frac{b}{-3}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=6\end{cases}$.

Lại có d đi qua $A\Rightarrow\frac{2-3}{-4}=\frac{-1-m}{4}=\frac{2+n}{6}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=-\frac{1}{2}\end{cases}$.

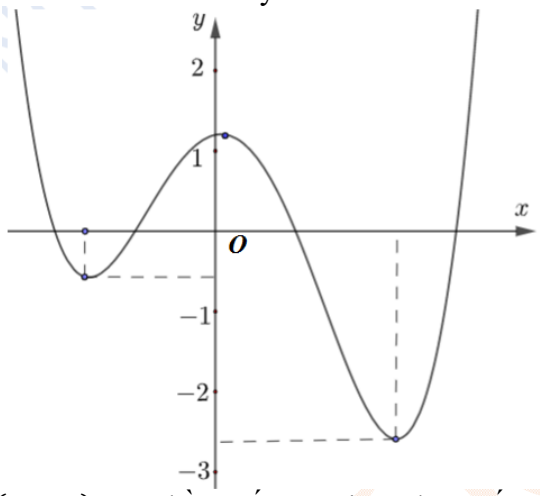
Vậy $T=a+b+m+n=\frac{15}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{5}(x^4-x^3-7x^2+x+6)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|f(x+1)+m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số cực trị của hàm số $y=f(x+1)+m$ bằng số cực trị của hàm số $y=f(x)$

Số nghiệm của phương trình $f(x+1)+m=0$ bằng số nghiệm của phương trình $f(x)+m=0$

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x+1)+m$ có 3 cực trị.

Do đó để hàm số $y=|f(x+1)+m|$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x+1)+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x)+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-m$ tại 4 điểm phân biệt.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-1\end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 018

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(x+1)$.
A. $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. **B.** $D = (-\infty; -1)$. **C.** $D = (-1; +\infty)$. **D.** $D = [-1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$ **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

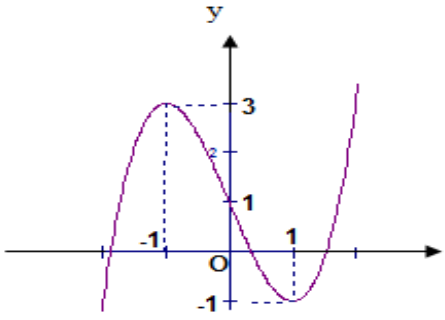
Câu 3. Cho số phức $z = 4 - 3i$.Phần thực phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là
A. $3; 4$. **B.** $-4; 3$. **C.** $4; 3$. **D.** $4; -3$.

Câu 4. Hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Thể tích của khối trụ bằng:
A. $V = 9\pi$. **B.** $V = 18\pi$. **C.** $V = 6\pi$. **D.** $V = 3\pi$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_4 = -24$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. -2. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** -8.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} < 4$ là
A. $(-\infty; 3)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 3)$.
B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.
D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là.
A. $y' = \frac{1}{(x+1).\ln 3}$. **B.** $y' = \frac{1}{x+1}$. **C.** $y' = \frac{1}{\ln 3}$. **D.** $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?
A. $M(4;\ 5)$. **B.** $P(-3;\ 4)$. **C.** $Q(5;\ 4)$. **D.** $N(4;\ -3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ đi qua điểm $M(a; -2; 0)$. Giá trị của a là

A. $a=0$. **B.** $a=-2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=2$.

Câu 11. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x^2+1}$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao bằng 3 cm, diện tích đáy bằng 11 cm^2 thì có thể tích bằng

A. 14 cm^3. **B.** 33 cm^3. **C.** 8 cm^3. **D.** 11 cm^3.

Câu 13. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x+1}$ với trục tung là

A. $(-3\,;\,0)$. **B.** $(0\,;\,-1)$. **C.** $(0\,;\,3)$. **D.** $(3\,;\,1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R.

A. $I(1;-2;3); R=\sqrt{14}$. **B.** $I(-1;2;-3); R=\sqrt{14}$.

C. $I(-1;2;-3); R=14$. **D.** $I(1;-2;3); R=14$.

Câu 15. Cho a,b,c,x là các số thực dương sao cho $\ln x=2\ln a-3\ln b+\frac{1}{2}\ln c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x=\frac{ac}{3b}$. **B.** $x=\frac{a^2+\sqrt{c}}{b^3}$. **C.** $x=2a-3b+\frac{1}{2}c$. **D.** $x=\frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 17. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2019^x+2020x$ là

A. $\frac{2019^x}{\ln 2019}+2020x^2+C$. **B.** $\frac{2019^x}{\ln 2019}+1010x^2+C$.

C. $2019^x+1010x^2+C$. **D.** $2019^x+2020x+C$.

Câu 18. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(3;0;1)$, $\vec{v}=(-1;2;-2)$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tương ứng là

A. $(1;-3;5)$. **B.** $(-2;5;6)$. **C.** $(2;-5;-6)$. **D.** $(3;-1;0)$.

Câu 19. Cho số phức $z=-7+5i$. Phần ảo của số phức z là

A. $5i$. **B.** 5. **C.** -2. **D.** 7.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-3y-2z-6=0$. Vectơ nào không phải là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{n}_1=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{n}_2=(1;3;2)$. **D.** $\vec{n}_3=(-2;6;4)$.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{5}$ và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $S=12\sqrt{5}\pi$. **B.** $S=20\pi$. **C.** $S=10\sqrt{5}\pi$. **D.** $S=6\sqrt{5}\pi$.

Câu 22. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 9000. **B.** 4536. **C.** 10000. **D.** 5040.

Câu 23. Phương trình $\log_3(5x+2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{7}{5}$. **B.** $x=\frac{25}{3}$. **C.** $x=\frac{29}{5}$. **D.** $x=5$.

Câu 24. Cho $\int_1^5 f(x)dx=6$ và $\int_1^5 g(x)dx=8$. Giá trị của $\int_1^5[4f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. 12 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 14

Câu 25. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.
C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-4x^2+1$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.
A. $I=36$. **B.** $I=4$. **C.** $I=8$. **D.** $I=12$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là
A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 28. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng
A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 29. Tính $\int \sin 3x.\sin 2x.dx$.
A. $\sin x+\sin 5x+C$ **B.** $\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{10}\cos 5x+C$
C. $\frac{1}{2}\sin x-\frac{1}{10}\sin 5x+C$ **D.** $-\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{10}\sin 5x+C$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) gồm 89 số hạng thỏa mãn $u_n=\tan n°$, $\forall n\in\mathbb{N}$, $1\le n\le 89$. Gọi P là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức $\log P$ là
A. 89. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 10.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a. Góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và SC .
A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Câu 32. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O (gốc tọa độ), $A(2\,;\,0\,;\,2)$, $B(\sqrt{5}\,;\,1\,;\,2)$, $C(-2\,;\,1\,;\,3)$.
A. $x^2+y^2+z^2-10=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2y-4z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x+y-21=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-x-3=0$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức z_1z_2 bằng
A. 4. **B.** $4i$. **C.** -1. **D.** $-i$.

Câu 34. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a, 4a$ và chiều cao khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng
A. $V=36a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=72a^3$. **D.** $V=27a^3$.

Câu 35. Tính tích phân $I=\int_0^1\frac{(x+4)\mathrm{d}x}{x^2+3x+2}$
A. $2\ln 5-2\ln 3$. **B.** $5\ln 2-3\ln 2$. **C.** $5\ln 2+2\ln 3$. **D.** $5\ln 2-2\ln 3$.

Câu 36. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$ và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là
A. Δ: $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** Δ: $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| = 5$ và $|z-2i| = |z-2-2i|$. Tính $|z|$

A. $|z| = 10$. **B.** $|z| = 17$. **C.** $|z| = \sqrt{17}$. **D.** $|z| = \sqrt{10}$.

Câu 39. Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}+1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 9.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{49}{81}$. **C.** $\frac{250}{567}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

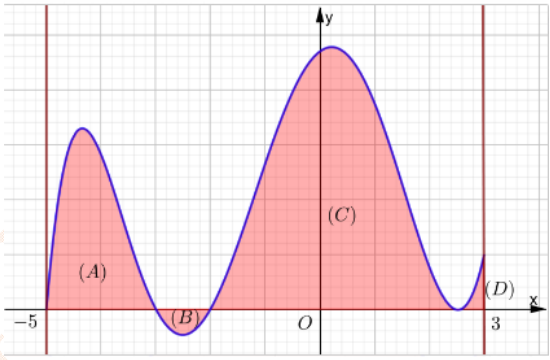
Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 6\,cm, AC = 8\,cm$. Tam giác ABD vuông tại B, tam giác ACD vuông tại C, góc giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$?

A. $V = 32$. **B.** $V = 64$. **C.** $V = 32\sqrt{2}$. **D.** $V = 64\sqrt{2}$.

Câu 42. Số giá trị nguyên thuộc $[-4;3]$ của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\cos x - m}{\cos x + m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int_{-3}^{1}(2f(2x+1)+1)dx$ bằng



A. 25. **B.** 17. **C.** 21. **D.** 27.

Câu 44. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x-1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng?

A. $\frac{\pi}{2} - 1$. **B.** $\frac{\pi}{4} - 1$. **C.** $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\pi-1}{2}$.

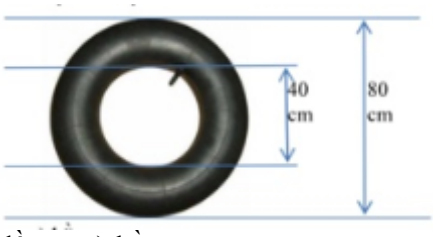
Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên $x; y$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_4(512x+768) + 2x - 1 = 2y + 16^y$?

A. 2019. **B.** 0. **C.** 2020. **D.** 1.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, đường thẳng $d: \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Câu 47. Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau:



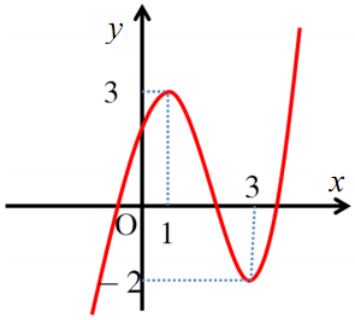
Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng:

A. $6000\pi(cm^3)$. **B.** $6000\pi^2(cm^3)$. **C.** $3000\pi^2(cm^3)$. **D.** $3000\pi(cm^3)$.

Câu 48. Cho hình nón đỉnh S, mặt phẳng (P) đi qua S tạo với mặt phẳng chứa mặt đáy của hình nón một góc 60^0 và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác có diện tích bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Thể tích nhỏ nhất của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi}{9}$. **B.** $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và xác định trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ dưới. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(|x| + m)$có 5 điểm cực trị.



A. -211. **B.** -209. **C.** -210. **D.** -212.

Câu 50. Cho các số phức z, w thỏa mãn $z - w = 3 + 4i$, $|z + 2w| = 10$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z| + |w|$.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	A	A	A	D	A	B	D	C	D	C	A	D	D	B	B	B	C	D	A	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	D	C	C	A	B	A	A	D	B	A	D	A	B	B	B	C	C	B	B	B	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(x+1)$.

A. $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. **B.** $D = (-\infty; -1)$. **C.** $D = (-1; +\infty)$. **D.** $D = [-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log(x+1)$ xác định khi $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định $D = (-1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$ **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Vì trên $(0; 1)$hàm số có đạo hàm mang dấu âm.

Câu 3. Cho số phức $z = 4 - 3i$.Phần thực phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. $3; 4$. **B.** $-4; 3$. **C.** $4; 3$. **D.** $4; -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 4 - 3i \Rightarrow \overline{z} = 4 + 3i$. Do đó số phức $\overline{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là : 4 ;3.

Câu 4. Hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Thể tích của khối trụ bằng:

A. $V = 9\pi$. **B.** $V = 18\pi$. **C.** $V = 6\pi$. **D.** $V = 3\pi$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi.3.l = 6\pi \Leftrightarrow l = 1 = h$.

Thể tích của khối trụ bằng: $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.1 = 9\pi$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_4 = -24$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** -8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} \Leftrightarrow q^3 = \frac{-24}{3} \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} < 4$ là

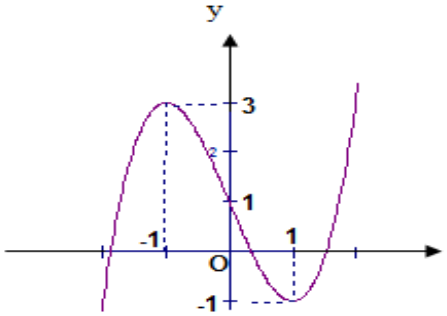
A. $(-\infty; 3)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$2^{x-1} < 4 \Leftrightarrow 2^{x-1} < 2^2 \Leftrightarrow x - 1 < 2 \Leftrightarrow x < 3.$

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 3)$.

B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.

D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$ và điểm cực đại là $(-1; 3)$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x + 1)$ là.

A. $y' = \frac{1}{(x+1).\ln 3}$. **B.** $y' = \frac{1}{x+1}$. **C.** $y' = \frac{1}{\ln 3}$. **D.** $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{(x+1)'}{(x+1).\ln 3} = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(4;\ 5)$. **B.** $P(-3;\ 4)$. **C.** $Q(5;\ 4)$. **D.** $N(4;\ -3)$.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ta có, $z = (1 + 2i)^2$ hay $z = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $P(-3;\ 4)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ đi qua điểm $M(a; -2; 0)$. Giá trị của a là

A. $a = 0$. **B.** $a = -2$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M \in d \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-2+1}{-1} = \frac{0-2}{-2} \Rightarrow a = 2$

Câu 11. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao bằng 3 cm, diện tích đáy bằng 11 cm^2 thì có thể tích bằng

A. 14 cm^3. **B.** 33 cm^3. **C.** 8 cm^3. **D.** 11 cm^3.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp: $V = \frac{Bh}{3} = 11\ \text{cm}^3$.

Câu 13. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ với trục tung là

A. $(-3\ ;\ 0)$. **B.** $(0\ ;\ -1)$. **C.** $(0\ ;\ 3)$. **D.** $(3\ ;\ 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y(0) = 3$.

$\Rightarrow$ Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ với trục tung là điểm $(0\ ;\ 3)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R.

A. $I(1;-2;3); R = \sqrt{14}$. **B.** $I(-1;2;-3); R = \sqrt{14}$.

C. $I(-1;2;-3); R = 14$. **D.** $I(1;-2;3); R = 14$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu đã cho tương đương với phương trình sau:

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Vậy mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{14}$.

Câu 15. Cho a, b, c, x là các số thực dương sao cho $\ln x = 2\ln a - 3\ln b + \frac{1}{2}\ln c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x = \frac{ac}{3b}$. **B.** $x = \frac{a^2+\sqrt{c}}{b^3}$. **C.** $x = 2a - 3b + \frac{1}{2}c$. **D.** $x = \frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln x = 2\ln a - 3\ln b + \frac{1}{2}\ln c \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(\frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Câu 17. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2019^x + 2020x$ là

A. $\frac{2019^x}{\ln 2019} + 2020x^2 + C$. **B.** $\frac{2019^x}{\ln 2019} + 1010x^2 + C$.

C. $2019^x + 1010x^2 + C$. **D.** $2019^x + 2020x + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int (2019^x + 2020x)\mathrm{d}x = \frac{2019^x}{\ln 2019} + 1010x^2 + C$.

Câu 18. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(3;0;1)$, $\vec{v}=(-1;2;-2)$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tương ứng là

A. $(1;-3;5)$. **B.** $(-2;5;6)$. **C.** $(2;-5;-6)$. **D.** $(3;-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

• Ta có: $[\vec{u},\vec{v}]=(-2;5;6)$.

Câu 19. Cho số phức $z=-7+5i$. Phần ảo của số phức z là

A. $5i$. **B.** 5. **C.** -2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Số phức có dạng $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Với a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x-3y-2z-6=0$. Vectơ nào không phải là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{n}_1=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{n}_2=(1;3;2)$. **D.** $\vec{n}_3=(-2;6;4)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon x-3y-2z-6=0$

Suy ra vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}(1;-3;-2)$.

Các vecto: $\vec{n}_1=(-1;3;2)$, $\vec{n}_3=(-2;6;4)$ cùng phương với vecto $\vec{n}(1;-3;-2)$ nên cũng là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{5}$ và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $S=12\sqrt{5}\pi$. **B.** $S=20\pi$. **C.** $S=10\sqrt{5}\pi$. **D.** $S=6\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của của hình nón là $S=\pi rl=\pi.\sqrt{5}.6=6\sqrt{5}\pi$.

Câu 22. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 9000. **B.** 4536. **C.** 10000. **D.** 5040.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên cần tìm là $n=\overline{abcd}$, trong đó $a,b,c,d\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ và $a\neq 0$.

Ta có a có 9 cách chọn; b,c,d mỗi số có 10 cách chọn.

Vậy có cả thảy $9.10^3=9000$ số cần tìm.

Câu 23. Phương trình $\log_3(5x+2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{7}{5}$. **B.** $x=\frac{25}{3}$. **C.** $x=\frac{29}{5}$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x>\frac{-2}{5}$.

$\log_3(5x+2)=3\Leftrightarrow 5x+2=3^3\Leftrightarrow x=5(tm)$.

Câu 24. Cho $\int_1^5 f(x)dx=6$ và $\int_1^5 g(x)dx=8$. Giá trị của $\int_1^5[4f(x)-g(x)]dx$ bằng

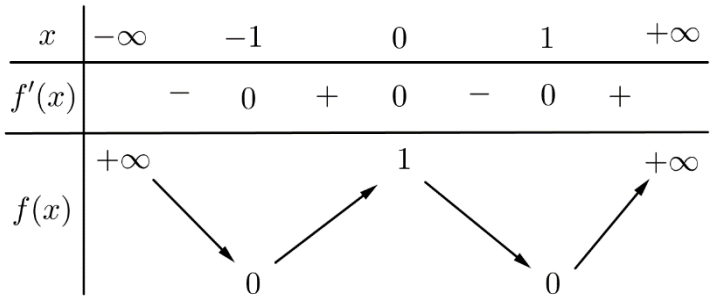
A. 12 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 14

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^5[4f(x)-g(x)]dx=4\int_1^5 f(x)dx-\int_1^5 g(x)dx=4.6-8=16$.

Câu 25. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?



A. $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.
C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-4x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có hệ số a dương → loại đáp án B, D

Đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ → chọn A

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=36$. **B.** $I=4$. **C.** $I=8$. **D.** $I=12$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2+6=8$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

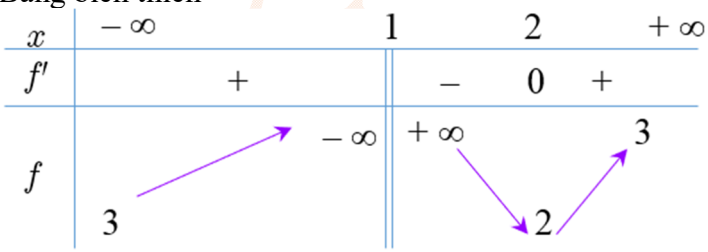
Lời giải

Chọn D

Xét $f(x)=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$.

$f'(x)=\frac{2(x-1)(x-2)}{(x-1)^4}$.

Bảng biến thiên



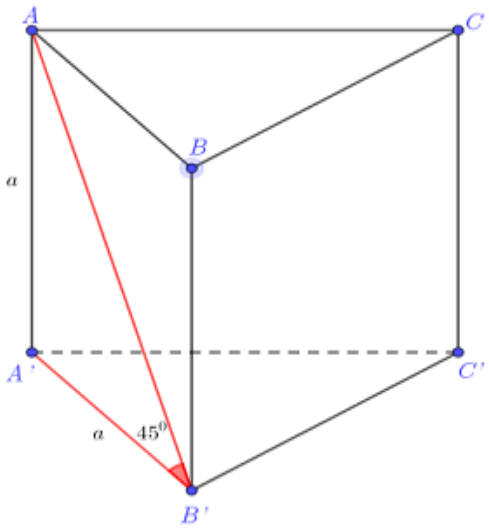
Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2.

Câu 28. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D



+) Ta có $A'B'$ là hình chiếu của AB' lên mặt phẳng $(A'B'C')$

$\Rightarrow \left(AB', \widehat{(A'B'C')}\right) = (\widehat{AB', A'B'}) = \widehat{AB'A'}$.

+) $\Delta AA'B'$ vuông tại A', $AA' = A'B' = a \Rightarrow \Delta AA'B'$ vuông cân tại $A' \Rightarrow \widehat{AB'A'} = 45°$.

Vậy góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $45°$.

Câu 29. Tính $\int \sin 3x.\sin 2x.dx$.

A. $\sin x + \sin 5x + C$ **B.** $\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{10}\cos 5x + C$

C. $\frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{10}\sin 5x + C$ **D.** $-\frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{10}\sin 5x + C$.

Lời giải

Chọn C

+) Áp dụng công thức biến tích thành tổng ta có $\sin 3x.\sin 2x = \frac{1}{2}(\cos x - \cos 5x)$. Do đó

$\int \sin 3x.\sin 2x.dx = \frac{1}{2}\int (\cos x - \cos 5x)dx = \frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{10}\sin 5x + C$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) gồm 89 số hạng thỏa mãn $u_n = \tan n°, \forall n \in \mathbb{N}, 1 \le n \le 89$. Gọi P là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức $\log P$ là

A. 89. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = \tan 1°.\tan 2°...\tan 88°.\tan 89°$

$= (\tan 1°.\tan 89°).(\tan 2°.\tan 88°)....(\tan 44°.\tan 46°).\tan 45° = 1$.

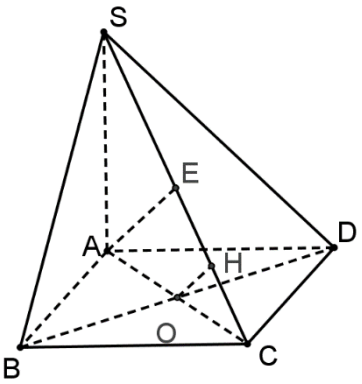
$\Rightarrow \log P = \log 1 = 0$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a. Góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và SC .

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, E, H lần lượt là trung điểm của SC, EC.
Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^o \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại A.
$\Rightarrow AE \perp SC$ và $AE = \frac{1}{2}SC$.
$\Rightarrow OH \perp SC$ (1) và $OH = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{4}SC$.
Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH$ (2).
Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là OH.
Mà $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a \Rightarrow OH = \frac{1}{4}SC = \frac{a}{2}$.
Vậy khoảng cách cần tính là $\frac{a}{2}$.

Câu 32. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O (gốc tọa độ), $A(2\,;\,0\,;\,2), B\left(\sqrt{5}\,;\,1\,;\,2\right), C(-2\,;\,1\,;\,3)$.
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 10 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 21 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - x - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B
Giả sử phương trình mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$.
Điểm $O(0\,;\,0\,;\,0)$ thuộc mặt cầu $\Rightarrow d = 0$.
Điểm $A(2\,;\,0\,;\,2)$ thuộc mặt cầu $\Rightarrow 4 + 4 + 2a + 2c + d = 0 \Leftrightarrow 2a + 2c + d = -8$.
Điểm $B\left(\sqrt{5}\,;\,1\,;\,2\right)$ thuộc mặt cầu $\Rightarrow 5 + 1 + 4 + \sqrt{5}a + b + 2c + d = 0$.
$\Leftrightarrow \sqrt{5}a + b + 2c + d = -10$.
Điểm $C(-2\,;\,1\,;\,3)$ thuộc mặt cầu $\Rightarrow 4 + 1 + 9 - 2a + b + 3c + d = 0 \Leftrightarrow -2a + b + 3c + d = -14$.
Giải hệ $\Rightarrow \begin{cases} 2a + 2c + d = -8 \\ \sqrt{5}a + b + 2c + d = -10 \\ -2a + b + 3c + d = -14 \\ d = 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} a = 0 \\ b = -2 \\ c = -4 \\ d = 0 \end{cases}$.
Vậy phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 0$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng
A. 4. **B.** $4i$. **C.** -1. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn A
Ta có $z_1 z_2 = (3 - i)(-1 + i) = -2 + 4i$.
Vậy phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng 4.

Câu 34. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a, 4a$ và chiều cao khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng
A. $V = 36a^3$. **B.** $V = 12a^3$. **C.** $V = 72a^3$. **D.** $V = 27a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ $V = h.\mathrm{B}$.

Trong đó $h = 6a$.

Diện tích đáy $B = \frac{1}{2}.3a.4a = 6a^2$.

Vậy $V = 6a.6a^2 = 36a^3$

Câu 35. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x+4)\mathrm{d}x}{x^2+3x+2}$

A. $2\ln 5 - 2\ln 3$. **B.** $5\ln 2 - 3\ln 2$. **C.** $5\ln 2 + 2\ln 3$. **D.** $5\ln 2 - 2\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

$I = \int_0^1 \frac{(x+4)\mathrm{d}x}{x^2+3x+2} = \int_0^1 \frac{(x+4)\mathrm{d}x}{(x+1)(x+2)} = \int_0^1 \left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x+2}\right)\mathrm{d}x$

$= (3\ln|x+1| - 2\ln|x+2|)|_0^1$

$= 3\ln 2 - 2\ln 3 + 2\ln 2 = 5\ln 2 - 2\ln 3$

Câu 36. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Suy ra hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. Δ: $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **B.** Δ: $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. Δ: $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **D.** Δ: $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_P} = (1;\ 2;\ 1)$.

Đường thẳng d: $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ có một vectơ chỉ phương: $\overrightarrow{u_d} = (2;\ 1;\ 3)$.

Gọi $(P) \cap d = H \Rightarrow H(1;\ 1;\ 1)$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nhận $\vec{u} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{u_d}] = (5;\ -1;\ -3)$ làm một vectơ chỉ phương và đi qua $H(1;\ 1;\ 1)$.

Phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| = 5$ và $|z - 2i| = |z - 2 - 2i|$. Tính $|z|$

A. $|z| = 10$. **B.** $|z| = 17$. **C.** $|z| = \sqrt{17}$. **D.** $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó:

$* |z+3| = 5 \Leftrightarrow |(x+3) + iy| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 5 \Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 25$. (1)

$* |z - 2i| = |z - 2 - 2i| \Leftrightarrow |x + (y-2)i| = |(x-2) + (y-2)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$$
$$\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x-2)^2+(y-2)^2$$
$\Leftrightarrow -4x+4=0 \Leftrightarrow x=1$. (2)

* Từ (1) và (2). Suy ra: $\begin{cases}x=1\\y^2=9\end{cases}$.

* Ta có: $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$.

Vậy $|z|=\sqrt{10}$.

Câu 39. Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$ có tích các nghiệm bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^x+\frac{1}{\left(\sqrt{2}-1\right)^x}-2\sqrt{2}=0$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^{2x}-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)^x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\sqrt{2}-1\right)^x=1+\sqrt{2}\\\left(\sqrt{2}-1\right)^x=\sqrt{2}-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$$

Vậy tích hai nghiệm của phương trình là -1.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 9.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{49}{81}$. **C.** $\frac{250}{567}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=9A_9^7=1632960$.

Gọi biến cố A: "Số được chọn có mặt chữ số 0 và 9 ".

Gọi $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$ là số cần lập.

Số 0 có 7 cách chọn vị trí.

Số 9 có 7 cách chọn vị trí.

Chọn 6 số trong 8 số còn lại sắp vào 6 vị trí còn trống có $A_8^6=20160$ cách.

Do đó $n(A)=7.7.20160=987840$.

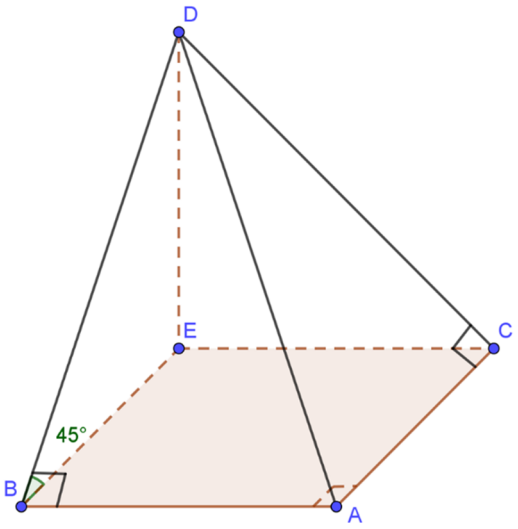
Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{987840}{1632960}=\frac{49}{81}$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác vuông tại A, $AB=6\,cm, AC=8\,cm$. Tam giác ABD vuông tại B, tam giác ACD vuông tại C, góc giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$?

A. $V=32$. **B.** $V=64$. **C.** $V=32\sqrt{2}$. **D.** $V=64\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Vẽ hình chữ nhật $ABEC$.
Ta có:
$\left.\begin{matrix} AB \perp BD \\ AB \perp BE \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (BDE) \Rightarrow DE \perp AB\ (1).$
Tương tự:
$\left.\begin{matrix} AC \perp CD \\ AC \perp EC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \perp (DCE) \Rightarrow DE \perp AC\ (2).$
Từ (1) và (2) suy ra: $DE \perp (ABC)$.
$\Rightarrow \left(\widehat{BD,(ABC)}\right) = \widehat{DBE} = 45^0 \Rightarrow \Delta BED$ vuông cân tại $E \Rightarrow BE = ED = 8\ cm.$
Do đó: $V_{ABCD} = \frac{1}{3}DE.S_{ABC} = \frac{1}{3}.8.\frac{1}{2}.6.8 = 64\ cm^3.$

Câu 42. Số giá trị nguyên thuộc $[-4;3]$ của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\cos x - m}{\cos x + m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B
Sai lầm thường gặp.
Đặt $t = \cos x, x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1).$
Ycbt: $y' = \frac{2m}{(t+m)^2} < 0, \forall t \in (0;1).$

$$\Rightarrow y' = \frac{2m}{(t+m)^2} < 0, \forall t \in (0;1)$$

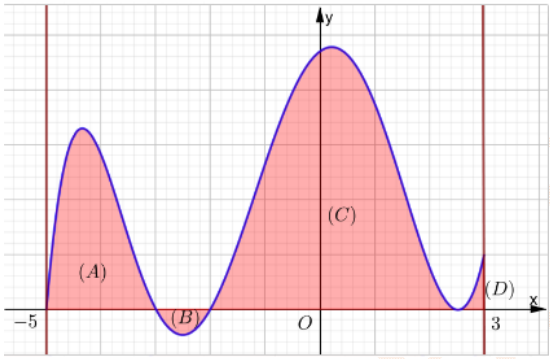
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m < 0 \\ -m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m < 0 \\ \left[\begin{matrix} -m \le 0 \\ -m \ge 1 \end{matrix}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{matrix} m \ge 0 \\ m \le -1 \end{matrix}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1\ddot{}$$

Vì m nguyên thuộc $[-4;3]$ nên $m \in \{-4;-3;-2;-1\}$.
Chọn B
Nguyên nhân sai lầm.
Trong ví dụ này học sinh dễ quên đạo hàm của hàm hợp $(\cos x)'$ d ẫn đến chọn **đáp án A**
Lời giải đúng.
Ycbt: $y' = \frac{2m}{(\cos x+m)^2}(-\sin x) < 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$
Do $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x > 0$, do đó $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{2m}{(\cos x+m)^2} > 0 \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -m \neq \cos x \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} -m \leq 0 \\ -m \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{array}\right. \\ \left[m \leq -1\right. \end{cases} \Leftrightarrow m > 0..$

Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-4;3] \end{cases}$ nên $m \in \{1; \quad 2; 3\}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int_{-3}^{1}(2f(2x+1)+1)dx$ bằng



A. 25. **B.** 17. **C.** 21. **D.** 27.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_{-3}^{1}(2f(2x+1)+1)dx = \int_{-3}^{1} f(2x+1)d(2x+1) + \int_{-3}^{1} dx = \int_{-5}^{3} f(x)dx + 4.$

Mặt khác dựa vào hình vẽ ta có $\int_{-5}^{3} f(x)dx = 6 - 3 + 12 + 2 = 17.$

Vậy $I = \int_{-3}^{1}[2f(2x+1)+1]dx = 17 + 4 = 21.$

Câu 44. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x-1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng?

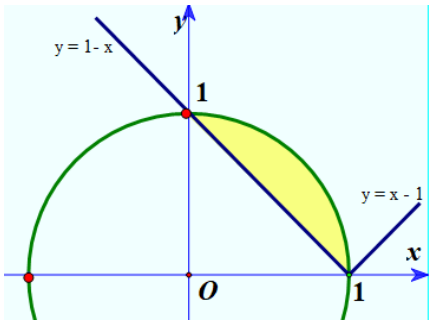
A. $\frac{\pi}{2} - 1.$ **B.** $\frac{\pi}{4} - 1.$ **C.** $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$ **D.** $\frac{\pi-1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

$y = |x-1| = \begin{cases} x-1 \text{ khi } x \geq 1 \\ 1-x \text{ khi } x < 1 \end{cases}.$

$x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$ do chỉ tính nửa trên của đường tròn nên ta lấy $y = \sqrt{1-x^2}$.



Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x-1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ là phần tô màu vàng như hình vẽ.

Cách 1:

Diện tích hình phẳng trên là:

$S = \frac{1}{4}.\pi R^2 - \frac{1}{2}.1.1 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$($\frac{1}{4}$ diện tích hình tròn – diện tích tam giác vuông cân)

Cách 2:

Diện tích hình phẳng trên là:

$S=\int_0^1\left[\sqrt{1-x^2}-(1-x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x+\int_0^1(x-1)\,\mathrm{d}x=I_1+\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^1=I_1-\frac{1}{2}.$

Tính $I_1=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$

Đặt $x=\sin t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right];\ \mathrm{d}x=\cos t.\,\mathrm{d}t.$

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0;\ x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}.$

$$I_1=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2t}\,.\cos t.\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\,\cos t.\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2t.\,\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2t}{2}\mathrm{d}t$$

$=\frac{1}{2}\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}.$

Vậy $S=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}.$

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên $x;y$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$?

A. 2019. **B.** 0. **C.** 2020. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$$
$$\Leftrightarrow\log_4256(2x+3)+2x-1=2y+4^{2y}$$

$\Leftrightarrow\log_4(2x+3)+(2x+3)=2y+4^{2y}.$

Xét hàm số $f(t)=t+4^t$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(t)=1+4^t\ln 4>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $\log_4(2x+3)=2y\Leftrightarrow 2x+3=16^y\Leftrightarrow x=\frac{16^y-3}{2}.$

Vì: $0\le x\le 2020\Leftrightarrow 0\le\frac{16^y-3}{2}\le 2020\Leftrightarrow 3\le 16^y\le 4043\Leftrightarrow\log_{16}3\le y\le\log_{16}4043.$

Mà $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2\}.$

Với $y=1\Rightarrow x=\frac{13}{2}(l).$

Với $y=2\Rightarrow x=\frac{253}{2}(l).$

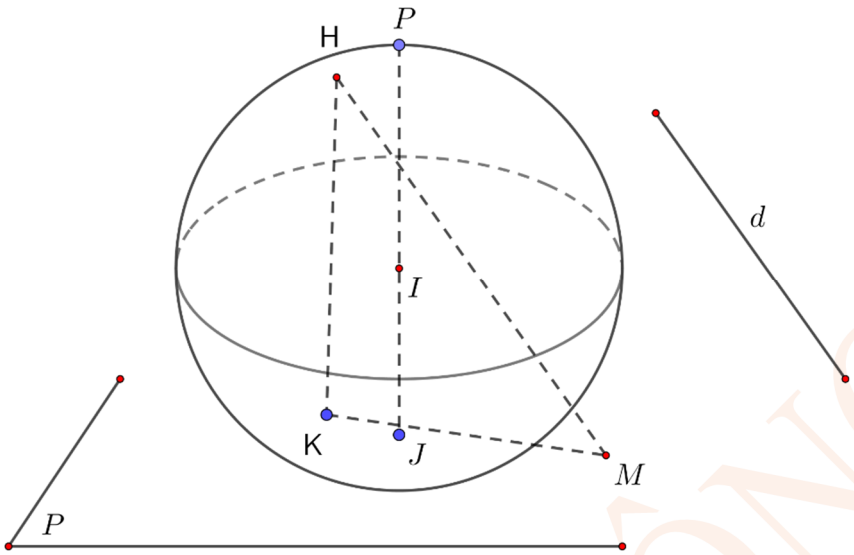
Vậy không có cặp số $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, đường thẳng $d:\frac{x-15}{1}=\frac{y-22}{2}=\frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}.$ **B.** $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}.$ **C.** $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}.$ **D.** $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}.$

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$ và $IH=3$ nên H thuộc mặt cầu (S') tâm I bán kính $R'=3$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, M nằm trên mặt phẳng (P).

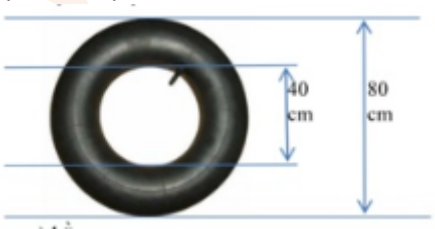
Mặt khác ta có $d\big(I;(P)\big)=\frac{4}{\sqrt{3}}<R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) và $\sin\big(d;(P)\big)=\sin\alpha=\frac{5}{3\sqrt{3}}$. Gọi K là hình chiếu của H lên (P) thì $HK=HM.\sin\alpha$.

Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì HK lớn nhất

$\Leftrightarrow HK$ đi qua I nên $HK_{\max}=R'+d\big(I;(P)\big)=3+\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $AA'+BB'$ lớn nhất bằng $2\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right).\frac{3\sqrt{3}}{5}=\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

Câu 47. Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau:

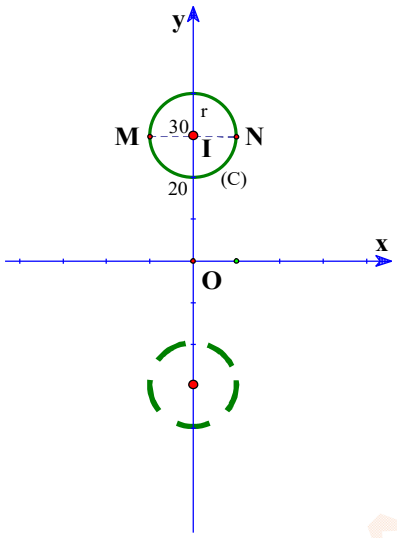


Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng:

A. $6000\pi(cm^3)$. **B.** $6000\pi^2(cm^3)$. **C.** $3000\pi^2(cm^3)$. **D.** $3000\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn B



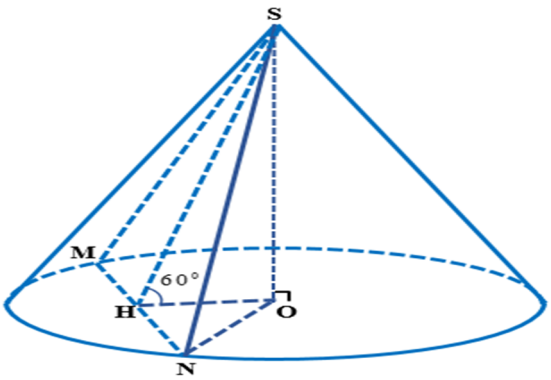
Từ giả thiết suy ra thiết diện của cái phao là đường tròn bán kính bằng $r = 10\ (cm)$.
Gọi tâm của đường tròn là I, ta có I cách tâm của cái phao 1 khoảng bằng $30\ cm$.
Chọn hệ tọa độ có gốc O trùng với tâm của cái phao (như hình vẽ). Gọi (C) là hình tròn tâm $I(0;\ 30)$ và có bán kính $r = 10\ (cm)$.
⇒Cái phao chính là hình tròn xoay thu được khi ta quay hình tròn (C) quanh trục Ox
Ta có phương trình của (C): $x^2 + (y-30)^2 = 100 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$
⇒Phương trình của 2 nửa đường tròn (C) là:
- Cung MN trên: $y = \sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$.
- Cung MN dưới: $y = -\sqrt{100-x^2} + 30\ (-10 \le x \le 10)$.
⇒Thể tích của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình tròn (C) quanh trục Ox, cũng là quay hình phẳng giới hạn bởi 2 cung MN có phương trình như trên $(-10 \le x \le 10)$ quanh trục Ox, thể tích đó bằng:
$V = \pi \int_{-10}^{10} \left[\left(\sqrt{100-x^2}+30\right)^2 - \left(-\sqrt{100-x^2}+30\right)^2\right] \mathrm{d}x = \pi \int_{-10}^{10} 120\sqrt{100-x^2}\ \mathrm{d}x.$
Đặt $x = 10\sin t, -\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$ ta có: $\mathrm{d}x = 10\cos t \mathrm{d}t$, cận t: $\frac{-\pi}{2} \to \frac{\pi}{2}$.
$\Rightarrow V = 120\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 10\cos t.10\cos t\ \mathrm{d}t = 6000\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2t)\ \mathrm{d}t = 6000\pi^2\ (cm^3).$

Câu 48. Cho hình nón đỉnh S, mặt phẳng (P) đi qua S tạo với mặt phẳng chứa mặt đáy của hình nón một góc 60^0 và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác có diện tích bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Thể tích nhỏ nhất của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi}{9}$. **B.** $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

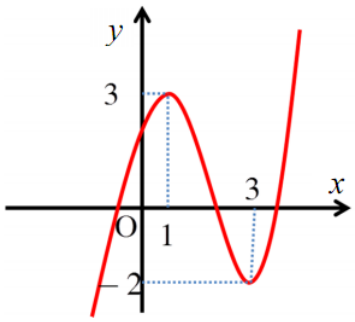
Chọn A



Gọi thiết diện đã cho là tam giác SMN.

H, O lần lượt là trung điểm của MN và tâm của đáy.
h, r lần lượt là chiều cao và bán kính của mặt đáy của hình nón.
Ta có $OH \perp MN$ và $SH \perp MN$ nên suy ra góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (OMN) bằng góc $\widehat{SHO}$. Theo giả thiết suy ra $\widehat{SHO} = 60^0$.
Xét tam giác vuông SHO ta có $OH = SO.\cot 60^0 = \frac{h}{\sqrt{3}}; SH = \frac{h}{\sin 60^0} = \frac{2h}{\sqrt{3}}$.
Xét tam giác vuông HON ta có $HN = \sqrt{r^2 - OH^2} = \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{3}} \Rightarrow MN = 2HN = 2\sqrt{r^2 - \frac{h^2}{3}}$.
Lại có $S_{\Delta SMN} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.MN.SH = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.2.\sqrt{r^2 - \frac{h^2}{3}}.\frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.
$\Leftrightarrow h\sqrt{r^2 - \frac{h^2}{3}} = 1 \Leftrightarrow r^2 = \frac{h^2}{3} + \frac{1}{h^2}$.
Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho là :
$V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^2}{3} + \frac{1}{h^2}\right).h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^3}{3} + \frac{1}{h}\right)$.
Mà $\frac{h^3}{3} + \frac{1}{h} = \frac{h^3}{3} + \frac{1}{3h} + \frac{1}{3h} + \frac{1}{3h} \geq 4\sqrt[4]{\frac{h^3}{3}.\left(\frac{1}{3h}\right)^3} = \frac{4}{3}$.
Vậy $V \geq \frac{\pi}{3}.\frac{4}{3} = \frac{4\pi}{9}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \frac{h^3}{3} = \frac{1}{3h} \Leftrightarrow h = 1$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và xác định trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ dưới. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(|x| + m)$có 5 điểm cực trị.



A. -211. **B.** -209. **C.** -210. **D.** -212.

Lời giải

Chọn C
•Hàm số $y = f(x)$có 2 điểm cực trị là $x = 1;\ x = 3$
Suy ra, điểm cực trị của hàm số $y = f(x + m)$ là $\left[\begin{array}{l} x + m = 1 \\ x + m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - m \\ x = 3 - m \end{array}\right.$
•Hàm số $y = f(|x| + m)$ có 5 điểm cực trị khi hàm số $y = f(x + m)$ có hai cực trị dương $\Leftrightarrow$
$\left\{\begin{array}{l} 1 - m > 0 \\ 3 - m > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m < 1 \\ m < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m < 1 \Rightarrow m \in \{-20, -19, -18, \ldots, -3, -2, -1, 0\}$.
Suy ra tổng các giá trị nguyên của m là $S = -210$.

Câu 50. Cho các số phức z, w thỏa mãn $z - w = 3 + 4i$, $|z + 2w| = 10$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z| + |w|$.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A
Ta có
$z - w = 3 + 4i \Rightarrow |z - w|^2 = |3 + 4i|^2 = 25$.
$\Rightarrow |z|^2 + |w|^2 - (z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 25$.
$|z + 2w| = 10 \Leftrightarrow |z + 2w|^2 = 100, (1)$.
$\Rightarrow |z|^2 + 4|w|^2 - 2(z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 100, (2)$.
Từ (1) và $(2) \Rightarrow 3|z|^2 + 6|w|^2 = 150$.

$$P = |z| + |w| \le \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)(2|z|^2 + 6|w|^2)} = 5\sqrt{3}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 019

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

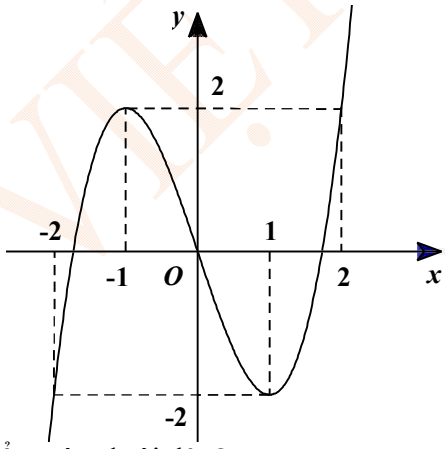
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$	↗	2
			$-\infty$		

A. x^3+3x^2+4. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=\frac{x+3}{x+1}$.

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2=2$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

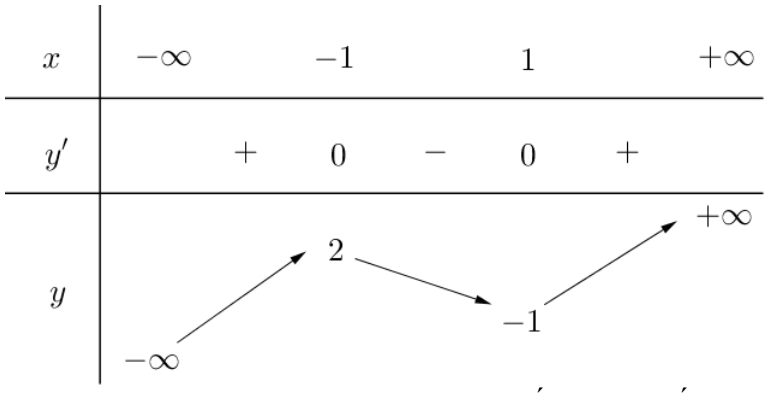
Câu 4. Số phức z nào sau đây thỏa $|z|=\sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

A. $z=\sqrt{2}+\sqrt{3}i$. **B.** $z=5i$. **C.** $z=-\sqrt{5}i$. **D.** $z=\sqrt{5}$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3+i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng

A. $4i$. **B.** 3. **C.** $3i$. **D.** 4.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 7. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$ thì $\log_{a^4}b$ bằng
A. $4\log_a b$. **B.** $\frac{1}{4}+\log_a b$. **C.** $4+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{4}\log_a b$.

Câu 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(0)-F(1)$ bằng
A. $\int_0^1 -F(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1 -f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 -F(x)\mathrm{d}x$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng
A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1}>27$ là
A. $(-\infty;4)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?
A. $\vec{n}_4=(1;2;0)$. **B.** $\vec{n}_1=(1;-2;2)$. **C.** $\vec{n}_2=(-1;2;-2)$. **D.** $\vec{n}_3=(1;-2;0)$.

Câu 13. Một tổ có 7 thành viên nam và 6 thành viên nữ. Có bao nhiêu cách để chọn một đôi nam và nữ từ tổ trên?
A. 6 cách. **B.** 13 cách. **C.** 7 cách. **D.** 42 cách.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=8e^{4x-2018}$ là
A. $2e^{4x-2018}+C$. **B.** $32e^{4x-2018}+C$. **C.** $2e^{4x+C}-2018$. **D.** $8e^{4x-2018}+C$.

Câu 15. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. (C) không cắt trục hoành. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 16. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 4π. **B.** 16π. **C.** 48π. **D.** 36π.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+t\\y=2-4t\\z=3-5t\end{cases}$. Hỏi d đi qua điểm nào dưới đây?
A. $(1;-4;-5)$. **B.** $(3;6;8)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(0;6;8)$.

Câu 18. Tích phân $\int_0^{2019} e^x dx$ có giá trị bằng:
A. e^{2019} **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $e^{2019}-1$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.
A. $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{2x+1}$.
C. $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{2x+1}$.

Câu 20. Tập $(1;4)$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?
A. $y=\log_2(4-x)$. **B.** $y=\log_5(-x^2+5x-4)$.

C. $y=\log_{0.5}(x-4)$. **D.** $y=\log_3(4x-1)$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1-i$. Điểm biểu diễn số phức z_1-z_2 là điểm nào dưới đây?

A. $N(1;2)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $P(2;1)$. **D.** $Q(1;-2)$.

Câu 22. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Câu 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1-2x}{2-x}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 24. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=4\text{cm}$ và đường sinh $l=5\text{cm}$ bằng:

A. $40\pi\text{cm}^2$. **B.** $100\pi\text{cm}^2$. **C.** $80\pi\text{cm}^2$. **D.** $20\pi\text{cm}^2$.

Câu 25. Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1=7; u_4=189$. Tìm công bội q của cấp số nhân.

A. $q=2$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=3$. **D.** $q=\frac{1}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-4y+8z=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(-2;2;-4)$. **C.** $(-4;4;-8)$. **D.** $(4;-4;8)$.

Câu 27. Tính $I=\int_0^1 \frac{dx}{x^2-5x+6}$

A. $I=\ln\frac{4}{3}$. **B.** $I=\ln\frac{3}{4}$. **C.** $I=-\ln 2$. **D.** $I=\ln 2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-2y-2z-4=0$. **B.** $2x-2y-2z+4=0$.

C. $3x-6y+8z-54=0$. **D.** $x-6y+8z-50=0$.

Câu 29. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy là tam giác đều cạnh a. Tính chiều cao h của khối lăng trụ.

A. $h=a$. **B.** $h=4a$. **C.** $h=3a$. **D.** $h=2a$.

Câu 30. Cho a,b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b-8\log_b\left(a\sqrt[3]{b}\right)=-\frac{8}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2019$.

A. 2022. **B.** 2018. **C.** 2021. **D.** 2020.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-3=0$, phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), cắt d và vuông góc với d là

A. $\begin{cases}z=-2-2t\\y=-1-5t.\\z=5-6t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}z=-2+2t\\y=-1+5t.\\z=5-6t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}z=-2-2t\\y=1-5t\\z=5+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}z=2-2t\\y=1-5t\\z=-5-6t\end{cases}$.

Câu 32. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$ khi $x>0$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 33. Hàm số $F(x)=\ln|\sin x-3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(x)=\frac{\cos x+3\sin x}{\sin x-3\cos x}$. **B.** $f(x)=\cos x+3\sin x$.

C. $f(x)=\frac{\sin x-3\cos x}{\cos x+3\sin x}$. **D.** $f(x)=\frac{-\cos x-3\sin x}{\sin x-3\cos x}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

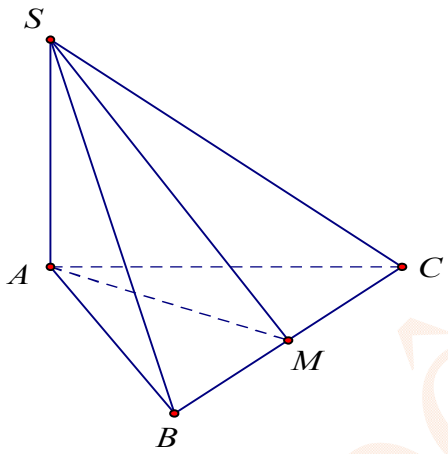
Câu 35. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA=OB=OC=3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Phần thực của số phức $z=(1+2i)+\frac{i}{1+i}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{3a}{2}$ (minh họa như hình vẽ). M là trung điểm của BC, góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 38. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{71}{12}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Câu 39. Có 7 chiếc ghế được kê thành hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh gồm 3 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 12 vào hàng ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để mỗi học sinh luôn ngồi cạnh ít nhất với một bạn cùng khối bằng

A. $\frac{8}{35}$. **B.** $\frac{6}{35}$. **C.** $\frac{3}{35}$. **D.** $\frac{12}{35}$.

Câu 40. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x+m$ $(m\geq 1)$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=2$.

A. $S=2m+\frac{2}{3}$. **B.** $S=2m-\frac{2}{3}$. **C.** $S=2m-\frac{4}{3}$. **D.** $S=2m+\frac{4}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^4(x^2+mx+9)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương của m để hàm số $g(x)=f(3-x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 42. Số nghiệm của phương trình $(\mathrm{e}^x-x-4)^3-12(\mathrm{e}^x-x)+40=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $AB=a$, $\widehat{BAD}=60°$, $SO\perp(ABCD)$, mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy góc $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 45. Một bình hoa dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-\sin x+2$ và trục Ox (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Biết đáy bình hoa là hình tròn có bán kính bằng 2 dm, miệng bình hoa là đường tròn bán kính bằng 1.5 dm. Bỏ qua độ dày của bình hoa, Thể tích của bình hoa gần với giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. 102 dm^3. **B.** 103 dm^3. **C.** 100 dm^3. **D.** 104 dm^3.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90^o. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $K(3;0;15)$. **B.** $J(-3;2;7)$. **C.** $H(-2;-1;3)$. **D.** $I(-1;-2;3)$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-mx^3+\frac{3}{2}(m^2-1)x^2+(1-m^2)x+2022$ với m là tham số thực. Biết rằng hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực trị lớn hơn 5 khi $a<m^2<b+2\sqrt{c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 18 **C.** 8. **D.** 4.

Câu 48. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V=9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R.

A. $R=3a$. **B.** $R=\frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $R=\frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{9}a$.

Câu 49. Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)|z^2-2iz-1|=\frac{2019\bar{z}+2019i}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. Đáp án khác. **B.** $\frac{2019\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2019\sqrt{2}}{2}$. **D.** 2019.

Câu 50. Trong tất cả các nghiệm của bất phương trình $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\geq 1$, gọi $(x_0;y_0)$ là nghiệm sao cho $S=2x_0+3y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, biểu thức $3y_0-2x_0$ có giá trị bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 4.

---------- HẾT ----------

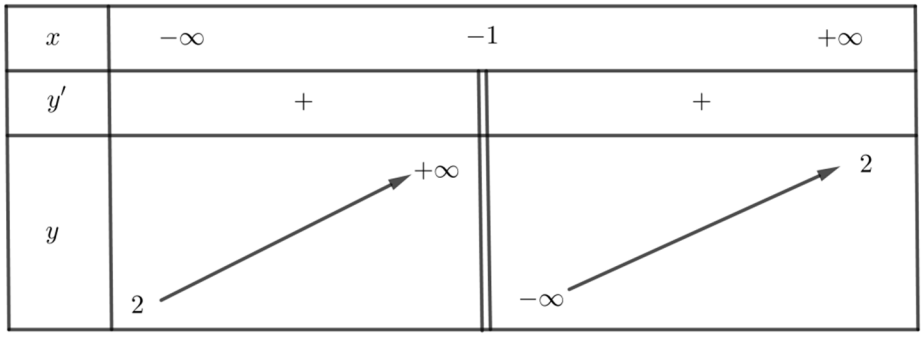
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	C	B	C	D	B	B	C	C	D	D	A	B	B	D	D	A	B	A	A	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	B	C	A	D	A	C	D	B	D	C	C	B	A	A	D	C	B	D	C	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. x^3+3x^2+4. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=\frac{x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên trên ta thấy đây là bảng biến thiên của hàm phân thức hữu tỷ, do đó loại A và

C

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$ nên đồ thị hàm số đã cho có duy nhất tiệm cận ngang $y=2$.

$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=1$.

Xét Chọn B:

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+3}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{1+\frac{1}{x}}=1$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow$ loại đáp án

B

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2=2$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

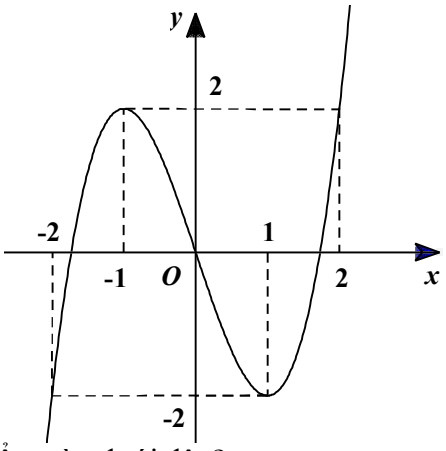
Chọn A

Điều kiện $x\neq1$

Ta có $\log(x-1)^2=2=\log10^2\Leftrightarrow(x-1)^2=100\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=11\\x=-9\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 4. Số phức z nào sau đây thỏa $|z|=\sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

A. $z=\sqrt{2}+\sqrt{3}i$. **B.** $z=5i$. **C.** $z=-\sqrt{5}i$. **D.** $z=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=bi$, với $b\neq 0$, $b\in\mathbb{R}$ là số thuần ảo $\Rightarrow$ loại A,

Ta có $|z|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|b|=\sqrt{5}\Rightarrow$ Chọn C

Câu 5. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3+i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng

A. $4i$. **B.** 3. **C.** $3i$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1+z_2=1+2i+3+i=4+3i$. Số phức z_1+z_2 có phần ảo bằng 3.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên đã cho, ta thấy

□ Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ suy ra A và C sai.

□ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ suy ra B đúng và D sai.

Câu 7. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$ thì $\log_{a^4}b$ bằng

A. $4\log_a b$. **B.** $\frac{1}{4}+\log_a b$. **C.** $4+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{4}\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{a^4} b = \frac{1}{4}\log_a b$

nên chọn Chọn D

Câu 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

A. $\int_0^1 -F(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1 -f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 -F(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 -f(x)\mathrm{d}x = -F(x)\Big|_0^1 = -[F(1) - F(0)] = F(0) - F(1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

Lời giải

Chọn C

$3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} > 3^3 \Leftrightarrow x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy: Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (4;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4 = (1;2;0)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1;-2;2)$. **C.** $\vec{n}_2 = (-1;2;-2)$. **D.** $\vec{n}_3 = (1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (1;-2;0)$.

Câu 13. Một tổ có 7 thành viên nam và 6 thành viên nữ. Có bao nhiêu cách để chọn một đôi nam và nữ từ tổ trên?

A. 6 cách. **B.** 13 cách. **C.** 7 cách. **D.** 42 cách.

Lời giải

Chọn D

Để chọn một đôi nam và nữ từ tổ trên thì:

Chọn 1 thành viên nam có 7 cách chọn.

Chọn 1 thành viên nữ có 6 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân vậy có 7.6 = 42 cách chọn một đôi nam nữ.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8e^{4x-2018}$ là

A. $2e^{4x-2018} + C$. **B.** $32e^{4x-2018} + C$. **C.** $2e^{4x+C} - 2018$. **D.** $8e^{4x-2018} + C$.

Lời giải

Chọn A

• Ta có: $F(x) = \int 8e^{4x-2018}\,\mathrm{d}x = 2e^{4x-2018} + C$.

Câu 15. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (C) không cắt trục hoành. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow x=2$

Vậy (C) cắt trục hoành tại một điểm

Câu 16. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 4π. **B.** 16π. **C.** 48π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi 4^2 3=16\pi$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-4t\\z=3-5t\end{cases}$. Hỏi d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;-4;-5)$. **B.** $(3;6;8)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(0;6;8)$.

Lời giải

Chọn D

Thế từng điểm vào thử

$\begin{cases}1=1+t\\-4=2-4t\\-5=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=\frac{3}{2}\\-5=3-5t\end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm $(1;-4;-5)$ không thuộc d.

$\begin{cases}3=1+t\\6=2-4t\\8=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=-1\\8=3-5t\end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm $(3;6;8)$ không thuộc d.

$\begin{cases}-1=1+t\\2=2-4t\\3=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t=0\\3=3-5t\end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm $(-1;2;3)$ không thuộc d.

$\begin{cases}0=1+t\\6=2-4t\\8=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm $(0;6;8)$ thuộc d.

Câu 18. Tích phân $\int_0^{2019} e^x dx$ có giá trị bằng:

A. e^{2019} **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $e^{2019}-1$.

Lời giải

Chọn D

• $\int_0^{2019} e^x dx=e^x|_0^{2019}=e^{2019}-1$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{2x+1}$.

C. $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 20. Tập $(1;4)$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

A. $y=\log_2(4-x)$. **B.** $y=\log_5(-x^2+5x-4)$.

C. $y=\log_{0.5}(x-4)$. **D.** $y=\log_3(4x-1)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\log_5(-x^2+5x-4)$ có

Điều kiện: $-x^2+5x-4>0 \Leftrightarrow 1<x<4$.

Tập xác định: $(1;4)$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là điểm nào dưới đây?

A. $N(1;2)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $P(2;1)$. **D.** $Q(1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases} \Rightarrow z_1 - z_2 = 1 + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là điểm $N(1;2)$.

Câu 22. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết, thể tích khối chóp được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{2-x}$ là đường thẳng

A. $y = 2$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định hàm số $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty$.

Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

Câu 24. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 4\text{cm}$ và đường sinh $l = 5\text{cm}$ bằng:

A. $40\pi\text{cm}^2$. **B.** $100\pi\text{cm}^2$. **C.** $80\pi\text{cm}^2$. **D.** $20\pi\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi.4.5 = 40\pi\text{cm}^2$.

Câu 25. Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 7; u_4 = 189$. Tìm công bội q của cấp số nhân.

A. $q = 2$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = 3$. **D.** $q = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = \frac{189}{7} = 27 \Rightarrow q = 3$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(-2;2;-4)$. **C.** $(-4;4;-8)$. **D.** $(4;-4;8)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 4y + 4) + (z^2 + 8z + 16) = 24$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 24$.

Khi đó tâm của (S) có tọa độ là $(-2;2;-4)$.

Câu 27. Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2-5x+6}$

A. $I = \ln\frac{4}{3}$. **B.** $I = \ln\frac{3}{4}$. **C.** $I = -\ln 2$. **D.** $I = \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2-5x+6} = \int_0^1 \frac{dx}{(x-2)(x-3)} = \int_0^1 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}\right) dx =$

$= (\ln|x-3| - \ln|x-2|)|_0^1 = \left[\ln\left(\frac{x-3}{x-2}\right)\right]\Big|_0^1 = \ln 2 - \ln\frac{3}{2} = \ln\frac{4}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-2y-2z-4=0$. **B.** $2x-2y-2z+4=0$.

C. $3x-6y+8z-54=0$. **D.** $x-6y+8z-50=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$ có tâm $I(1;-2;5)$ và bán kính $R=3$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A nên (P) đi qua điểm $A(2;-4;3)$ và nhận $\overrightarrow{IA}=(1;-2;-2)$ làm vtpt.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-2)-2(y+4)-2(z-3)=0$ hay $x-2y-2z-4=0$.

Câu 29. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy là tam giác đều cạnh a. Tính chiều cao h của khối lăng trụ.

A. $h=a$. **B.** $h=4a$. **C.** $h=3a$. **D.** $h=2a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích đáy $B=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $V=B.h$, suy ra $h=\frac{V}{B}=4a$.

Vậy chiều cao khối lăng trụ đã cho là $h=4a$.

Câu 30. Cho a,b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b-8\log_b\left(a\sqrt[3]{b}\right)=-\frac{8}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2019$.

A. 2022. **B.** 2018. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a^2 b-8\log_b\left(a\sqrt[3]{b}\right)=-\frac{8}{3}\Leftrightarrow\log_a^2 b-8\left(\log_b a+\frac{1}{3}\log_b b\right)=-\frac{8}{3}$

$\Leftrightarrow\log_a^2 b-\frac{8}{\log_a b}=0\Leftrightarrow\log_a b=2$

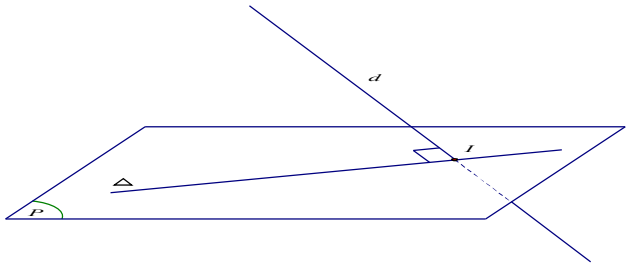
$P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2019=\log_a a+\frac{1}{3}(\log_a a+\log_a b)+2019=1+1+2019=2021.$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z-3=0$, phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), cắt d và vuông góc với d là

A. $\begin{cases}z=-2-2t\\y=-1-5t.\\z=5-6t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}z=-2+2t\\y=-1+5t.\\z=5-6t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}z=-2-2t\\y=1-5t\\z=5+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}z=2-2t\\y=1-5t\\z=-5-6t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d đi qua $M(-1;1;3)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-2)$ nên phương trình tham số của d là: $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+2t\\z=3-2t\end{cases}$.

Gọi $I=\Delta\cap d\Rightarrow\begin{cases}I\in\Delta\\I\in d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I\in(P)\\I\in d\end{cases}\Rightarrow I=d\cap(P)$.

Vì $I \in d \Rightarrow I(-1+t;1+2t;3-2t)$, mà $I \in (P) \Rightarrow t=-1 \Rightarrow I(-2;-1;5)$.
Gọi $\vec{v}$ là vecto chỉ phương của đường thẳng Δ.
Vì $\begin{cases}\Delta \subset (P)\\ \Delta \perp d\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec{v} \perp \vec{n}\\ \vec{v} \perp \vec{u}\end{cases}$ nên ta chọn $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=(-2;-5;-6)$.
Vậy Δ đi qua $I(-2;-1;5)$ và có vecto chỉ phương $\vec{v}=(-2;-5;-6)$ nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}z=-2-2t\\ y=-1-5t.\\ z=5-6t\end{cases}$

Câu 32. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$ khi $x>0$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$.
Ta có $y'=\frac{-3}{x^4}+\frac{1}{x^2}$.
$y'=0 \Leftrightarrow \frac{-3}{x^4}+\frac{1}{x^2}=0 \Leftrightarrow x^2=3 \Leftrightarrow x=\sqrt{3} \in (0;+\infty)$.
Có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$.
Lập bảng biến thiên của hàm số trên $(0;+\infty)$, ta được:

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$\frac{-2\sqrt{3}}{9}$	↗	0

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $(0;+\infty)$ bằng $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 33. Hàm số $F(x)=\ln|\sin x-3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(x)=\frac{\cos x+3\sin x}{\sin x-3\cos x}$. **B.** $f(x)=\cos x+3\sin x$.
C. $f(x)=\frac{\sin x-3\cos x}{\cos x+3\sin x}$. **D.** $f(x)=\frac{-\cos x-3\sin x}{\sin x-3\cos x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=F'(x)=(\ln|\sin x-3\cos x|)'=\frac{\cos x+3\sin x}{\sin x-3\cos x}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

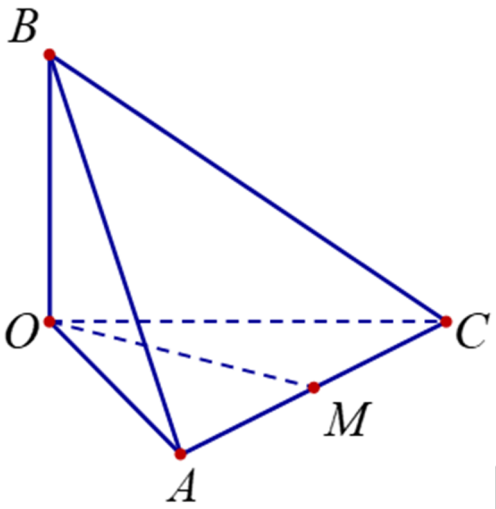
Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-2\end{array}\right.$.
Vì $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm đơn, $x=2$ là nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các nghiệm này.
Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 35. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA=OB=OC=3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB.

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow AC \perp OM \Rightarrow OM$ là đường vuông góc chung của AC và OB, $AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Phần thực của số phức $z = (1+2i) + \frac{i}{1+i}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

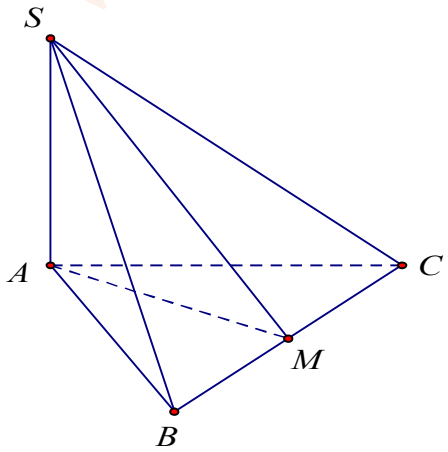
Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (1+2i) + \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1 + 2i + \frac{i+1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Phần thực của số phức là $\frac{3}{2}$.

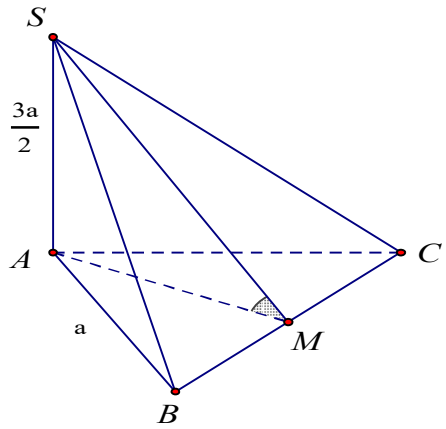
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a}{2}$ (minh họa như hình vẽ). M là trung điểm của BC, góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AM là hình chiếu của SM lên (ABC).

Do đó $\left(SM, \widehat{(ABC)}\right) = (\widehat{SM, AM}) = \widehat{SMA}$.

Xét tam giác vuông SAM ta có: $\tan\widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SMA} = 60°$.

Câu 38. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$, với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;\ 2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{71}{12}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) - g'(x) = (4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 2) - (3mx^2 + 2nx - 1)$
$= 4ax^3 + 3(b - m)x^2 + 2(c - n)x + 3$.

Vì hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;\ 2$ và 3
nên phương trình $f'(x) - g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt là $-1;\ 2$ và 3.

Suy ra $f'(x) - g'(x) = 4a(x + 1)(x - 2)(x - 3),\ a \neq 0$.

Mặt khác, $f'(0) - g'(0) = 3 \Rightarrow 24a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Suy ra $f'(x) - g'(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 2)(x - 3)$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là:

$S = \int_{-1}^{3} |f'(x) - g'(x)|\, dx = \int_{-1}^{3} \left|\frac{1}{2}(x + 1)(x - 2)(x - 3)\right| dx = \frac{71}{12}$.

Câu 39. Có 7 chiếc ghế được kê thành hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh gồm 3 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 12 vào hàng ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để mỗi học sinh luôn ngồi cạnh ít nhất với một bạn cùng khối bằng

A. $\frac{8}{35}$. **B.** $\frac{6}{35}$. **C.** $\frac{3}{35}$. **D.** $\frac{12}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = 7! = 5040$.

Xem 3 học sinh khối 11 ngồi một cụm là A, 4 học sinh khối 12 tách thành 2 cụm là B, C (mỗi cụm 2 học sinh).

Số cách xếp các cụm A, B, C thành một dãy sao cho B luôn đứng ở bên trái C là $\frac{3!}{2!} = 3$.

Số cách xếp để mỗi học sinh luôn ngồi cạnh với ít nhất một bạn cùng khối là $3.3!.A_4^2.2! = 432$.

Xác suất để mỗi học sinh luôn ngồi cạnh ít nhất với một bạn cùng khối là $p = \frac{432}{5040} = \frac{3}{35}$.

Câu 40. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + m\ (m \geq 1)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$.

A. $S = 2m + \frac{2}{3}$. **B.** $S = 2m - \frac{2}{3}$. **C.** $S = 2m - \frac{4}{3}$. **D.** $S = 2m + \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^2 - 2x + m = (x-1)^2 + m - 1 \geq 0\ \forall x \in [0;2]\,, (m \geq 1)$

Do đó $S = \int_0^2 |x^2 - 2x + m| \mathrm{d}x = \int_0^2 (x^2 - 2x + m) \mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + mx\right)\Big|_0^2 = 2m - \frac{4}{3}$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^4(x^2 + mx + 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(3-x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = -f'(3-x)$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty) \Leftrightarrow g'(x) = -f'(3-x) \geq 0\ \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow f'(3-x) \leq 0\ \forall x > 3 \Leftrightarrow (3-x)(2-x)^4(x^2 - 6x + 9 + 3m - mx + 9) \leq 0\ \forall x > 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + 3m - mx + 9 \geq 0\ \forall x > 3$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 6x + 18}{x - 3} \geq m\ \forall x > 3$ (*)

Ta tìm được $\min\limits_{(3;+\infty)} \left(\frac{x^2 - 6x + 18}{x-3}\right) = 6 \Leftrightarrow x = 6$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow 6 \geq m$.

Vậy các giá trị nguyên dương m cần tìm là: 1;2;3;4;5;6.

Câu 42. Số nghiệm của phương trình $(e^x - x - 4)^3 - 12(e^x - x) + 40 = 0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(e^x - x - 4)^3 - 12(e^x - x) + 40 = 0 \Leftrightarrow (e^x - x - 4)^3 - 12(e^x - x - 4) - 8 = 0\ (I)$.

Dùng máy tính suy ra $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} e^x - x - 4 = a \in (3;4)\ (1) \\ e^x - x - 4 = b \in (-1;0)\ (2) \\ e^x - x - 4 = c \in (-4;-3)\ (3) \end{cases}$.

Xét hàm số $y = e^x - x - 4, y' = e^x - 1, y' = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

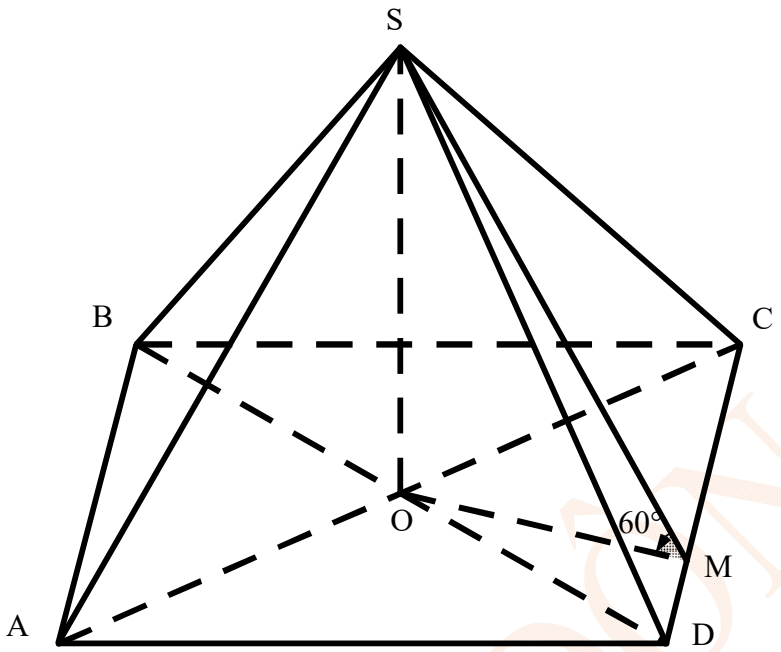
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: phương trình (1), (2) có 2 nghiệm phân biệt, (3) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60°$, $SO \perp (ABCD)$, mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy góc $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Trong mp $(ABCD)$, kẻ $OM \perp CD$ tại M; ta có $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp CD$.
Do đó mp $(SMO) \perp CD$, mà mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy góc $60°$ nên $\widehat{SMO} = 60°$
Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
Xét tam giác OCD vuông tại O có OM là đường cao, $OD = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}$, $OC = AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên
$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$
Xét tam giác OSM vuông tại O có $OM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $\widehat{SMO} = 60°$ nên $SO = OM.\tan 60° = \frac{3a}{4}$.
Dễ có diện tích hình thoi $ABCD$: $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

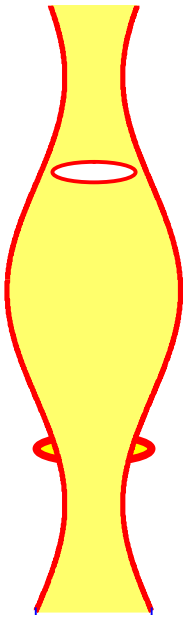
A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C
Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$. Điều kiện $z \neq 4$
$|z - 3i| = 5 \Leftrightarrow |x + (y-3)i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y-3)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y = 16 (1)$
Do $\frac{z}{z-4} = \frac{x+yi}{(x-4)+yi} = \frac{x(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2} - \frac{4y}{(x-4)^2+y^2}i$ là số thuần ảo nên phần thực $\frac{x(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x = 0 (2)$
Trừ vế với vế của (1) và (2) suy ra $4x - 6y = 16 \Leftrightarrow x = 4 + \frac{3}{2}y$, thay vào (1) ta được:
$\left(4 + \frac{3}{2}y\right)^2 + y^2 - 6y - 16 = 0 \Leftrightarrow \frac{13}{4}y^2 + 6y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -\frac{24}{13} \end{array}\right.$
Với $y = 0$ ta được $x = 4$, suy ra $z = 4$ (loại).
Với $y = -\frac{24}{13}$ ta được $x = \frac{16}{13}$ và $z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i$ (thỏa mãn).
Vậy có một số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i$.

Câu 45. Một bình hoa dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\sin x + 2$ và trục Ox (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Biết đáy bình hoa là hình tròn có bán kính bằng 2 dm, miệng bình hoa là đường tròn bán kính bằng 1.5 dm. Bỏ qua độ dày của bình hoa, Thể tích của bình hoa gần với giá trị nào trong các giá trị sau đây?

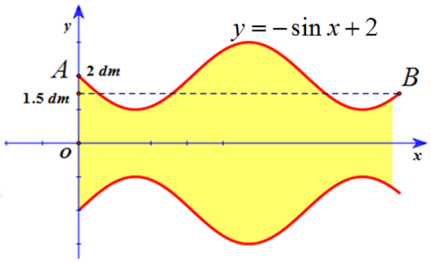
A. $102\ \text{dm}^3$. **B.** $103\ \text{dm}^3$. **C.** $100\ \text{dm}^3$. **D.** $104\ \text{dm}^3$.



Lời giải

Chọn B

Giả sử thiết diện qua trục của bình hoa miêu tả như hình vẽ bên dưới. Chọn hệ trục tọa độ Oxy thỏa mãn gốc tọa độ O trùng với tâm đáy bình hoa, trục Ox trùng với trục của bình hoa.



Bán kính hình tròn đáy bình hoa bằng $y_A = 2$ nên $-\sin x_A + 2 = 2 \Rightarrow \sin x_A = 0 \Rightarrow x_A = 0$.

Bán kính đường tròn miệng bình hoa bằng $y_B = 1{,}5$ $(2\pi < x_B < 3\pi)$, tức là:

$\sin(x_B - \pi) + 2 = 1{,}5 \Rightarrow \sin(x_B - \pi) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x_B - \pi = -\frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow x_B = \frac{17\pi}{6}$.

Khi đó thể tích bình hoa giới hạn bởi các đường $y = -\sin x + 2; y = 0; x = 0; x = \frac{17\pi}{6}$ được xác định theo công thức $V = \pi \int_0^{\frac{17\pi}{6}} (-\sin x + 2)^2 \mathrm{d}x = \pi \int_0^{\frac{17\pi}{6}} (4 - 4\sin x + \sin^2 x)\mathrm{d}x$

$= \pi \int_0^{\frac{17\pi}{6}} \left(4 - 4\sin x + \frac{1-\cos 2x}{2}\right) \mathrm{d}x = \pi \int_0^{\frac{17\pi}{6}} \left(\frac{9}{2} - 4\sin x - \frac{\cos 2x}{2}\right) \mathrm{d}x$

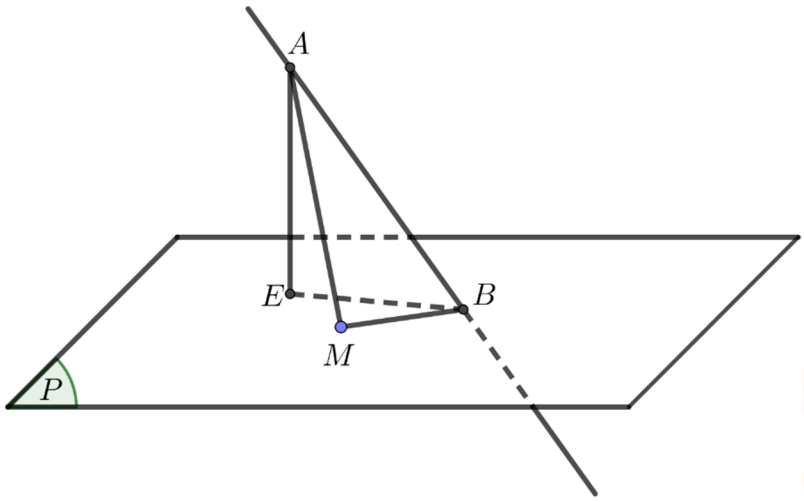
$= \pi \left(\frac{9}{2}x + 4\cos x - \frac{\sin 2x}{4}\right)\Big|_0^{\frac{17\pi}{6}} = \frac{51\pi^2}{4} - \frac{32+15\sqrt{3}}{8}\pi \approx 103{,}07\ (\text{dm}^3)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90°. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $K(3;0;15)$. **B.** $J(-3;2;7)$. **C.** $H(-2;-1;3)$. **D.** $I(-1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D



+ Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$.

+ Ta có: $MB^2=AB^2-MA^2$. Do đó $(MB)_{\max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P). Ta có: $AM\geq AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M\equiv E$.

Khi đó $(AM)_{\min}=AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vectơ chỉ phương.

+ Ta có: $B\in d$ nên $B(1+3t;2+4t;-3-4t)$ mà $B\in(P)$ suy ra:

$2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(-2;-2;1)$.

+ Đường thẳng AE qua $A(1;2;-3)$, nhận $\vec{n}_P=(2;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$.

Suy ra $E(1+2t;2+2t;-3-t)$.

Mặt khác, $E\in(P)$ nên $2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow E(-3;-2;-1)$.

+ Do đó đường thẳng. MB. qua $B(-2;-2;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BE}=(-1;0;-2)$ nên có phương trình là $\begin{cases}x=-2-t\\y=-2\\z=1-2t\end{cases}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-mx^3+\frac{3}{2}(m^2-1)x^2+(1-m^2)x+2022$ với m là tham số thực. Biết rằng hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực trị lớn hơn 5 khi $a<m^2<b+2\sqrt{c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 18 **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

$f(x)=\frac{1}{4}x^4-mx^3+\frac{3}{2}(m^2-1)x^2+(1-m^2)x+2022\Rightarrow f'(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x+(1-m^2)=g(x)$

$\Rightarrow g'(x)=3x^2-6mx+3(m^2-1)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow x^2-2mx+(m^2-1)=0\Leftrightarrow(x-m)^2-1=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=m+1\\x=m-1\end{array}\right.$

Hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực trị lớn hơn 5 $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\neq m-1\\m+1>0\\m-1>0\\g(m+1).g(m-1)<0\\g(0)<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ (m^3-m^2-3m-1)(m^3-m^2-3m+3)<0 \\ 1-m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m^3-m^2-3m-1<0 \\ m^3-m^2-3m+3>0 \\ 1-m^2<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}<m<1+\sqrt{2} \Rightarrow 3<m^2<3+2\sqrt{2} \Rightarrow a=b=3, c=2 \Rightarrow a+b+c=8.$

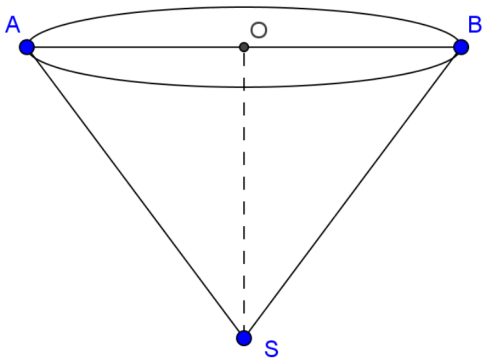
Chọn C

Câu 48. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V=9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R.

A. $R=3a$. **B.** $R=\frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $R=\frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{9}a$.

Lời giải

Chọn C



$V=9a^3\pi=\frac{1}{3}\pi R^2.h \Rightarrow h=\frac{27a^3}{R^2} \Rightarrow l=\sqrt{h^2+R^2}=\sqrt{\frac{(3a)^6+R^6}{R^4}}.$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{(3a)^6}{2R^2}=R^4 \Leftrightarrow (3a)^6=2R^6 \Leftrightarrow R=\frac{3a}{\sqrt[6]{2}}.$

Câu 49. Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)|z^2-2iz-1|=\frac{2019\overline{z}+2019i}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. Đáp án khác. **B.** $\frac{2019\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2019\sqrt{2}}{2}$. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z-i|=|\overline{z}+i|$ nên $|z^2-2iz-1|=|z-i|^2=|\overline{z}+i|^2$.

Như vậy:

$(1+i)|z^2-2iz-1|=\frac{2019\overline{z}+2019i}{w}+2-2i \Leftrightarrow (1+i)|\overline{z}+i|^2=\frac{2019(\overline{z}+i)}{w}+2-2i$

$\Leftrightarrow (1+i)|\overline{z}+i|^2+2i-2=\frac{2019(\overline{z}+i)}{w} \Leftrightarrow |\overline{z}+i|^2-2+(|\overline{z}+i|^2+2)i=\frac{2019(\overline{z}+i)}{w}.$

Điều kiện: $w\neq 0$ suy ra $\overline{z}+i\neq 0$ hay $|\overline{z}+i|>0$.

Đặt $t=|\overline{z}+i|, t>0$ ta có $t^2-2+(t^2+2)i=\frac{2019(\overline{z}+i)}{w}$. Lấy môđun hai vế ta được:

$\sqrt{(t^2-2)^2+(t^2+2)^2}=\frac{2019|\overline{z}+i|}{|w|} \Leftrightarrow \sqrt{(t^2-2)^2+(t^2+2)^2}=\frac{2019t}{|w|}$

$\Leftrightarrow |w|=\frac{2019t}{\sqrt{(t^2-2)^2+(t^2+2)^2}} \Leftrightarrow |w|=\frac{2019t}{\sqrt{2t^4+8}}.$

$\Rightarrow |w|\leq \frac{2019t}{2\sqrt{2}t} \Leftrightarrow |w|\leq \frac{2019\sqrt{2}}{4}.$

Vậy $\max|w|=\frac{2009\sqrt{2}}{4}$ khi $2t^4=8 \Leftrightarrow t^4=4 \Leftrightarrow t=\sqrt{2} \Leftrightarrow |z-i|=\sqrt{2}.$

Câu 50. Trong tất cả các nghiệm của bất phương trình $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\geq 1$, gọi $(x_0;y_0)$ là nghiệm sao cho $S=2x_0+3y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, biểu thức $3y_0-2x_0$ có giá trị bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

* Khi $\begin{cases}2x+3y>0\\0<x^2+y^2<1\end{cases}$ chúng ta có được $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\geq 1\Leftrightarrow 2x+3y\leq x^2+y^2$.

Từ đây chúng ta có thể thấy rằng giá trị lớn nhất của $S=2x_0+3y_0$ không vượt quá 1.

* Khi $\begin{cases}2x+3y>0\\x^2+y^2>1\end{cases}$ chúng ta có được

$\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\geq 1\Leftrightarrow 2x+3y\geq x^2+y^2\Leftrightarrow (x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2\leq\frac{13}{4}$.

Mặt khác $S=2(x_0-1)+3\left(y_0-\frac{3}{2}\right)+\frac{13}{2}\leq\sqrt{2^2+3^2}.\sqrt{(x_0-1)^2+\left(y_0-\frac{3}{2}\right)^2}+\frac{13}{2}\leq 13$.

Vậy max$S=13$ khi $\begin{cases}2x_0+3y_0=13\\\frac{x_0-1}{2}=\frac{y_0-\frac{3}{2}}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=2\\y_0=3\end{cases}\Rightarrow 3y_0-2x_0=9-4=5$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 020

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.
A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$.
C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có một vectơ pháp tuyến là
A. $\vec{n}=(2\,;-1\,;2)$. **B.** $\vec{n}=(1\,;4\,;1)$. **C.** $\vec{n}=(2\,;1\,;2)$. **D.** $\vec{n}=(1\,;2\,;3)$.

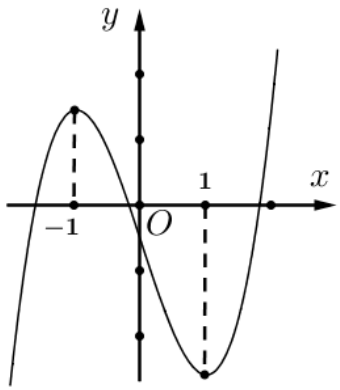
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 5. Tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x+1)$ là
A. $D=[0;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=(-1;+\infty)$. **D.** $D=[-1;+\infty)$.

Câu 6. Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm, độ dài đường sinh 5 cm. Tính thể tích khối nón này.
A. 45π cm^3. **B.** 12π cm^3. **C.** 15π cm^3. **D.** 36π cm^3.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(2x^2-x-1)=1$ là
A. $\emptyset$. **B.** $\left\{-2;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\left\{2;-\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại điểm
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Câu 9. Cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x=3$ và $\int_1^3 \mathrm{g}(x)\mathrm{d}\,x=4$. Giá trị $\int_1^3[4f(x)+\mathrm{g}(x)]\mathrm{d}\,x$ bằng
A. 16. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 7.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là
A. $I(-2\,;\,-2\,;\,-2)$. **B.** $I(2\,;\,2\,;\,2)$.
C. $I(1\,;\,1\,;\,1)$. **D.** $I(-1\,;\,-1\,;\,-1)$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=1+5i$ và $z_2=3-2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z_1}+iz_2$ là điểm nào dưới đây?
A. $P(3;2)$. **B.** $Q(3;-2)$. **C.** $P(-1;-2)$. **D.** $N(3;8)$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d
A. $(-1;-1;1)$. **B.** $(3;5;-3)$. **C.** $(1;2;2)$. **D.** $(5;1;-4)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^{2020} f(x)\mathrm{d}x=2019$; $\int_0^{2020} g(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $I=\int_0^{2020}(f(x)-\mathrm{g}(x))\mathrm{d}x$.
A. $I=2021$. **B.** $I=2019$. **C.** $I=2020$. **D.** $I=2018$.

Câu 15. Số phức liên hợp của $3+i$ bằng
A. $3i$. **B.** $i-3$. **C.** $-3-i$. **D.** $3-i$.

Câu 16. Mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Thể tích khối trụ bằng
A. $\frac{\pi a^3}{4}$. **B.** πa^3. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 17. Tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy là B.
A. $V=\frac{1}{6}h.B$. **B.** $V=\frac{1}{3}h.B$.
C. $V=h.B$. **D.** $V=3h.B$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_2 bằng
A. 8. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 19. Cho số phức $w=(2+i)^2-3(2-i)$. Giá trị của $|w|$ là
A. $\sqrt{43}$ **B.** $\sqrt{58}$ **C.** $\sqrt{54}$ **D.** $2\sqrt{10}$

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{1-2x}$ có đường tiệm cận đứng là
A. $y=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C, x\neq 0$. **B.** $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C, (0<a\neq 1)$.
C. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$. **D.** $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(3x+1)$.
A. $y'=\frac{1}{(3x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{3}{3x+1}$.
C. $y'=\frac{1}{3x+1}$. **D.** $y'=\frac{3}{(3x+1)\ln 2}$.

Câu 23. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?
A. 120. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(0\,;\,1)$. **B.** $(-\infty\,;\,0)$. **C.** $(1\,;\,+\infty)$. **D.** $(-1\,;\,0)$.

Câu 25. Biết $\log_2 x = 6\log_4 a - 4\log_2\sqrt{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$. Tìm kết luận đúng.

A. $x = a^3 - b^2 + c$. **B.** $x = \frac{a^3 c}{b^2}$. **C.** $x = \frac{ac^3}{b^2}$. **D.** $x = \frac{a^3}{b^2 c}$.

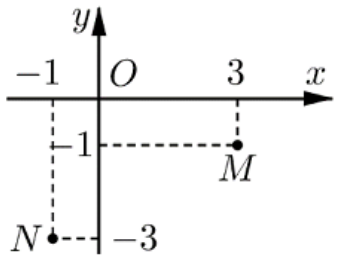
Câu 26. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 - 1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1\,;\,1\,;\,1)$ và $B(1\,;\,-1\,;\,3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.

Câu 28. Biết điểm biểu diễn của hai số phức z_1 và z_2 lần lượt là các điểm M và N như hình vẽ sau



Số phức $z_1 + z_2$ có phần ảo bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}, AA' = 4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. 30^o. **B.** 45^o. **C.** 90^o. **D.** 60^o.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{x+2} - x$ là

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\sqrt{3} - 1$. **C.** $\frac{-5}{4}$. **D.** 2.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 32. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng bao nhiêu lần?

A. tăng 6 lần. **B.** tăng 27 lần. **C.** tăng 18 lần. **D.** tăng 9 lần.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{5}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35. Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+3)^2} = a + b\ln 3 + c\ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính giá trị của $a + b + c$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 36. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \tan^2 x$.

A. Đáp án khác. **B.** $\tan x-1+C$.

C. $\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x}+C$. **D.** $\frac{\tan^3 x}{3}+C$.

Câu 37. Cho $\log_2(a+1)=3$. Tính $3^{\log_4(a-3)}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

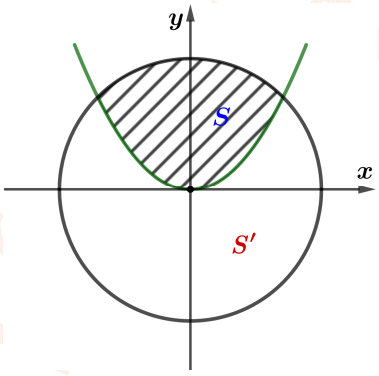
A. $-\frac{1}{2}<m\le 0$ hoặc $m\ge 1$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$.

C. $m\ge -\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<0$ hoặc $m>1$.

Câu 40. Cho số phức $z=a+bi$ (a,b là các số thực) thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$.

A. $-\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 41. Parabol $y=\frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính là $2\sqrt{2}$ thành hai phần S và S' như hình vẽ.



Tỉ số $\frac{S}{S'}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{7}{10};\frac{4}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{5};\frac{7}{10}\right)$.

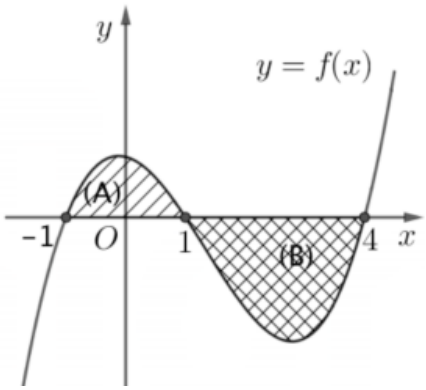
Câu 42. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A,B,C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Câu 43. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}\right)^x+\left(\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^x=5.2^{\frac{x}{2}}$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình $(A),(B)$ lần lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(5\sin x-1)dx$ bằng



A. $I=-2$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{4}{5}$. **D.** $I=-\frac{4}{5}$.

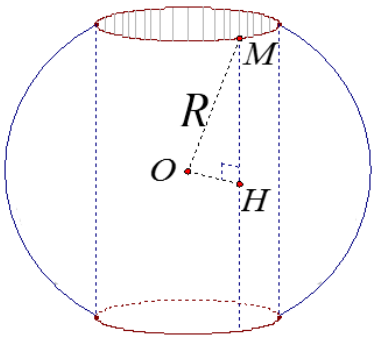
Câu 45. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27 cm^3, với chiều cao h và bán kính đáy r. Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Câu 46. Xét tất cả các số thực x,y sao cho $49^{9-y^2}\geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x-3y$ bằng

A. 24. **B.** 39. **C.** $\frac{121}{4}$. **D.** $\frac{39}{4}$.

Câu 47. Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R=10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).



A. $V=2720{,}699\text{cm}^3$. **B.** $V=2774{,}570\text{cm}^3$.
C. $V=2811{,}293\text{cm}^3$. **D.** $V=2828{,}441\text{cm}^3$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):(m+2)x-(m+1)y+m^2z-1=0$ (m là tham số thực) và Δ là đường thẳng luôn có điểm chung cố định với (P). Gọi d là khoảng cách giữa Δ và điểm $I(2;1;3)$. Giá trị lớn nhất của d là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 49. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z-3w|=4$, $|2z+3w|=10$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z|+4|w|$.

A. $\frac{\sqrt{905}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{907}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{903}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{902}}{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=m\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2-2x\right)-\frac{4}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+6x+2$, với m là tham số thực, có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 4 **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	A	C	B	D	C	A	C	B	C	B	D	D	A	B	C	B	D	C	D	B	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	A	A	B	B	D	D	C	C	C	A	A	C	B	C	B	D	A	A	A	D	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$.

C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2.(-1)+1.0+0.(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}.\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=-\frac{2}{5}$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị và $a<0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2\,;-1\,;2)$. **B.** $\vec{n}=(1\,;4\,;1)$. **C.** $\vec{n}=(2\,;1\,;2)$. **D.** $\vec{n}=(1\,;2\,;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2\,;-1\,;2)$.

Mặt phẳng $(P)\perp(d)$ suy ra (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{u}=(2\,;-1\,;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)^2(x-1)^3(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 5. Tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x+1)$ là

A. $D=[0;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=(-1;+\infty)$. **D.** $D=[-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_2(x+1)$ xác định khi và chỉ khi $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-1;+\infty)$.

Câu 6. Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm, độ dài đường sinh 5 cm. Tính thể tích khối nón này.

A. 45π cm^3. **B.** 12π cm^3. **C.** 15π cm^3. **D.** 36π cm^3.

Lời giải

Chọn B

Bán kính đáy của hình nón là: $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$ (cm^3)

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(2x^2-x-1)=1$ là

A. $\emptyset$. **B.** $\left\{-2;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\left\{2;-\frac{3}{2}\right\}$.

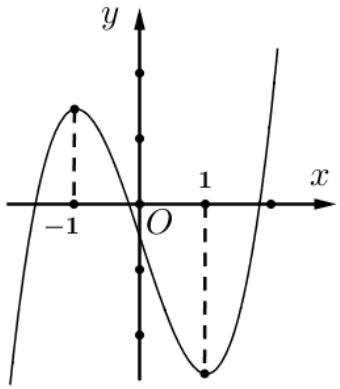
Lời giải

Điều kiện: $2x^2-x-1>0\Leftrightarrow x>1$ hoặc $x<-\frac{1}{2}$.

Phương trình: $\log_5(2x^2-x-1)=1\Leftrightarrow 2x^2-x-1=5\Leftrightarrow 2x^2-x-6=0\Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l}x=2\ (\text{tm})\\ x=-\frac{3}{2}\ (\text{tm})\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{2;-\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa cực đại của hàm số, dựa vào đồ thị đã cho, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 9. Cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^3 \mathrm{g}(x)\mathrm{d}x=4$. Giá trị $\int_1^3[4f(x)+\mathrm{g}(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$\int_1^3[4f(x)+\mathrm{g}(x)]\mathrm{d}x=4\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 \mathrm{g}(x)\mathrm{d}x=4.3+4=16$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(-2\ ;\ -2\ ;\ -2)$. **B.** $I(2\ ;\ 2\ ;\ 2)$.

C. $I(1\,;\,1\,;\,1)$. **D.** $I(-1\,;\,-1\,;\,-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-8=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=11$.

Vậy tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(1\,;\,1\,;\,1)$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=1+5i$ và $z_2=3-2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z_1}+iz_2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;2)$. **B.** $Q(3;-2)$. **C.** $P(-1;-2)$. **D.** $N(3;8)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{z_1}+iz_2=(1-5i)+i(3-2i)=3-2i$

Vậy phần ảo của số phức $\overline{z_1}+iz_2$ là điểm $Q(3;-2)$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d

A. $(-1;-1;1)$. **B.** $(3;5;-3)$. **C.** $(1;2;2)$. **D.** $(5;1;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $(3;5;-3)$ vào phương trình đường thẳng d thỏa mãn nên chọn đáp án C

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^{2020} f(x)\mathrm{d}x=2019$; $\int_0^{2020} g(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $I=\int_0^{2020}(f(x)-\mathrm{g}(x))\mathrm{d}x$.

A. $I=2021$. **B.** $I=2019$. **C.** $I=2020$. **D.** $I=2018$.

Lời giải

Chọn D

$I=\int_0^{2020}(f(x)-\mathrm{g}(x))\mathrm{d}x=\int_0^{2020} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_0^{2020} g(x)\,\mathrm{d}x=2019-1=2018$.

Câu 15. Số phức liên hợp của $3+i$ bằng

A. $3i$. **B.** $i-3$. **C.** $-3-i$. **D.** $3-i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của $3+i$ là $3-i$.

Câu 16. Mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{4}$. **B.** πa^3. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Khối trụ có bán kính đáy $r=\frac{a}{2}$ và chiều cao $h=a$.

Thể tích khối trụ $V=\pi r^2 h=\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 a=\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 17. Tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy là B.

A. $V=\frac{1}{6}h.B.$ **B.** $V=\frac{1}{3}h.B.$
C. $V=h.B.$ **D.** $V=3h.B.$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta chọn đáp án A.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2=u_1q=2.3=6$.

Câu 19. Cho số phức $w=(2+i)^2-3(2-i)$. Giá trị của $|w|$ là

A. $\sqrt{43}$ **B.** $\sqrt{58}$ **C.** $\sqrt{54}$ **D.** $2\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $w=3+4i-6+3i\Leftrightarrow w=-3+7i\Rightarrow |w|=\sqrt{9+49}=\sqrt{58}.$

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{1-2x}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=-\frac{1}{2}.$ **B.** $x=-\frac{1}{2}.$ **C.** $x=2.$ **D.** $x=\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\frac{x+2}{1-2x}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\frac{x+2}{1-2x}=+\infty$ nên đường thẳng $x=\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{1-2x}$.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C, x\neq 0.$ **B.** $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C, (0<a\neq 1).$
C. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C.$ **D.** $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C.$

Lời giải

Chọn C

$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$ nên suy ra B sai.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(3x+1)$.

A. $y'=\frac{1}{(3x+1)\ln 2}.$ **B.** $y'=\frac{3}{3x+1}.$
C. $y'=\frac{1}{3x+1}.$ **D.** $y'=\frac{3}{(3x+1)\ln 2}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\frac{(3x+1)'}{(3x+1)\ln 2}=\frac{3}{(3x+1)\ln 2}.$

Câu 23. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. $120.$ **B.** $60.$ **C.** $10.$ **D.** $6.$

Lời giải

Chọn B

Có 5 cách chọn chữ số hàng trăm.
Có 4 cách chọn chữa số hàng chục (khác chữ số hàng trăm).
Có 3 cách chọn chữ số hàng đơn vị (khác chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục).
Do đó có $5.4.3=60$ số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(0\,;\,1)$. **B.** $(-\infty\,;\,0)$. **C.** $(1\,;\,+\infty)$. **D.** $(-1\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta suy ra:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1\,;\,0)$ và $(1\,;\,+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty\,;\,-1)$ và $(0\,;\,1)$.

Câu 25. Biết $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}}c$. Tìm kết luận đúng.

A. $x=a^3-b^2+c$. **B.** $x=\frac{a^3c}{b^2}$. **C.** $x=\frac{ac^3}{b^2}$. **D.** $x=\frac{a^3}{b^2c}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}}c\Leftrightarrow\log_2 x=\log_2 a^3-\log_2 b^2+\log_2 c\Leftrightarrow\log_2 x=\log_2\frac{a^3c}{b^2}\Leftrightarrow x=\frac{a^3c}{b^2}$.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2-1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $x^4-5x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\frac{5-\sqrt{29}}{2}\\x^2=\frac{5+\sqrt{29}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{\frac{5+\sqrt{29}}{2}}\\x=-\sqrt{\frac{5+\sqrt{29}}{2}}\end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2-1$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1\,;\,1\,;\,1)$ và $B(1\,;\,-1\,;\,3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=8$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=8$.

Lời giải

Chọn B

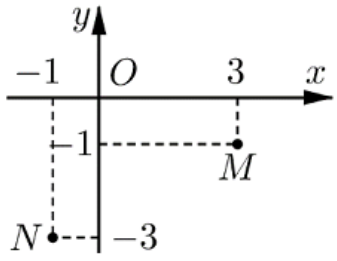
Gọi I là tâm của mặt cầu đường kính AB.

Khi đó $I(1\,;\,0\,;\,2)$.

Bán kính của mặt cầu là: $R=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(1-1)^2+(-1-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Câu 28. Biết điểm biểu diễn của hai số phức z_1 và z_2 lần lượt là các điểm M và N như hình vẽ sau



Số phức z_1+z_2 có phần ảo bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta có $z_1=3-i;\ z_2=-1-3i \Rightarrow z_1+z_2=(3-i)+(-1-3i)=2-4i$.

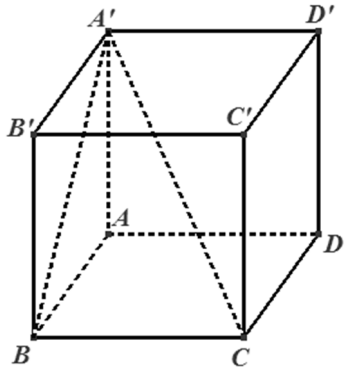
Vậy số phức z_1+z_2 có phần ảo là -4.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}, AA'=4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. 30^o. **B.** 45^o. **C.** 90^o. **D.** 60^o.

Lời giải

Chọn A



Ta có $CB\perp AB, CB\perp BB' \Rightarrow CB\perp (AA'B'B)$.

$\Rightarrow A'C$ có hình chiếu là $A'B$ trên $(AA'B'B) \Rightarrow \big(A'C,(AA'B'B)\big)=(A'C,A'B)=\widehat{CA'B}$ (vì $\Delta CA'B$ vuông tại B nên $\widehat{CA'B}$ nhọn).

Ta có $A'B=\sqrt{AA'^2+AB^2}=2\sqrt{6} \Rightarrow \tan\widehat{CA'B}=\frac{BC}{A'B}=\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CA'B}=30^o$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x+2}-x$ là

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\sqrt{3}-1$. **C.** $\frac{-5}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định : $D=[-2;+\infty)$. Ta có $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-1=\frac{1-2\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}}$; $y'=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{4}$.

Bảng biến thiên

x	-2		$-\frac{7}{4}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	$\frac{9}{4}$	↘	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{9}{4}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)^2(2x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Bảng dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

$f'(x)$ đổi dấu một lần khi x đi qua điểm $x=\frac{1}{2}$ nên hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 32. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng bao nhiêu lần?

A. tăng 6 lần. **B.** tăng 27 lần. **C.** tăng 18 lần. **D.** tăng 9 lần.

Lời giải

Chọn B

Gọi a, b, c lần lượt là độ dài 3 cạnh của khối hộp chữ nhật.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V=abc$.

Sau khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng là $V'=3a.3b.3c=27abc=27V$.

Vậy sau khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng lên 27 lần.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$, $d_2:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{5}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z+3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: phương trình tham số của đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

$\vec{u}_1=(2;-1;1)$ là vecto chỉ phương của đường thẳng d_1.

Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng d và d_2.

$\Rightarrow H=(-t+1,2t+1,t-1)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-t,2t-1,t-4)$.

Vì $d\perp d_1\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_1=0\Leftrightarrow -2t-1(2t-1)+1(t-4)=0\Leftrightarrow -3t=3\Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1;-3;-5)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$.

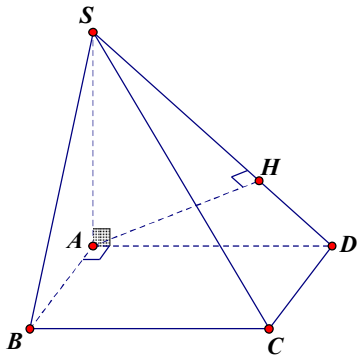
Câu 34. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác SAD kẻ đường cao AH ta có

Dễ thấy AH chính là đường vuông góc chung của AB và SD.

$AD.AS = AH.SD \Rightarrow AH = \frac{AD.AS}{SD} = \frac{2a.a}{\sqrt{(2a)^2+a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(AB,SD) = AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35. Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+3)^2} = a + b\ln 3 + c\ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính giá trị của $a + b + c$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+3)^2} = \int_0^1 \frac{(x+3)-3}{(x+3)^2}dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+3} - \frac{3}{(x+3)^2}\right)dx = \ln(x+3)|_0^1 + \frac{3}{x+3}\Big|_0^1 = \ln 4 - \ln 3 - \frac{1}{4}$

$\Rightarrow a = \frac{-1}{4}, b = -1; c = 1 \Rightarrow a + b + c = \frac{-1}{4}$

Câu 36. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \tan^2 x$.

A. Đáp án khác. **B.** $\tan x - 1 + C$.

C. $\frac{\sin x - x\cos x}{\cos x} + C$. **D.** $\frac{\tan^3 x}{3} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)dx = \tan x - x + C = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x} + C$.

Câu 37. Cho $\log_2(a+1) = 3$. Tính $3^{\log_4(a-3)}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$\log_2(a+1) = 3 \Leftrightarrow a + 1 = 8 \Leftrightarrow a = 7$.

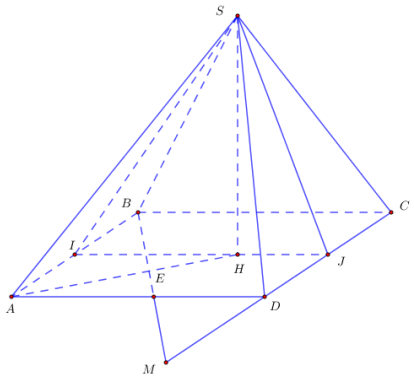
$3^{\log_3(a-3)} = 3^{\log_3 4} = 4$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Gọi H là hình chiếu của S lên IJ. Ta có $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SJ = \frac{a}{2}$, $IJ = a$.

Khi đó $SI^2 + SJ^2 = IJ^2$ suy ra tam giác SIJ vuông tại S.

Ta có $SH = \frac{SI.SJ}{\sqrt{SI^2+SJ^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}a \Rightarrow HI = \sqrt{SI^2 - SH^2} = \frac{3a}{4}$ và $AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$.

$\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp IJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ) \Rightarrow AB \perp SH$.

Do đó $\begin{cases} SH \perp AB \\ SH \perp IJ \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (BDM)$.

Gọi $E = AH \cap BM$. Ta có $\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp SH \end{cases} \Rightarrow BM \perp AH$.

Ta có ΔABE đồng dạng với ΔAHI (vì $\hat{I} = \hat{E} = 90°$ và $\hat{A}$ chung) nên ta có $\frac{AE}{AI} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AE = \frac{AB.AI}{AH} = \frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Ta có ΔABE đồng dạng với ΔBMC (vì $\hat{C} = \hat{E} = 90°$ và $\hat{B} = \hat{M}$) nên ta có $\frac{AB}{BM} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow BM = \frac{AB.BC}{AE} = \frac{\sqrt{13}a}{2}$.

$S_{\Delta BMD} = S_{\Delta BMC} - S_{\Delta BDC} = \frac{1}{2}.a.\frac{3a}{2} - \frac{1}{2}.a.a = \frac{a^2}{4}$

Thể tích V của khối chóp $S.BDM$ là $V = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta BMD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}a.\frac{1}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{48}a^3$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$. **B.** $m > -\frac{1}{2}$.

C. $m \geq -\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < 0$ hoặc $m > 1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x$

Hàm số $y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi $f(t) = \frac{-2t-1}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

$f'(t) = \frac{2m+1}{(t-m)^2}$.

Hàm số $f(t) = \frac{-2t-1}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ khi $\begin{cases} 2m + 1 > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ 1 \leq m \end{bmatrix}$.

Câu 40. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $-\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Thế $z = a + bi$ vào $z + 1 + 3i - |z|i = 0$, ta thu được: $a + bi + 1 + 3i - i\sqrt{a^2 + b^2} = 0$

$\Leftrightarrow a+1+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

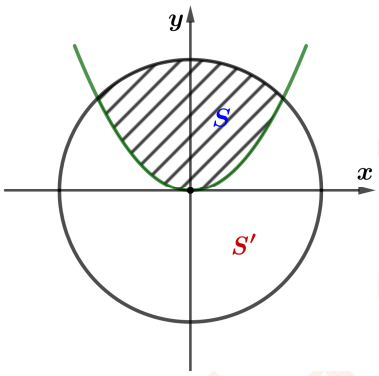
$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3-\sqrt{b^2+1}=0 (1) \end{cases}$

Xét $(1) \Leftrightarrow b+3=\sqrt{b^2+1}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2+6b+9=b^2+1 \\ b\geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow b=-\frac{4}{3}$.

Vậy: $S=a+3b=-1+3.\left(-\frac{4}{3}\right)=-5$.

Câu 41. Parabol $y=\frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính là $2\sqrt{2}$ thành hai phần S và S' như hình vẽ.



Tỉ số $\frac{S}{S'}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{7}{10};\frac{4}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{5};\frac{7}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường tròn $x^2+y^2=8 \Rightarrow y=\sqrt{8-x^2}$ (Nửa đường tròn phía trên Ox)

Tọa độ giao điểm của đường tròn và Parabol là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ y=\frac{x^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \end{array}\right.$.

Diện tích hình tròn: $S_{tr}=8\pi$.

Diện tích phần bôi đen $S=\int_{-2}^{2}\left|\sqrt{8-x^2}-\frac{x^2}{2}\right|dx=7{,}6165\ldots$

Câu 42. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A,B,C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Gọi X là biến cố " 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau ".

- Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có 3! cách.
- Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A,B,C này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X|=3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\frac{|\Omega_X|}{|\Omega|}=\frac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3}=\frac{540}{1680}=\frac{9}{28}$.

Câu 43. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}\right)^x+\left(\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^x=5.2^{\frac{x}{2}}$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}\right)^x+\left(\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^x=5.2^{\frac{x}{2}}\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}\right)^x+\left(\sqrt{\frac{5-\sqrt{21}}{2}}\right)^x=5.$

Đặt $t=\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}\right)^x\Rightarrow\frac{1}{t}=\left(\sqrt{\frac{5-\sqrt{21}}{2}}\right)^x$, điều kiện $(t>0)$.

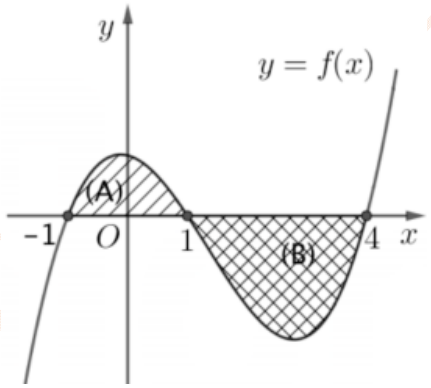
Lúc đó phương trình trở thành: $t+\frac{1}{t}=5\Leftrightarrow t^2-5t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{5+\sqrt{21}}{2}\ (tm)\\t=\frac{5-\sqrt{21}}{2}\ (tm)\end{array}\right.$.

Với $t=\frac{5+\sqrt{21}}{2}\Rightarrow\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}\right)^x=\frac{5+\sqrt{21}}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^{\frac{x}{2}}=\frac{5+\sqrt{21}}{2}\Leftrightarrow\frac{x}{2}=1\Leftrightarrow x=2.$

Với $t=\frac{5-\sqrt{21}}{2}\Rightarrow\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}}\right)^x=\frac{5-\sqrt{21}}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^{\frac{x}{2}+1}=1\Leftrightarrow\frac{x}{2}+1=0\Leftrightarrow x=-2.$

Vậy tích các nghiệm là: $2.(-2)=-4$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình $(A),(B)$ lần lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(5\sin x-1)\mathrm{d}x$ bằng



A. $I=-2$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{4}{5}$. **D.** $I=-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề $\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=3,\int_1^4f(x)\mathrm{d}x=-7$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(5\sin x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(5\sin x-1)\mathrm{d}(5\sin x-1)=\frac{1}{5}\int_{-1}^4f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{5}\left[\int_{-1}^1f(x)\mathrm{d}x+\int_1^4f(x)\mathrm{d}x\right]=-\frac{4}{5}$

Câu 45. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27 cm^3, với chiều cao h và bán kính đáy r. Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích cốc hình nón $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=27\Rightarrow h=\frac{81}{\pi.r^2},r>0.$

Khi đó $l=\sqrt{\left(\frac{81}{\pi.r^2}\right)^2+r^2}$. Suy ra:

$S_{xq} = \pi.r.\sqrt{\left(\frac{81}{\pi.r^2}\right)^2 + r^2} = \pi\sqrt{r^2\left(\frac{3^8}{\pi^2.r^4} + r^2\right)} = \pi\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4} = \pi\sqrt{f(r)}.$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất $\Leftrightarrow$ diện tích xung quanh phải nhỏ nhất $\Leftrightarrow f(r)$ nhỏ nhất.

Ta có: $f(r) = \frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4 = \frac{3^8}{2\pi^2.r^2} + \frac{3^8}{2\pi^2.r^2} + r^4 \geq 3\sqrt[3]{\frac{(3^8)^2}{4\pi^4}}.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3^8}{2\pi^2.r^2} = r^4 \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}.$

Vậy để lượng giấy tiêu thụ ít nhất thì $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}.$

Chú ý: Ta có thể khảo sát hàm $f(r) = \frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4, r > 0$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}} = r_0.$

r	0		r_0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
$f(r)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(r_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 46. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y$ bằng

A. 24. **B.** 39. **C.** $\frac{121}{4}$. **D.** $\frac{39}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy loga cơ số 7 hai vế của bất phương trình $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ ta được
$2(9-y^2) \geq (4x - 2\log_7 a)\log_7 a \Leftrightarrow -(\log_7 a)^2 + 2x.\log_7 a + y^2 - 9 \leq 0.$

Đặt $t = \log_7 a$; $t \in \mathbb{R}$.

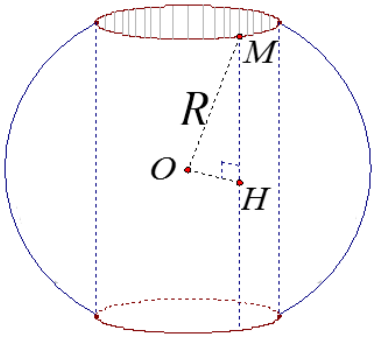
Khi đó ta có bất phương trình $-t^2 + 2x.t + y^2 - 9 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi t.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = x^2 + y^2 - 9 \leq 0 \\ -1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9.$

Khi đó $P = (x^2 + y^2) + (4x - 3y) \leq 9 + \sqrt{25(x^2 + y^2)} \leq 9 + \sqrt{25.9} = 24.$

Vậy $\max P = 24$ khi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x \\ x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \mp\frac{9}{5} \\ x = \pm\frac{12}{5} \end{cases}.$

Câu 47. Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R = 10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).



A. $V = 2720{,}699\text{cm}^3$. **B.** $V = 2774{,}570\text{cm}^3$.
C. $V = 2811{,}293\text{cm}^3$. **D.** $V = 2828{,}441\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Thế tích khối cầu ban đầu là $V_1 = \frac{4}{3}\pi \text{R}^3$.

Ta có $MH = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$, suy ra chiều cao trụ là $2MH = R\sqrt{3}$.

Thể tích khối trụ bị khoan đi là $V_2 = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 .\sqrt{3}R = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi \text{R}^3$.

Thể tích hai chỏm cầu $V_3 = 2\pi \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}R}^{R} (R^2 - x^2)\text{d}x$.

Khi cho $R = 10\text{cm}$ ta có $V = V_1 - V_2 - V_3 \approx 2720{,}699\text{cm}^3$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): (m+2)x - (m+1)y + m^2z - 1 = 0$ (m là tham số thực) và Δ là đường thẳng luôn có điểm chung cố định với (P). Gọi d là khoảng cách giữa Δ và điểm $I(2;1;3)$. Giá trị lớn nhất của d là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy (P) luôn đi qua điểm cố định $M(1;1;0)$. Do Δ và (P) luôn có 1 điểm chung cố định nên $M \in \Delta$. Vì vậy, ta khẳng định được $d \le IM = \sqrt{10}$. Vậy $\max d = \sqrt{10}$.

Câu 49. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 3w| = 4$, $|2z + 3w| = 10$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z| + 4|w|$.

A. $\frac{\sqrt{905}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{907}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{903}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{902}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$|z - 3w| = 4 \Leftrightarrow |z - 3w|^2 = 16 \Leftrightarrow |z|^2 + 9|w|^2 - 3(z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 16$, (1).

$|2z + 3w| = 10 \Leftrightarrow 4|z|^2 + 9|w|^2 - 6(z.\overline{w} + \overline{z}.w) = 100$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra $6|z|^2 + 27|w|^2 = 132$

$P = |z| + 4|w| \le \sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{16}{27}\right)(6|z|^2 + 27|w|^2)} = \frac{\sqrt{902}}{3}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = m\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - 2x\right) - \frac{4}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 6x + 2$, với m là tham số thực, có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 4 **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Nhận xét: Hàm số $g(x) = f(|x|)$ là hàm chẵn, nên hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 cực trị khi và chỉ khi $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị dương.

Suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

TH1: $m = 0$.

$f(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 6x + 2 \Rightarrow f'(x) = -4x^2 + 5x + 6.$

$f'(x) = 0$ có 1 nghiệm dương.

TH2: $m \neq 0$.

Ta có:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow m(x^3 - 3x - 2) - 4x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-2)[mx^2 + 2(m-2)x + m - 3] = 0$

Để phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt thì $mx^2 + 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu khác 2.

Khi đó $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P < 0 \\ 9m - 11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ \frac{m-3}{m} < 0 \\ m \neq \frac{11}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ 0 < m < 3 \\ m \neq \frac{11}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \neq \frac{11}{9} \end{cases}$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 021

Câu 1. Cho dãy số (u_n), với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1}.
A. $u_{n-1} = 5^n$. **B.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$. **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$. **D.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

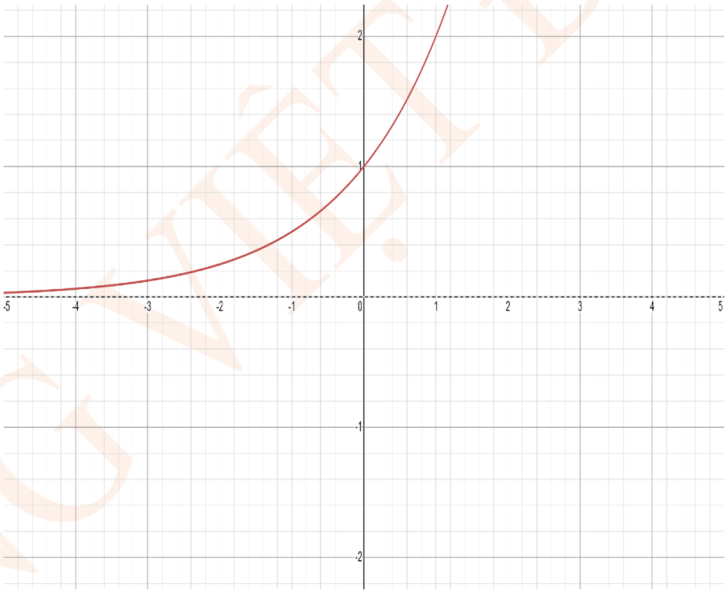
Câu 2. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 9$, khi đó $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 12. **B.** 6. **C.** 3. **D.** -6.

Câu 3. Bằng cách đổi biến số $t = 1 + \ln x$ thì tích phân $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x$ trở thành
A. $\int_1^4 t^2\,\mathrm{d}t$. **B.** $\int_1^2 (1+t)^2\,\mathrm{d}t$. **C.** $\int_1^e t^2\,\mathrm{d}t$. **D.** $\int_1^2 t^2\,\mathrm{d}t$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là
A. $I(1\,;\,2\,;\,0)$. **B.** $I(1\,;\,2\,;\,3)$. **C.** $I(2\,;\,4\,;\,6)$. **D.** $I(2\,;\,4\,;\,0)$.

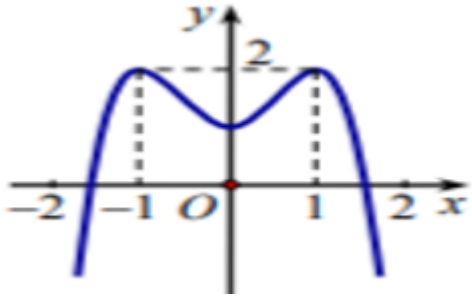
Câu 5. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng
A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

Câu 6. Đồ thị sau là của hàm số nào?



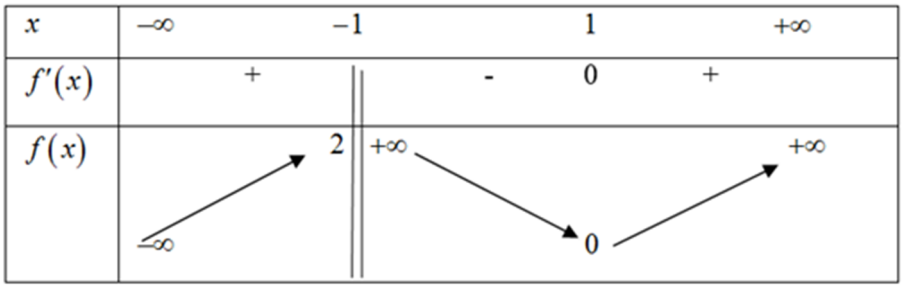
A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \log_2 x$. **D.** $\log_2(x+3)$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng a, thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 10. Cho $a=\log_{12}6$ và $b=\log_{12}7$. Khi đó $\log_2 7$ tính theo a và b bằng

A. $\frac{a}{a-1}$. **B.** $\frac{b}{1-a}$. **C.** $\frac{a}{b+1}$. **D.** $\frac{a}{b-1}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$cho đường thẳng d: $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$.

Câu 12. Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

A. $\frac{8}{5}$. **B.** 2. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{11}{5}$.

Câu 13. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh bằng 2, bán kính đáy bằng 1.

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Câu 14. Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Câu 15. Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4+4x-6$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;-9)$. **C.** $(-9;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 16. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $x\ge\frac{2}{5}$. **B.** $x\le\frac{2}{3}$. **C.** $x\le\frac{2}{5}$. **D.** $x\ge-\frac{2}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+4,\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 18. Tích phân $I=\int_0^{2020}2^x dx$ bằng

A. $\frac{2^{2020}-1}{\ln 2}$. **B.** $\frac{2^{2020}}{\ln 2}$. **C.** $2^{2020}.\ln 2$. **D.** 2019.2^{2020}.

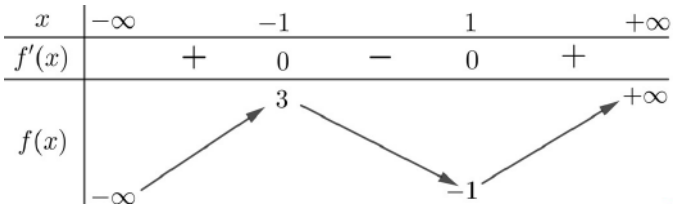
Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng OG.

A. $\vec{u}=(2;2;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;-2)$.

Câu 20. Thể tích khối chóp có đường cao bằng a và diện tích đáy bằng $2a^2\sqrt{3}$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{5a^3}{\sqrt{3}}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi phương trình $3f(x)-2=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 22. Điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ là

A. $x=\pm\sqrt{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm 2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $x+2y-z-1=0$ và (β): $2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=-2$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 24. Đẳng thức nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $A_n^k=n.(n-1)\ldots(n-k-1)$. **B.** $A_n^k=A_n^{n-k}$.

C. $A_n^k=C_n^k$. **D.** $A_n^k=C_n^k.k!$.

Câu 25. Cho số phức $z=2i-3$, phát biểu nào sau đây **sai?**

A. $\overline{z}=-3-2i$. **B.** $|z|=5$.

C. Phần thực là -3. **D.** Phần ảo là số >0.

Câu 26. Cho số phức $z=-3+4i$. Môđun của z là

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+2$ là

A. x^5+2x+C. **B.** $\frac{1}{5}x^5+2x+C$. **C.** $10x+C$. **D.** x^5+2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và được cắt bởi mặt phẳng (α): $2x+y+2z-3=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng 4.

A. $x^2+y^2+(z-3)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

C. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=a$ và diện tích toàn phần bằng $3a^2$. Xác định góc giữa mặt bên và đáy của hình chóp?

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 75^0. **D.** 60^0.

Câu 31. Gieo một đồng tiền cân đối ba lần. Gọi A là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần". Tính xác suất của biến cố A?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^4+3x^2+1$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{11}{5}$. **C.** $\frac{10}{15}$. **D.** $\frac{9}{5}$.

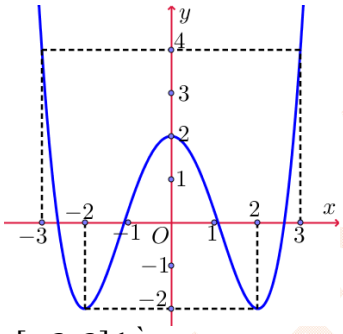
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1\,;2\,;3)$ và song song với mặt phẳng (P): $x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $x-2y+z-8=0$. **B.** $x-2y+z+3=0$.
C. $x+2y+z=0$. **D.** $x-2y+z=0$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=4+i$. Phần thực của số phức $z_1.\overline{z_2}$ bằng
A. 6. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $6i$.

Câu 36. Anh Nam tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua một căn nhà, nhưng thực tế giá căn nhà đó là $1{,}6x$ triệu đồng. Anh Nam quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7%/ năm theo hình thức lãi kép và không rút tiền trước kỳ hạn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm anh Nam có đủ số tiền cần thiết (bao gồm vốn lẫn lãi) mua căn nhà đó? Giả sử trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi, anh Nam không rút tiền và giá bán căn nhà không thay đổi.
A. 6 năm. **B.** 5 năm. **C.** 7 năm. **D.** 8 năm.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới

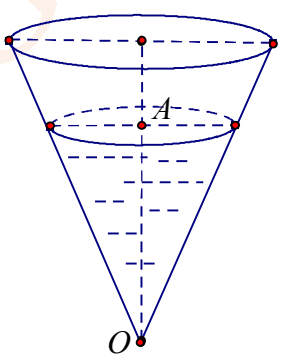


Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ bằng
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

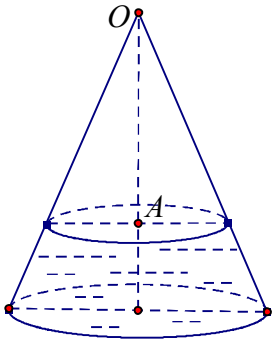
Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $B'C'$
A. a. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}[(3+4i)|z|-4+3i]-5\sqrt{2}=0$. Tính giá trị của $|\bar{z}|$.
A. $|\bar{z}|=2$. **B.** $|\bar{z}|=\sqrt{2}$. **C.** $|\bar{z}|=2\sqrt{2}$. **D.** $|\bar{z}|=1$.

Câu 40. Cho một phễu hình nón có bán kính đáy bằng 1 và đường cao bằng 3. Đổ vào phễu 1 lượng nước chiều cao đến điểm A (hình 1), sau đó hàn kín đáy hình nón rồi úp xuống như hình 2. Để chiều cao cột nước ở hình 2 cũng đến điểm A thì chiều cao OA của lượng nước lúc đầu thuộc khoảng nào trong các khoảng sau (giả sử phần vật liệu để hàn kín đáy hình nón không đáng kể):



Hình 1

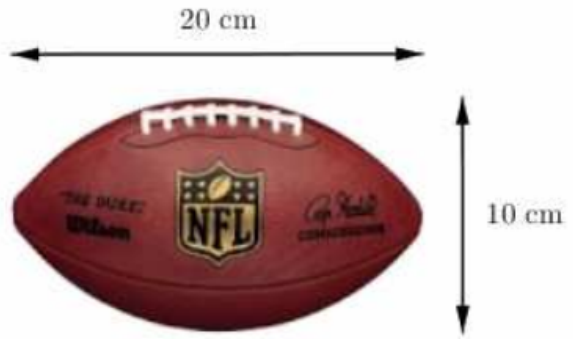


Hình 2

A. $(2;2{,}1)$. **B.** $(2{,}3;2{,}4)$. **C.** $(2{,}2;2{,}3)$. **D.** $(2{,}1;2{,}2)$.

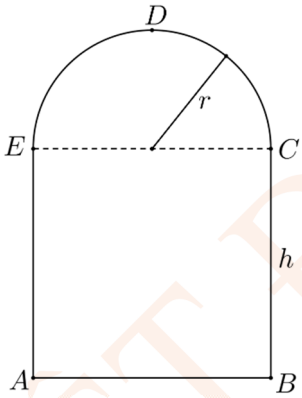
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AD=DC=a$, $AB=2a$. Cạnh SC hợp với đáy góc 30 ∘. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.
A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 42. Thể tích khí chứa trong quả bóng bầu dục có kích thước như hình bên gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $\frac{32000\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{4000\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **C.** $\frac{8000\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $\frac{1000\pi}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 43. Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Tìm r (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.



A. 1 m. **B.** 0,5 m. **C.** $\frac{4}{\pi+4}$ m. **D.** $\frac{2}{4+\pi}$ m.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 3 \le 0$ là

A. $[-3\,;1]$. **B.** $[0\,;+\infty)$.

C. $(-\infty\,;-3]\cup[1\,;+\infty)$. **D.** $(-\infty\,;0]$.

Câu 45. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020\,;\,2021)$ của tham số m để hàm số $y=\frac{2\cos x-3m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0\,;\,\pi)$. Số phần tử của S là

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 46. Cho số phức z thoả mãn $5|z-2+i|=|z-3+2i|+2|z-1+6i|$. Tính giá trị $T=|z-1-2i|_{\max}+|z+3-8i|_{\min}$.

A. $T=\sqrt{2}+\sqrt{74}$. **B.** $T=\frac{5\sqrt{21}-3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $T=\frac{5+\sqrt{269}}{2}$. **D.** $T=\sqrt{2}+74$.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $3^{xy-5}+2^{x-2y}+x(y+1)=\frac{32}{2^{xy}}+\frac{1}{3^{x-2y}}+2y+5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+2y$.

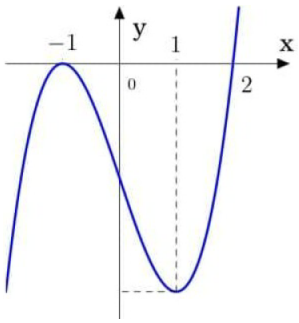
A. $\min P=\sqrt{2}+4$. **B.** $\min P=2\sqrt{6}+3$.

C. $\min P=6\sqrt{2}+4$. **D.** $\min P=4\sqrt{2}-4$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$ và đi qua gốc tọa độ O. Gọi $d_1;d_2;d_3$ là ba đường thẳng thay đổi, không đồng phẳng cùng đi qua O và cắt (S) tại điểm thứ hai là A,B,C. Khi thể tích khối tứ diện $OABC$ lớn nhất thì mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào sau đây

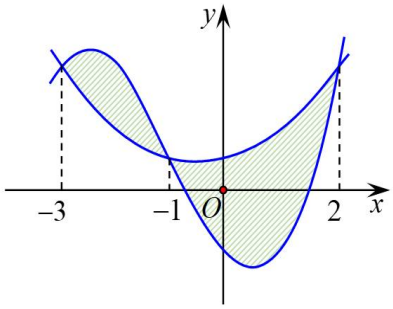
A. $P(1;-2;-6)$. **B.** $F(1;-2;-8)$. **C.** $E(-1;2;-8)$. **D.** $Q(2;-3;5)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;\,5]$ để hàm số $y=f(x^2-2mx+m^2+1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\,\frac{1}{2}\right)$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng



A. 15. **B.** -10. **C.** 14. **D.** -12.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3,-1,2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{48}$. **B.** $\frac{125}{48}$. **C.** $\frac{253}{12}$. **D.** $\frac{125}{12}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	A	A	B	C	B	B	B	C	B	B	C	D	D	D	A	A	A	A	A	B	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	A	B	D	C	B	B	D	C	C	C	D	D	B	D	D	C	B	D	A	C	C	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho dãy số (u_n), với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1}.

A. $u_{n-1} = 5^n$. **B.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$. **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$. **D.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

Lời giải

Chọn A

$u_n = 5^{n+1} \xrightarrow{n \leftrightarrow n-1} u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$.

Câu 2. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 9$, khi đó $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 3. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x = \int_2^5 f(x)\mathrm{d}x + \int_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 3 + 9 = 12$.

Câu 3. Bằng cách đổi biến số $t = 1 + \ln x$ thì tích phân $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $\int_1^4 t^2\,\mathrm{d}t$. **B.** $\int_1^2 (1+t)^2\,\mathrm{d}t$. **C.** $\int_1^e t^2\,\mathrm{d}t$. **D.** $\int_1^2 t^2\,\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn D

Với $t = 1 + \ln x \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{x}$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = e \Rightarrow t = 2$.

Vậy $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int_1^2 t^2\mathrm{d}t$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

A. $I(1\,;\,2\,;\,0)$. **B.** $I(1\,;\,2\,;\,3)$. **C.** $I(2\,;\,4\,;\,6)$. **D.** $I(2\,;\,4\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 11$ nên tọa độ tâm mặt cầu là $I(1\,;\,2\,;\,0)$.

Câu 5. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

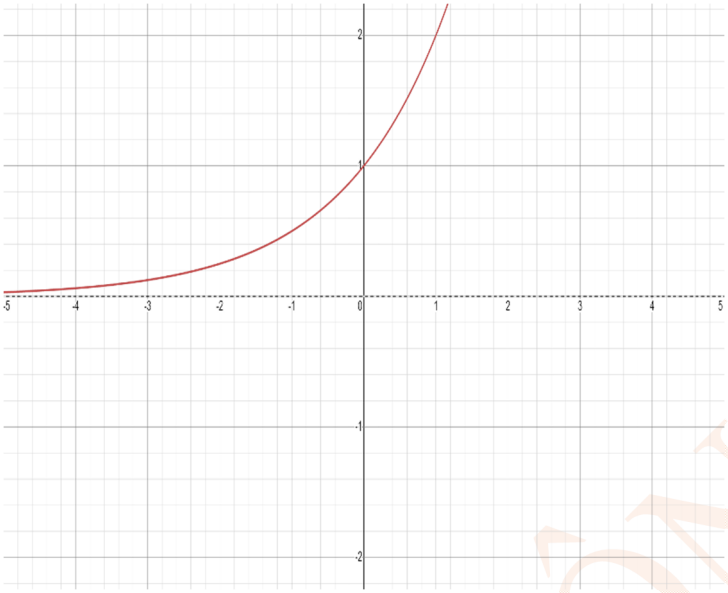
A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{3+\sqrt{11}i}{2} \\ z_2 = \frac{3-\sqrt{11}i}{2} \end{array}\right.$. Suy ra $|z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$.

Câu 6. Đồ thị sau là của hàm số nào?

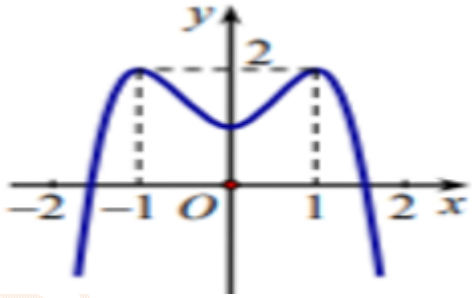


A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $\log_2(x+3)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(0;1); B(1;2)$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số $a<0$ và cắt trục oy tai điểm có tung độ dương nên Chọn hàm số $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

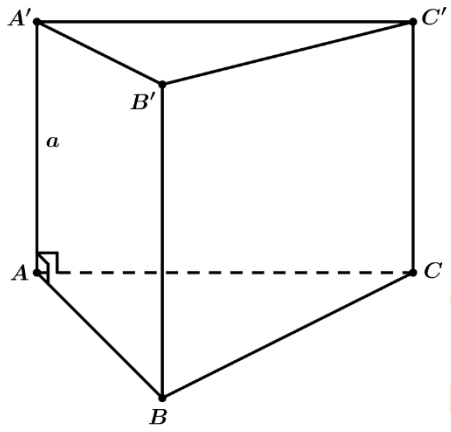
$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ nên đồ thị có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng a, thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $AB = x\ (x > 0) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{ax^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy cạnh đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho $a = \log_{12}6$ và $b = \log_{12}7$. Khi đó $\log_2 7$ tính theo a và b bằng

A. $\frac{a}{a-1}$. **B.** $\frac{b}{1-a}$. **C.** $\frac{a}{b+1}$. **D.** $\frac{a}{b-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 7 = \frac{\log_{12}7}{\log_{12}2} = \frac{\log_{12}7}{\log_{12}12-\log_{12}6} = \frac{b}{1-a}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$cho đường thẳng d: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3} = (2;6;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (-2;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$ **D.** $\overrightarrow{u_1} = (3;-1;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương có tọa độ $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Câu 12. Phương trình $\log_3(5x-1) = 2$ có nghiệm là

A. $\frac{8}{5}$. **B.** 2. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(5x-1) = 2 \Leftrightarrow 5x-1 = 9 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 13. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh bằng 2, bán kính đáy bằng 1.

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có đường sinh bằng $l = 2$ bán kính của đáy bằng $r = 1$, thì diện tích xung quanh của hình nón đó là $S_{xq} = \pi rl = 2\pi$.

Câu 14. Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu (S): $4\pi R^2 = 20\pi \Leftrightarrow R = \sqrt{5}$.

Thể tích khối cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{5}\right)^3 = \frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Câu 15. Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 + 4x - 6$ là

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; -9)$. **C.** $(-9; +\infty)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 + 4$, $y' > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy khoảng đồng biến của hàm số là $(-1; +\infty)$.

Câu 16. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $x \geq \frac{2}{5}$. **B.** $x \leq \frac{2}{3}$. **C.** $x \leq \frac{2}{5}$. **D.** $x \geq -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 4x \geq x - 2 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$..

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 18. Tích phân $I = \int_0^{2020} 2^x dx$ bằng

A. $\frac{2^{2020}-1}{\ln 2}$. **B.** $\frac{2^{2020}}{\ln 2}$. **C.** $2^{2020}.\ln 2$. **D.** 2019.2^{2020}.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^{2020} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2}\Big|_0^{2020} = \frac{2^{2020}}{\ln 2} - \frac{2^0}{\ln 2} = \frac{2^{2020}-1}{\ln 2}$.

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC. Xác định vecto chỉ phương của đường thẳng OG.

A. $\vec{u} = (2;2;-2)$. **B.** $\vec{u} = (1;2;-1)$. **C.** $\vec{u} = (2;1;-2)$. **D.** $\vec{u} = (1;2;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{OG}(2;2;-2)$.

Câu 20. Thể tích khối chóp có đường cao bằng a và diện tích đáy bằng $2a^2\sqrt{3}$ là

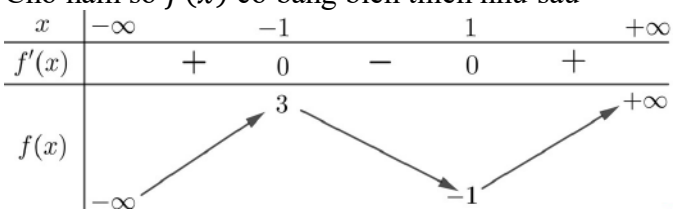
A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{5a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.a.2a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi phương trình $3f(x) - 2 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm

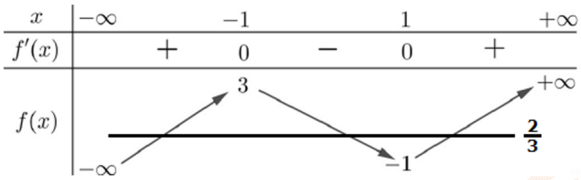
A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$ (*)

Số nghiệm của phương trình (*) cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = \frac{2}{3}$



Vậy $3f(x) - 2 = 0$ có ba nghiệm.

Câu 22. Điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ là

A. $x = \pm\sqrt{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 2x^3 - 4x = 2x(x^2 - 2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $\pm\sqrt{2}$ nên điểm cực tiểu của hàm số là $x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = -2$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\overrightarrow{n_1} = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\overrightarrow{n_2} = (2; 4; -m)$.

Ta có $(\alpha)//(\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 24. Đẳng thức nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $A_n^k = n.(n-1)\ldots(n-k-1)$. **B.** $A_n^k = A_n^{n-k}$.

C. $A_n^k = C_n^k$. **D.** $A_n^k = C_n^k.k!$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C_n^k.k! = \frac{n!}{(n-k)!k!}.k! = \frac{n!}{(n-k)!} = A_n^k$.

Câu 25. Cho số phức $z = 2i - 3$, phát biểu nào sau đây **sai?**

A. $\overline{z} = -3 - 2i$. **B.** $|z| = 5$.

C. Phần thực là -3. **D.** Phần ảo là số > 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ nên đáp án **A** sai.

Câu 26. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của z là

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$

Câu 27. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y' = \frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y' = \frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y' = \frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Lời giải

Chọn C

Công thức đạo hàm của hàm số lũy thừa là $(x^\alpha)' = \alpha . x^{\alpha - 1}$.

Do đó $\left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \frac{5}{4} . x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

A. $x^5 + 2x + C$. **B.** $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$. **C.** $10x + C$. **D.** $x^5 + 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (5x^4 + 2)\,\mathrm{d}x = x^5 + 2x + C$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và được cắt bởi mặt phẳng (α): $2x + y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng 4.

A. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$. **B.** $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

C. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$. **D.** $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn B

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn (C).

Ta có $d\big(I, (\alpha)\big) = \frac{|2.0 + 0 + 2.(-3) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3$.

Khi đó $R = \sqrt{d^2\big(I, (\alpha)\big) + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

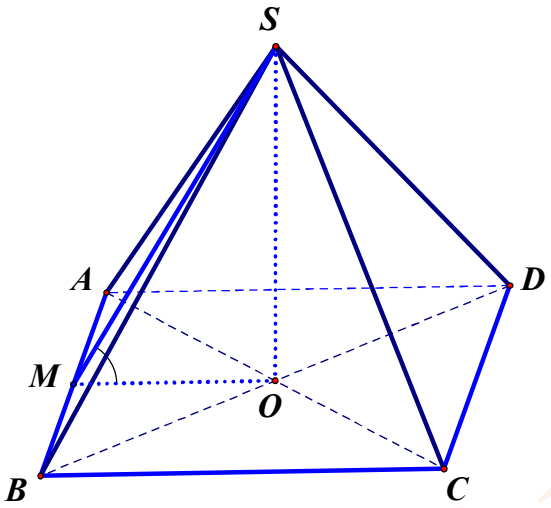
Vậy phương trình của (S) là $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$ và diện tích toàn phần bằng $3a^2$. Xác định góc giữa mặt bên và đáy của hình chóp?

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 75^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn D



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên mặt đáy là hình vuông và các mặt bên là các tam giác cân.
Ta có $SO \perp (ABCD)$. Dựng $MO \perp AB$, từ đó ta chứng minh được $(SMO) \perp AB$, suy ra SM vuông góc AB. Ta xác định được góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$.

Diện tích một mặt bên là $\frac{3a^2-a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$.

Tính độ dài SM, ta có $\frac{a^2}{2} = \frac{a.SM}{2} \Leftrightarrow SM = a$.

Mà $MO = \frac{a}{2}$.

Ta có $\cos\widehat{SMO} = \frac{MO}{SM} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^0$.

Câu 31. Gieo một đồng tiền cân đối ba lần. Gọi A là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần". Tính xác suất của biến cố A?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 8$.

Biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần" có biến cố đối $\overline{A}$ là "Mặt sấp xuất hiện ba lần".

Số phần tử biến cố $\overline{A} = \{SSS\}$ là $n(\overline{A}) = 1$.

Do đó xác suất biến cố $\overline{A}$ là $P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{7}{8}$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (x - \sin 2x)dx = \int x dx - \int \sin 2x \frac{d(2x)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}cos2x + C$

Vậy $\int (x - \sin 2x)dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}cos2x + C$.

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 1$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{11}{5}$. **C.** $\frac{10}{15}$. **D.** $\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng cần tính:

$S = \int_0^1 |x^4 + 3x^2 + 1| \mathrm{d}x = \int_0^1 (x^4 + 3x^2 + 1) \mathrm{d}x \ (Do\ x^4 + 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R})$

$= \left(\frac{x^5}{5} + x^3 + x\right)\Big|_0^1 = \frac{11}{5}$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1\,;2\,;3)$ và song song với mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + z - 8 = 0$. **B.** $x - 2y + z + 3 = 0$.

C. $x + 2y + z = 0$. **D.** $x - 2y + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua điểm $M(1\,;2\,;3)$ và song song với mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 3 = 0$, có véc tơ pháp tuyến: $\vec{n} = \overrightarrow{n_P} = (1\,;\,-2\,;1)$.

Phương trình mặt phẳng theo yêu cầu bài toán là:

$1(x-1) - 2(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z = 0$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 4 + i$. Phần thực của số phức $z_1.\overline{z_2}$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $6i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1.\overline{z_2} = (-2 + i).(4 - i) = -7 + 6i$. Vậy phần thực của $z_1.\overline{z_2}$ là -7.

Câu 36. Anh Nam tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua một căn nhà, nhưng thực tế giá căn nhà đó là $1{,}6x$ triệu đồng. Anh Nam quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7%/ năm theo hình thức lãi kép và không rút tiền trước kỳ hạn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm anh Nam có đủ số tiền cần thiết (bao gồm vốn lẫn lãi) mua căn nhà đó? Giả sử trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi, anh Nam không rút tiền và giá bán căn nhà không thay đổi.

A. 6 năm. **B.** 5 năm. **C.** 7 năm. **D.** 8 năm.

Lời giải

Chọn C

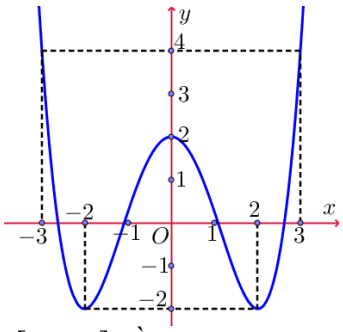
Gọi n là số năm cần tìm $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Theo công thức lãi kép, số tiền anh Nam nhận được sau n năm là: $x(1 + 7\%)^n$.

Theo bài ra, ta có: $x(1 + 7\%)^n \geq 1{,}6x \Leftrightarrow n \geq \log_{1,07} 1{,}6 \simeq 6{,}95$

Vậy, $n = 7$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

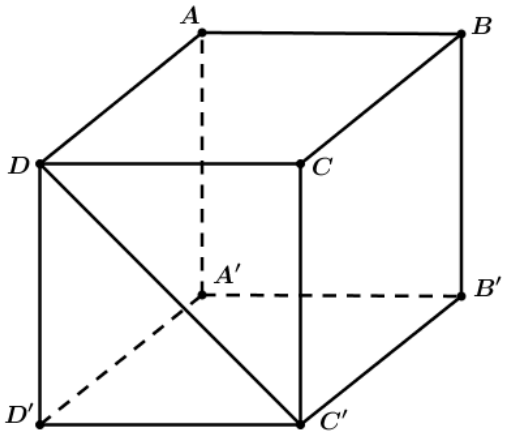
Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy rằng hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;3]$, và ta có $f(x)\in[-2;4]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
Nên ta có $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=f(3)=4$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và $B'C'$

A. a. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases}AD\perp(DCC'D')\\B'C'\perp(DCC'D')\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AD\perp DC'\\B'C'\perp DC'\end{cases}\Rightarrow d(AD;B'C')=DC'=a\sqrt{2}.$

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}[(3+4i)|z|-4+3i]-5\sqrt{2}=0$. Tính giá trị của $|\bar{z}|$.

A. $|\bar{z}|=2$. **B.** $|\bar{z}|=\sqrt{2}$. **C.** $|\bar{z}|=2\sqrt{2}$. **D.** $|\bar{z}|=1$.

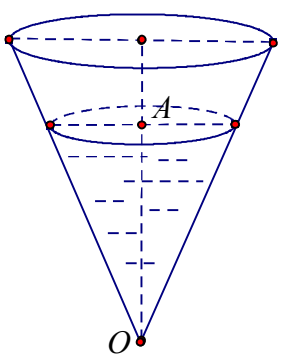
Lời giải

Chọn D

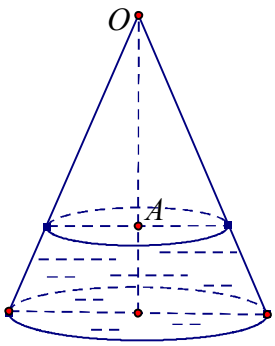
$\bar{z}[(3+4i)|z|-4+3i]-5\sqrt{2}=0\Leftrightarrow(3+4i)|z|-4+3i=\frac{5\sqrt{2}}{\bar{z}}\Leftrightarrow 3|z|-4+(4|z|+3)i=\frac{5\sqrt{2}}{\bar{z}}\Leftrightarrow\sqrt{(3|z|+4)^2+(4|z|+3)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{|\bar{z}|}\Leftrightarrow(3|\bar{z}|+4)^2+(4|\bar{z}|+3)^2=\frac{50}{|\bar{z}|^2}$ (vì $|z|=|\bar{z}|$)

$\Leftrightarrow|\bar{z}|^4+|\bar{z}|^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|\bar{z}|^2=1\\|\bar{z}|^2=-2(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow|\bar{z}=1|.$

Câu 40. Cho một phễu hình nón có bán kính đáy bằng 1 và đường cao bằng 3. Đổ vào phễu 1 lượng nước chiều cao đến điểm A (hình 1), sau đó hàn kín đáy hình nón rồi úp xuống như hình 2. Để chiều cao cột nước ở hình 2 cũng đến điểm A thì chiều cao OA của lượng nước lúc đầu thuộc khoảng nào trong các khoảng sau (giả sử phần vật liệu để hàn kín đáy hình nón không đáng kể):



Hình 1



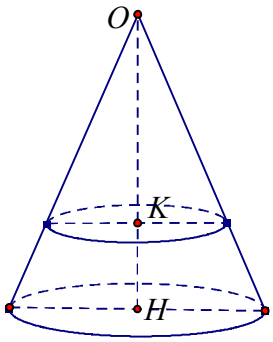
Hình 2

A. $(2;2,1)$. **B.** $(2,3;2,4)$. **C.** $(2,2;2,3)$. **D.** $(2,1;2,2)$.

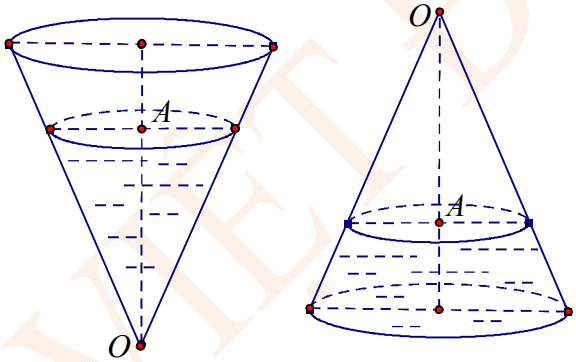
Lời giải

Chọn B

Bài toán: Cho hình nón (N_1) đỉnh O và tâm của đáy là H, trên đường cao OH lấy điểm K. Gọi giao tuyến của hình nón (N_1) và mặt phẳng qua K và vuông góc với OH là đường tròn (K), gọi hình nón đỉnh O và đáy là đường tròn (K) là hình nón (N_2). Khi đó tỉ số thể tích của 2 khối nón là: $\frac{V_{(N_2)}}{V_{(N_1)}} = \left(\frac{OK}{OH}\right)^3$.



Áp dụng bài toán trên:



Hình 1 *Hình 2*

Gọi cái phễu hình nón là (N) và chiều cao của nó là $h = 3$, gọi hình nón có đỉnh là O và đáy là đường tròn tâm A là (N'). Ta có: $\frac{V_{(N')}}{V_{(N)}} = \left(\frac{OA}{h}\right)^3 = \left(\frac{OA}{3}\right)^3$.

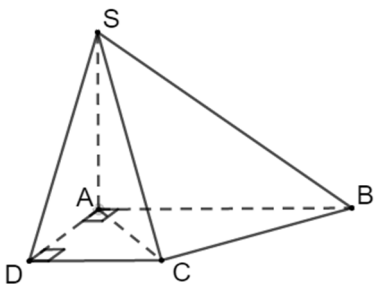
Yêu cầu của bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi: $V_{(N')} = \frac{1}{2}V_{(N)} \Leftrightarrow \left(\frac{OA}{3}\right)^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow OA = \frac{3}{\sqrt[3]{2}} = 2{,}3811\ldots$ Vậy $OA \in (2{,}3; 2{,}4)$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AD = DC = a$, $AB = 2a$. Cạnh SC hợp với đáy góc $30\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Do $SA \perp (ABCD)$ tại A nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$.

Suy ra : góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

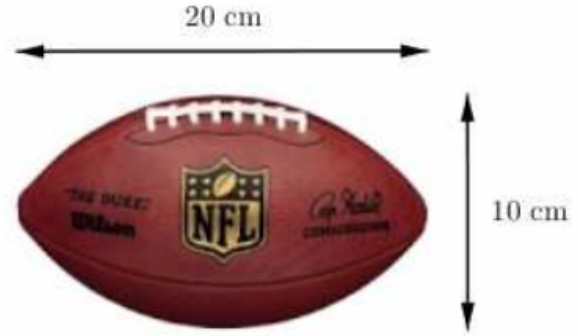
Diện tích tam giác ABC là : $S_{ABC} = S_{ABCD} - S_{ACD} = \frac{1}{2}(AB + CD).AD - \frac{1}{2}AD.CD = a^2$.

ΔADC vuông cân tại D, suy ra : $AC = \frac{AD}{\sin 45°} = a\sqrt{2}$

$SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{2}.\tan 30° = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là : $V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 42. Thể tích khí chứa trong quả bóng bầu dục có kích thước như hình bên gần nhất với giá trị nào sau đây?

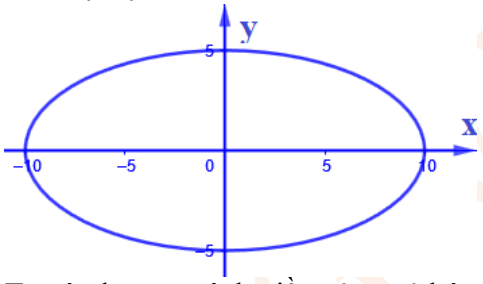


A. $\frac{32000\pi}{3}$ (cm³). **B.** $\frac{4000\pi}{3}$ (cm³). **C.** $\frac{8000\pi}{3}$ (cm³). **D.** $\frac{1000\pi}{3}$ (cm³).

Lời giải

Chọn D

Gắn hệ trục như hình vẽ:

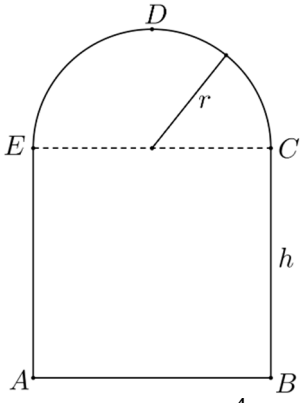


Ta có phương trình viền của quả bóng elip:

$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Rightarrow y = \frac{\pm\sqrt{10^2 - x^2}}{2}$.

Thể tích quả bóng bầu dục: $V = \pi\int_{-10}^{10}\left(\frac{\sqrt{10^2-x^2}}{2}\right)^2 dx = \frac{\pi}{4}\int_{-10}^{10}(100 - x^2)dx = \frac{1000\pi}{3}$.

Câu 43. Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Tìm r (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.



A. 1 m. **B.** 0,5 m. **C.** $\frac{4}{\pi+4}$ m. **D.** $\frac{2}{4+\pi}$ m.

Lời giải

Chọn C

Vì thanh kim loại dài 4 m nên ta có: $2h + 2r + \pi r = 4 \Rightarrow h = \frac{4-2r-\pi r}{2}$

Diện tích của khung cửa sổ là $S = \frac{1}{2}\pi r^2 + 2rh = \frac{1}{2}\pi r^2 + 2r \cdot \frac{4-2r-\pi r}{2} = -\frac{\pi+4}{2} \cdot r^2 + 4r$

Xét hàm số $S(r) = -\frac{\pi+4}{2} \cdot r^2 + 4r$ trên khoảng $(0; 2)$

$S'(r) = -(\pi + 4)r + 4 = 0 \Leftrightarrow -(\pi + 4)r = -4 \Leftrightarrow r = \frac{4}{\pi+4}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{\pi+4}$		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
y	$-\infty$	↗		↗	$\frac{8}{\pi+4}$	↘		↘	$-\infty$

Ta có: $\max\limits_{(0;2)} S = S\left(\frac{4}{\pi+4}\right) = \frac{8}{\pi+4} > 0$ (thỏa mãn)

Vậy với $r = \frac{4}{\pi+4}$ thì diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 3 \le 0$ là

A. $[-3\,;1]$. **B.** $[0\,;+\infty)$.

C. $(-\infty\,;-3] \cup [1\,;+\infty)$. **D.** $(-\infty\,;0]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x, (t > 0)$. Ta được phương trình:

$t^2 + 2t - 3 \le 0 \Leftrightarrow (t + 3)(t - 1) \le 0 \Leftrightarrow t \le 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \le 1 \Leftrightarrow x \ge 0.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[0\,;\,+\infty)$.

Phân tích đáp án nhiễu:

Chọn B: học sinh sai lầm kết luận tập nghiệm của bất phương trình bậc hai theo t.

$t^2 + 2t - 3 \le 0 \Leftrightarrow -3 \le t \le 1$ dẫn đến kết luận tập nghiệm là $[-3\,;1]$

Chọn B: học sinh sai lầm do xét sai dấu tam thức bậc hai theo t

$t^2 + 2t - 3 \le 0 \Leftrightarrow t \le -3 \vee t \ge 1$ dẫn đến kết luận tập nghiệm là $(-\infty\,;-3] \cup [1;+\infty)$

Chọn B: học sinh sai lầm do sai kiến thức về tính chất của hàm mũ $\left(\frac{1}{2}\right)^x \le 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \le \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow x \le 0.$

Câu 45. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020\,;\,2021)$ của tham số m để hàm số $y = \frac{2\cos x - 3m}{\cos x + m}$ đồng biến trên khoảng $(0\,;\,\pi)$. Số phần tử của S là

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \cos x$, với $x \in (0\,;\,\pi) \Rightarrow t \in (-1\,;\,1)$, hàm số đã cho trở thành $y = \frac{2t-3m}{t+m}$.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0\,;\,\pi)$ nên hàm số $y = \frac{2\cos x-3m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0\,;\,\pi) \Leftrightarrow$ hàm số $y = \frac{2t-3m}{t+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1\,;\,1) \Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{5m}{(t+m)^2} < 0 \\ \left[\begin{array}{l} -m \geq 1 \\ -m \leq -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1.$

Kết hợp $m \in (-2020\,;\,2021)$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2019\,;\,-2018\,;\,\ldots\,;\,-2\,;\,-1\}$
$\Rightarrow$ có 2019 số nguyên m thoả mãn.

Câu 46. Cho số phức z thoả mãn $5|z-2+i| = |z-3+2i| + 2|z-1+6i|$. Tính giá trị $T = |z-1-2i|_{\max} + |z+3-8i|_{\min}$.

A. $T = \sqrt{2} + \sqrt{74}$. **B.** $T = \frac{5\sqrt{21}-3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $T = \frac{5+\sqrt{269}}{2}$. **D.** $T = \sqrt{2} + 74$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có: $5|z-2+i| = |z-3+2i| + 2|z-1+6i| \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2} = \sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2} + 2\sqrt{(x-1)^2+(y+6)^2}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2} \leq \sqrt{5[(x-3)^2+(y+2)^2+(x-1)^2+(y+6)^2]}$

$\Leftrightarrow 5(x^2-4x+4+y^2+2y+1) \leq x^2-6x+9+y^2+4y+4+x^2-2x+1+y^2+12y+36$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2-12x-6y-25 \leq 0 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-2y-\frac{25}{3} \leq 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2 \leq \frac{40}{3}$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là hình tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \frac{2\sqrt{30}}{3}$.

Gọi $C(1;2); D(-3;8)$.

Ta có: $MC = |z-1-2i| \Rightarrow |z-1-2i|_{\max}$ khi MC dài nhất.

Mặt khác: $IC = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2} < R \Rightarrow C \in$ hình tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \frac{2\sqrt{30}}{3}$.

Mà $MC \leq IC + R \Rightarrow MC$ dài nhất khi $MC = IC + R = \sqrt{2} + \frac{2\sqrt{30}}{3}$ (1).

Ta có: $MD = |z+3-8i| \Rightarrow |z+3-8i|_{\min}$ khi MD ngắn nhất.

Mặt khác: $ID = \sqrt{(-5)^2+7^2} = \sqrt{74} > R \Rightarrow D \notin$ hình tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \frac{2\sqrt{30}}{3}$.

Mà $MD \geq ID - R \Rightarrow MD$ ngắn nhất khi $MD = ID - R = \sqrt{74} - \frac{2\sqrt{30}}{3}$. (2)

Từ (1); (2) $\Rightarrow T = \sqrt{2} + \sqrt{74}$.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $3^{xy-5} + 2^{x-2y} + x(y+1) = \frac{32}{2^{xy}} + \frac{1}{3^{x-2y}} + 2y + 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y$.

A. $\min P = \sqrt{2} + 4$. **B.** $\min P = 2\sqrt{6} + 3$.

C. $\min P = 6\sqrt{2} + 4$. **D.** $\min P = 4\sqrt{2} - 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{xy-5} + 2^{x-2y} + x(y+1) = \frac{32}{2^{xy}} + \frac{1}{3^{x-2y}} + 2y + 5$

$\Leftrightarrow 3^{xy-5}-\frac{1}{2^{xy-5}}+xy-5=3^{2y-x}-\frac{1}{2^{2y-x}}+2y-x(*)$

Xét hàm số $g(t)=3^t-\frac{1}{2^t}+t$ có $g'(t)=3^t.\ln 3-\frac{1}{2^t}.\ln\frac{1}{2}+1>0,\forall t$

suy ra hàm số $g(t)$ luôn đồng biến.

Từ (*) ta có $g(xy-5)=g(2y-x)\Leftrightarrow xy-5=2y-x\Leftrightarrow x=\frac{2y+5}{y+1}$

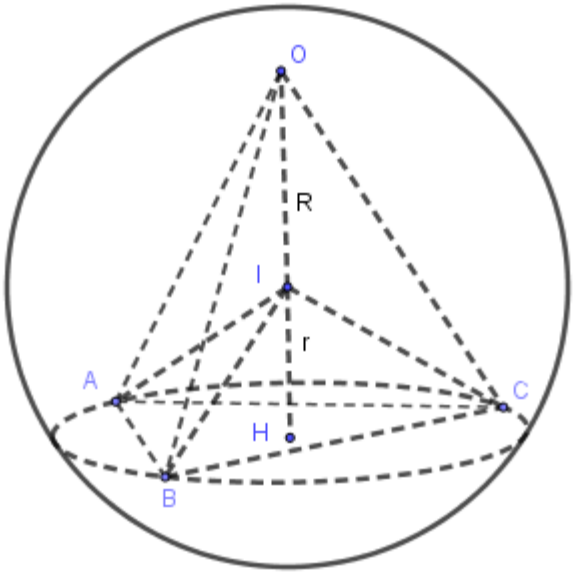
Suy ra $P=\frac{6y+15}{y+1}+2y=\frac{2y^2+8y+15}{y+1}$

$\Leftrightarrow P=\frac{2(y+1)^2+4(y+1)+9}{y+1}=2(y+1)+4+\frac{9}{y+1}\geq 4+6\sqrt{2}.$

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$ và đi qua gốc tọa độ O. Gọi $d_1;d_2;d_3$ là ba đường thẳng thay đổi, không đồng phẳng cùng đi qua O và cắt (S) tại điểm thứ hai là A,B,C. Khi thể tích khối tứ diện $OABC$ lớn nhất thì mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào sau đây

A. $P(1;-2;-6)$. **B.** $F(1;-2;-8)$. **C.** $E(-1;2;-8)$. **D.** $Q(2;-3;5)$.

Lời giải



Có $R=OI=3$. Ta thấy thể tích khối tứ diện $OABC$ lớn nhất khi đường thẳng OI vuông góc với (ABC) tại tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đặt $IH=r(0<r<R)$. Ta có $V_{OABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.OH$.

với $S_{ABC}=2r_{ABC}^2\sin A.\sin B.\sin C\leq 2r_{ABC}^2.\frac{3\sqrt{3}}{8}\Rightarrow S_{ABC}\leq\frac{3\sqrt{3}}{4}(R^2-r^2)$

Dấu bằng xảy ra khi tam giác ABC đều, suy ra $V_{OABC}\leq\frac{\sqrt{3}}{4}.(R^2-r^2)(R+r)$.

Xét hàm số $f(r)=(R^2-r^2)(R+r)$ với $(0<r<R)$

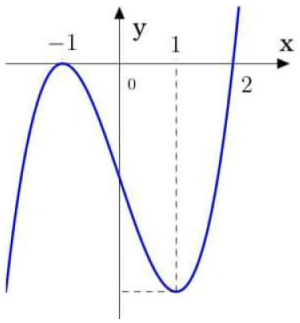
$f'(r)=-2r(R+r)+(R^2-r^2)=(R+r)(R-3r);f'(r)=0\Leftrightarrow r=\frac{R}{3}$

Suy ra $\underset{r\in(0;R)}{Max}f(r)=f\left(\frac{R}{3}\right)=\frac{32R^3}{27}=32.$

Khi đó $\overrightarrow{OH}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OI}=\left(\frac{8}{3};-\frac{4}{3};-\frac{8}{3}\right)$, suy ra mặt phẳng (ABC) đi qua điểm H, nhận $\overrightarrow{OI}$ làm VTPT có phương trình là: $2\left(x-\frac{8}{3}\right)-\left(y+\frac{4}{3}\right)-2\left(z+\frac{8}{3}\right)=0\Leftrightarrow 2x-y-2z-12=0.$

Kiểm tra tọa độ 4 điểm P, F, E, Q ta thấy điểm $E(-1;2;-8)$ thỏa mãn PTMP (ABC).

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=f(x^2-2mx+m^2+1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng



A. 15. **B.** -10. **C.** 14. **D.** -12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = (x^2 - 2mx + m^2 + 1)'f'(x^2 - 2mx + m^2 + 1) = (2x - 2m)f'(x^2 - 2mx + m^2 + 1)$

Trường hợp 1: $2x - 2m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq m$

Khi đó $y' < 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ x^2 - 2mx + m^2 + 1 < 2, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ x^2 - 2mx + m^2 - 1 < 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

Đặt $g(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$

$g(x) < 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(0) \leq 0 \\ g\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (m^2 - 1) > 0 \\ m^2 - 1 \leq 0 \\ m^2 - m - \frac{3}{4} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

Vì $m \leq 0$ nên suy ra $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$ (1).

Trường hợp 2: $2x - 2m \leq 0 \Leftrightarrow x \leq m$

Khi đó $y' < 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 2mx + m^2 + 1 > 2, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 2mx + m^2 - 1 > 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

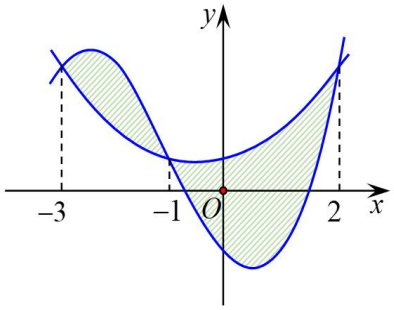
$g(x) > 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} \notin \left[0; \frac{1}{2}\right] \\ g(0) \geq 0 \\ g\left(\frac{1}{2}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin \left[0; \frac{1}{2}\right] \\ m^2 - 1 \geq 0 \\ m^2 - m - \frac{3}{4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -1 \end{array}\right.$ (2).

Vì $m \geq \frac{1}{2}$ nên suy ra $m \geq \frac{3}{2}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$, kết hợp với các giá trị nguyên $m \in [-5; 5]$ ta được: $m = \{0; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng 14.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3, -1, 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{48}$. **B.** $\frac{125}{48}$. **C.** $\frac{253}{12}$. **D.** $\frac{125}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết hai đồ thị hàm số cắt nhau tại các điểm $-3, -1, 2$ nên ta có:

$$\begin{cases} -27a+9b-3c-1=9d-3e+\frac{1}{2} \\ -a+b-c-1=d-e+\frac{1}{2} \\ 8a+4b+2c-1=4d+2e+\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27a+9(b-d)-3(c-e)-\frac{3}{2}=0 \\ -a+(b-d)-(c-e)-\frac{3}{2}=0 \\ 8a+4(b-d)+2(c-e)-\frac{3}{2}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b-d=\frac{1}{2} \\ c-e=-\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy diện tích cần tính là:

$$S=\left|\int_{-3}^{-1}\left[ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}\right]dx\right|+\left|\int_{-1}^{2}\left[ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}\right]dx\right|$$

$$=\left|\frac{1}{4}\cdot(-20)+\frac{1}{2}\cdot\frac{26}{3}-\frac{5}{4}(-4)-\frac{3}{2}\cdot 2\right|+\left|\frac{1}{4}\cdot\frac{15}{4}+\frac{1}{2}\cdot 3-\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\cdot 3\right|=\frac{4}{3}+\frac{63}{16}=\frac{253}{48}$$

Cách 2.

Ta có: $f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow a(x+3)(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow (x^2+4x+3)(x-2)=0 \Leftrightarrow x^3+2x^2-5x-6=0$

Đồng nhất hệ số với phương trình $ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}=0$ ta có: $\frac{a}{1}=\frac{-\frac{3}{2}}{-6} \Rightarrow a=\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow f(x)-g(x)=\frac{1}{4}(x^3+2x^2-5x-6)$$

Do đó $S=\int_{-3}^{2}\left|\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|dx=\frac{253}{48}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 022

Câu 1. Tích phân $f(x)=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos x\mathrm{d}x$ bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho tập A gồm n phần tử $(n\geq 1)$, số hoán vị của tập A là
A. $(n!)^2$. **B.** n^2. **C.** 2^n. **D.** $n!$.

Câu 3. Nếu đặt $u=2x+1$ thì $\int_0^1(2x+1)^4\mathrm{d}x$ bằng
A. $\frac{1}{2}\int_0^1 u^4\mathrm{d}u$. **B.** $\int_0^1 u^4\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int_1^3 u^4\mathrm{d}u$. **D.** $\int_1^3 u^4\mathrm{d}u$.

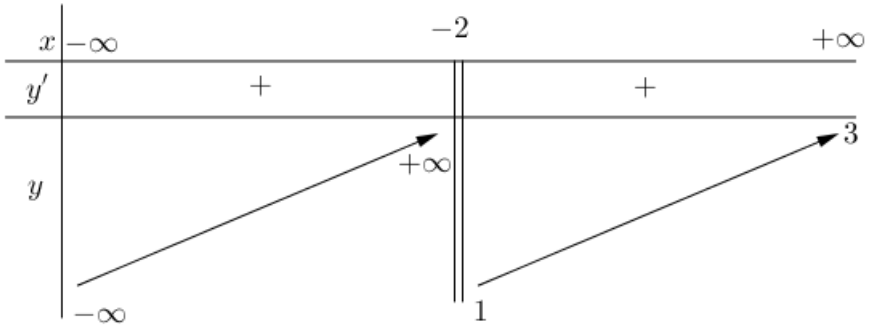
Câu 4. Cho biết $\log 3=a, \log 7=b$. Kho đó $\log 630$ bằng
A. $a+b+2$. **B.** $a-b+4$. **C.** $20a+10b$. **D.** $2a+b+1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 6. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+4=0$. Tính $w=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2$.
A. $w=2+\frac{3}{2}i$. **B.** $w=-\frac{3}{4}+2i$. **C.** $w=\frac{3}{4}+2i$. **D.** $w=\frac{3}{2}+2i$.

Câu 7. Hàm số $F(x)=\cos 3x$ là nguyên hàm của hàm số:
A. $f(x)=3\sin 3x$. **B.** $f(x)=-\sin 3x$. **C.** $f(x)=\frac{\sin 3x}{3}$. **D.** $f(x)=-3\sin 3x$.

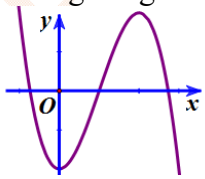
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là
A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

Câu 9. Phương trình $\log_2(x-1)=1$ có nghiệm là
A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Câu 10. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.
C. $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2+1$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?
A. $y=\frac{x-19}{x-20}$. **B.** $y=\frac{x+19}{x+20}$.

C. $y=-x^3-3x$. **D.** $y=x^3+20x+2019$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):\ x^2+y^2+(z-2)^2=9$ có diện tích bằng?
A. 18π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vecto $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là
A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?
A. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.
C. Hàm số có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số không có cực trị.

Câu 16. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3n+8, n\in\mathbb{N}^*$. Số 56 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy?
A. 12. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 18.

Câu 17. Cho số phức $z=-5+2i$, phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là
A. -5 và 2. **B.** -5 và -2. **C.** 5 và -2. **D.** 5 và 2.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[0\,;\,2]$ và $\int_0^2 f(x)dx=2$, $\int_0^2 g(x)dx=-2$. Tính $\int_0^2[3f(x)+g(x)]dx$.
A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6

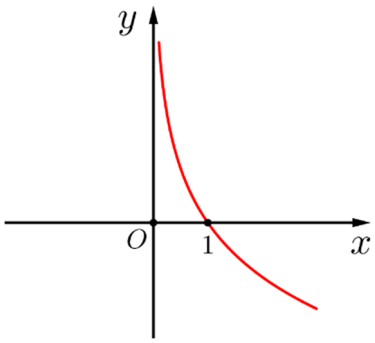
Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2-5i$ và $z_2=3i-4$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng:
A. 8. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -8.

Câu 20. Nghiệm lớn nhất của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-12}\geq\left(\frac{4}{3}\right)^{x}$ là
A. 4. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 21. Tìm đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{4}}(x>0)$ ta được
A. $y'=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **B.** $y'=x^{-\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{1}{4\sqrt[4]{x}}$. **D.** $y'=\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?
A. (S): $x+y+z+5=0$. **B.** (Q): $x-1=0$.
C. (R): $x+y-7=0$. **D.** (P): $z-2=0$.

Câu 23. Đồ thị có hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 24. Một mặt cầu có diện tích $S=100\pi$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu đó là
A. $V=\frac{4000\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{500\pi}{3}$. **C.** $V=500\pi$. **D.** $V=\frac{1000\pi}{3}$.

Câu 25. Diện tích toàn phần của khối hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $2, 3, 4$ là:
A. 48.**B.** 52.**C.** 26.**D.** 24.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1\,;\,-2\,;\,0)$; $B(3\,;\,2\,;\,-8)$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.
A. $\vec{u}=(1\,;\,-2\,;\,-4)$. **B.** $\vec{u}=(1\,;\,2\,;\,-4)$.
C. $\vec{u}=(2\,;\,4\,;\,8)$. **D.** $\vec{u}=(-1\,;\,2\,;\,-4)$.

Câu 27. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và đường kính đáy $d=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 48π. **B.** 4π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng
A. 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x}$?
A. $F(x)=\frac{3^{2x}}{3.\ln 2}$. **B.** $F(x)=\frac{3^{2x}}{3.\ln 3}-1$.
C. $F(x)=2.3^{2x}.\ln 3$. **D.** $F(x)=\frac{3^{2x}}{2.\ln 3}+2$.

Câu 30. Cho hai biến cố xung khắc A và B . Biết $P(A)=\frac{1}{4}, P(A\cup B)=\frac{1}{2}$. Tính $P(B)$.
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	0

Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là M, m. Giá trị biểu thức $P=M^2+m^2$ bằng
A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\frac{1}{4}$. **D.** $P=\frac{1}{2}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z+5=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π.
A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=16$.
C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

Câu 33. Cho số phức $z=4-i$, mô đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng
A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** 34. **D.** 30.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng
A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là
A. $x+y+z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x-y-z=0$.

Câu 36. Đầu năm 2020, ông A thành lập một công ty. Tổng tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2020 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?
A. Năm 2026. **B.** Năm 2025. **C.** Năm 2024. **D.** Năm 2027.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=\begin{cases}-x & khi \quad x<0\\ x^2 & khi \quad 0\le x<2\\ 4 & khi \quad x\ge 2\end{cases}$ và các đường thẳng $y=2x-1, x=-1$?

A. $\frac{41}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{29}{12}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $D; SD$ vuông góc với mặt đáy $(ABCD); AD=2a; SD=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

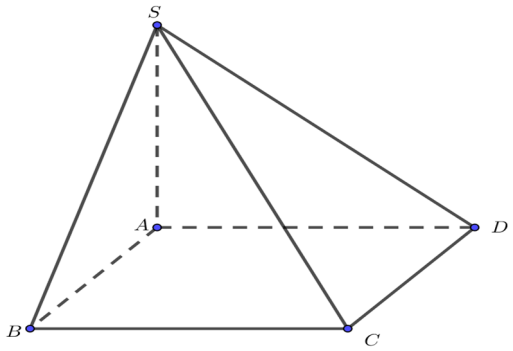
Câu 39. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2i\overline{z}=3+3i$. Tính giá trị biểu thức: $P=(a+i)^{2019}+(b-i)^{2019}$.

A. -2^{1008}. **B.** -2^{1009}. **C.** -2^{1011}. **D.** -2^{1010}.

Câu 40. Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một phần ba lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

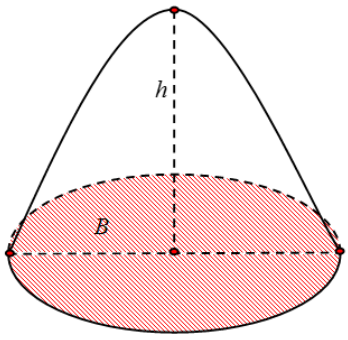
A. $\frac{5+\sqrt{21}}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{21}$. **D.** $\frac{21+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$, góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0 (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42. Vật thể parabolide tròn xoay như hình vẽ bên dưới có đáy là hình tròn có diện tích $B=3$, chiều cao của vật thể là $h=4$.



Thể tích của vật thể trên là

A. $V=8$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi$. **C.** $V=6$. **D.** $V=\frac{1}{4}\pi$.

Câu 43. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ là

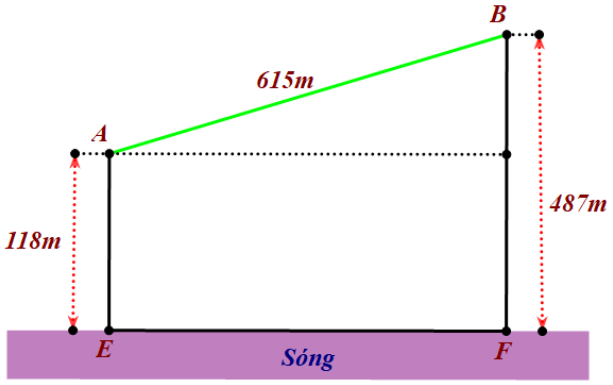
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x-2(x+5).3^x+9(2x+1)\ge 0$ là

A. $(-\infty;\ 0]\cup[2;\ +\infty)$. **B.** $(-\infty;\ 1]\cup[2;\ +\infty)$.

C. $[1;\ 2]$. **D.** $[0;\ 1]\cup[2;\ +\infty)$.

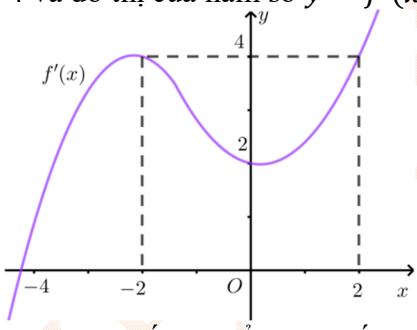
Câu 45. Cho hai vị A, B trí cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ:



Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B, đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 779,8 m. **B.** 569,5 m. **C.** 671,4 m. **D.** 741,2 m.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc 4 và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



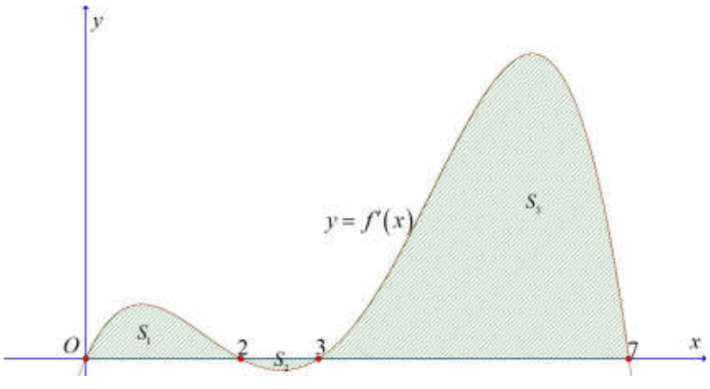
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x) = 3f\left(-\sqrt{x-m}\right) + (x-m)\sqrt{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$, $A(1;2;1)$, $B(1;-1;1)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có tâm $I(a;b;c)$. Tính $a + b + c$.

A. 2 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;7]$ và có đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;7]$ như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(2x-1)$ biết rằng diện tích các hình phẳng trong hình vẽ lần lượt là $S_1 = \frac{244}{15}, S_2 = \frac{28}{15}, S_3 = \frac{2528}{15}$ và $f(0) = 1$. Tính $g(4)$.

A. $\frac{563}{3}$. **B.** $\frac{2759}{15}$. **C.** $\frac{2744}{15}$. **D.** $\frac{5518}{15}$.

Câu 49. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $\log_3\left(\frac{x+y}{3y^2+3y+x}\right) = 3y^2 - 2x - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2xy - 18x + 72y - 45$ trên nửa khoảng $(0;5]$.

A. 20. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 2020.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. GTLN của biểu thức $P = |z^3 - z + 2|$ là:

A. $\sqrt{13}$. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	D	B	C	D	B	A	C	D	D	D	A	C	C	B	A	D	C	D	C	B	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	D	C	D	A	A	A	A	B	A	C	D	A	B	C	A	D	A	A	C	B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tích phân $f(x)=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos x\mathrm{d}x=\sin x|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho tập A gồm n phần tử $(n\geq 1)$, số hoán vị của tập A là

A. $(n!)^2$. **B.** n^2. **C.** 2^n. **D.** $n!$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số hoán vị của tập hợp có n phần tử là $n!$.

Câu 3. Nếu đặt $u=2x+1$ thì $\int_0^1(2x+1)^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_0^1 u^4\mathrm{d}u$. **B.** $\int_0^1 u^4\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int_1^3 u^4\mathrm{d}u$. **D.** $\int_1^3 u^4\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1(2x+1)^4\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^1(2x+1)^4\mathrm{d}(2x+1)=\frac{1}{2}\int_1^3 u^4\mathrm{d}u$.

Câu 4. Cho biết $\log 3=a,\log 7=b$. Kho đó $\log 630$ bằng

A. $a+b+2$. **B.** $a-b+4$. **C.** $20a+10b$. **D.** $2a+b+1$.

Lời giải

Chọn D

• $\log 630=\log(10.3^2.7)=\log 10+2\log 3+\log 7=1+2a+b$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow x^3\leq 0\Leftrightarrow x\leq 0$.

Câu 6. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+4=0$. Tính $w=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2$.

A. $w=2+\frac{3}{2}i$. **B.** $w=-\frac{3}{4}+2i$. **C.** $w=\frac{3}{4}+2i$. **D.** $w=\frac{3}{2}+2i$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý Viét ta có $z_1+z_2=\frac{3}{2}$, $z_1z_2=2$.

$w=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2=\frac{z_1+z_2}{z_1z_2}+iz_1z_2=\frac{3}{4}+2i$.

Câu 7. Hàm số $F(x)=\cos 3x$ là nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x)=3\sin 3x$. **B.** $f(x)=-\sin 3x$. **C.** $f(x)=\frac{\sin 3x}{3}$. **D.** $f(x)=-3\sin 3x$.

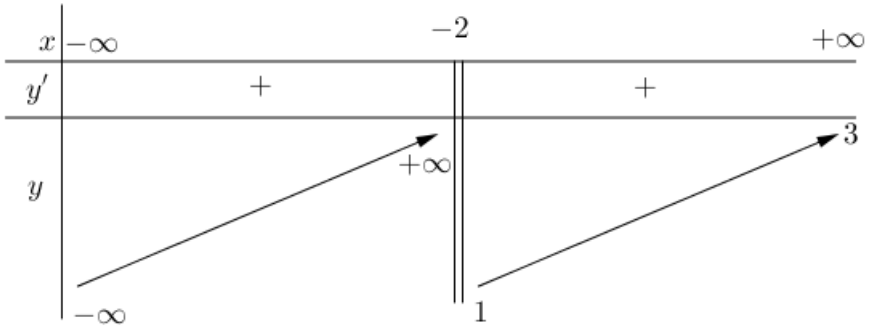
Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x)=\cos 3x\Rightarrow F'(x)=-3\sin 3x$.

Vậy hàm số $F(x)=\cos 3x$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=-3\sin 3x$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=+\infty$ do đó $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 9. Phương trình $\log_2(x-1)=1$ có nghiệm là

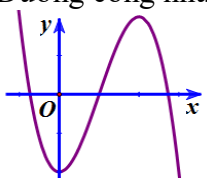
A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2(x-1)=1\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3$.

Câu 10. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.

C. $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm bậc 3 có $a<0$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-19}{x-20}$. **B.** $y=\frac{x+19}{x+20}$.

C. $y=-x^3-3x$. **D.** $y=x^3+20x+2019$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$y=x^3+20x+2019\Rightarrow y'=3x^2+20>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):\ x^2+y^2+(z-2)^2=9$ có diện tích bằng?

A. 18π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S=4\pi R^2=4\pi.9=36\pi$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a}-\vec{b}=(1;2;3)$.

Theo lý thuyết: $\vec{u}=(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{v}=(x_2;y_2;z_2)$ thì $\vec{u}-\vec{v}=(x_1-x_2;y_1-y_2;z_1-z_2)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)-2=0(*)\Leftrightarrow f(x)=2\Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên PT $(*)$ có 4 nghiệm.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc bốn trùng phương $y=x^4-2x^2+3$ có $a.b=1.(-2)<0$ nên hàm số có 3 điểm cực trị .

Câu 16. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3n+8, n\in\mathbb{N}^*$. Số 56 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy?

A. 12. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3n+8=56\Leftrightarrow n=16$.

Câu 17. Cho số phức $z=-5+2i$, phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. -5 và 2. **B.** -5 và -2. **C.** 5 và -2. **D.** 5 và 2.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $z=-5+2i$ nên ta có số phức liên hợp của z là $\bar{z}=-5-2i$. Khi đó phần thực của $\bar{z}$ là -5 và phần ảo của $\bar{z}$ là -2.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[0\,;\,2]$ và $\int_0^2 f(x)dx=2$, $\int_0^2 g(x)dx=-2$. Tính $\int_0^2[3f(x)+g(x)]dx$.

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2[3f(x)+g(x)]dx=3\int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 g(x)dx=3.2-2=4$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2-5i$ và $z_2=3i-4$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng:

A. 8. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1-z_2=2-5i-(3i-4)=6-8i$.

Vậy phần ảo bằng -8.

Câu 20. Nghiệm lớn nhất của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-12}\geq\left(\frac{4}{3}\right)^{x}$ là

A. 4. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-12} \geq \left(\frac{4}{3}\right)^{x} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{12-x} \geq \left(\frac{4}{3}\right)^{x} \Leftrightarrow 12-x \geq x \Leftrightarrow x \leq 6.$

Nghiệm lớn nhất của bất phương trình là $x = 6$.

Câu 21. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{3}{4}} (x > 0)$ ta được

A. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **B.** $y' = x^{-\frac{1}{4}}$. **C.** $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x}}$. **D.** $y' = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^{\frac{3}{4}} \Rightarrow y' = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(S): x+y+z+5=0$. **B.** $(Q): x-1=0$.

C. $(R): x+y-7=0$. **D.** $(P): z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm M vào vế trái của các mặt phẳng ta được:

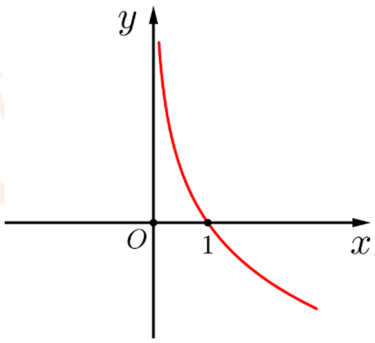
A $-2-2=-4 \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$.

B $3+4-2+5=10 \neq 0 \Rightarrow M \notin (S)$.

C $3-1=2 \neq 0 \Rightarrow M \notin (Q)$.

D $3+4-7=0 \Rightarrow M \in (R)$.

Câu 23. Đồ thị có hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = 2^x$. **D.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số lôgarít với cơ số $\frac{1}{2}$ nhỏ hơn 1.

Câu 24. Một mặt cầu có diện tích $S = 100\pi$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu đó là

A. $V = \frac{4000\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{500\pi}{3}$. **C.** $V = 500\pi$. **D.** $V = \frac{1000\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R = 5$.

Vậy thể tích hình cầu $V = \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3}.5^3 = \frac{500\pi}{3}$.

Câu 25. Diện tích toàn phần của khối hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $2, 3, 4$ là:

A. 48.**B.** 52.**C.** 26.**D.** 24.

Lời giải

Chọn B

• $S_{tp} = 2(2.4 + 3.4 + 2.3) = 52$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1\,;\,-2\,;\,0)$; $B(3\,;\,2\,;\,-8)$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u}=(1\,;\,-2\,;\,-4)$. **B.** $\vec{u}=(1\,;\,2\,;\,-4)$.

C. $\vec{u}=(2\,;\,4\,;\,8)$. **D.** $\vec{u}=(-1\,;\,2\,;\,-4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2\,;\,4\,;\,-8)$. Khi đó $\vec{u}=(1\,;\,2\,;\,-4)$ là một VTCP của đường thẳng AB vì $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Câu 27. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và đường kính đáy $d=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn B

Bán kính đáy: $r=\frac{d}{2}=2$.

Ta có công thức thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=\frac{1}{3}.\pi.4.3=4\pi$.

Phương án nhiễu B: học sinh nhớ nhầm công thức khối trụ

Phương án nhiễu C: học sinh nhầm bán kính và đường kính

Phương án nhiễu D: học sinh nhầm bán kính và đường kính, nhầm công thức tính thể tích khối trụ.

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2.3=2$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x}$?

A. $F(x)=\frac{3^{2x}}{3.\ln 2}$. **B.** $F(x)=\frac{3^{2x}}{3.\ln 3}-1$.

C. $F(x)=2.3^{2x}.\ln 3$. **D.** $F(x)=\frac{3^{2x}}{2.\ln 3}+2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int 3^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int 3^{2x}.2\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int 3^{2x}\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}.\frac{3^{2x}}{\ln 3}+C$.

Cho hằng số $C=2$ ta được Chọn D

Câu 30. Cho hai biến cố xung khắc A và B . Biết $P(A)=\frac{1}{4}, P(A\cup B)=\frac{1}{2}$. Tính $P(B)$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $A\cap B=\emptyset$.

Khi đó ta có: $P(A\cup B)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow P(A)+P(B)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow P(B)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	0

Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là M,m. Giá trị biểu thức $P=M^2+m^2$ bằng

A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\frac{1}{4}$. **D.** $P=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy $M=\frac{1}{2}, m=-\frac{1}{2}$.

Vậy $P=M^2+m^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z+5=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=16$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d=d\big(I;(P)\big)=\frac{|2.1+2.2-2+5|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến là: $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\sqrt{16}=4$.

Mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn nên ta có:

$R^2=d^2+r^2=9+16=25\Rightarrow R=5$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm I, bán kính $R=5$ là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$.

Câu 33. Cho số phức $z=4-i$, mô đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** 34. **D.** 30.

Lời giải

Ta có $z=4-i$ suy ra $\overline{z}=4+i$.

$(1+i)\overline{z}=(1+i)(4+i)=4+i+4i+i^2=3+5i$.

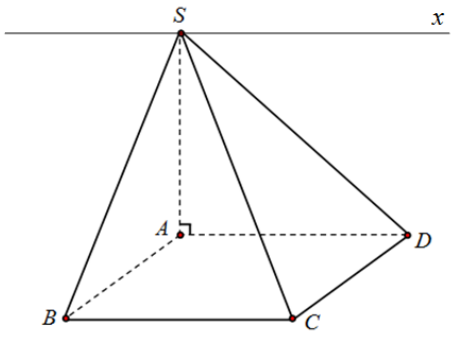
$|(1+i)\overline{z}|=|3+5i|=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(SBC)\cap(SAD)=Sx\,//\,BC\,//\,AD$.

Ta chứng minh được $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow Sx\perp SB$.

Lại có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AD\Rightarrow SA\perp Sx$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SAD) là góc $\widehat{BSA}=45°$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+y+z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x-y-z=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua $I(-1;0;1)$ nhận $\overrightarrow{BA} = (4;4;4)$ là vectơ pháp tuyến: $4(x+1)+4y+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z=0$.

Câu 36. Đầu năm 2020, ông A thành lập một công ty. Tổng tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2020 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2026. **B.** Năm 2025. **C.** Năm 2024. **D.** Năm 2027.

Lời giải

Chọn B

Số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên ở năm thứ n $(n \in \mathbb{N}, n \geq 2020)$ là:

$T_n = 10^9\left(1+\frac{15}{100}\right)^{n-2020} = 10^9.1{,}15^{n-2020}$.

Năm đầu tiên tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng là n, và n thỏa:

$10^9.1{,}15^{n-2020} > 2.10^9 \Leftrightarrow n-2020 > \log_{1.15}2 \Leftrightarrow n \approx 2024{,}96$.

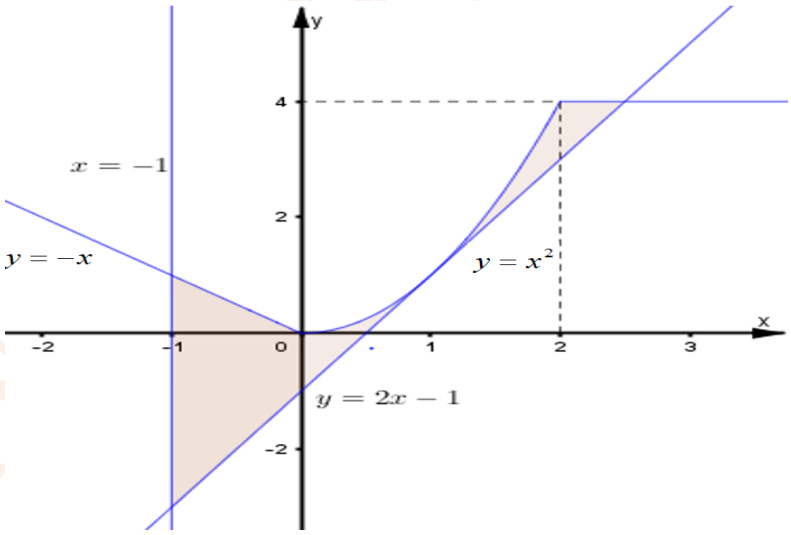
Vậy $n = 2025$.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \begin{cases} -x & khi \quad x<0 \\ x^2 & khi \quad 0 \leq x < 2 \\ 4 & khi \quad x \geq 2 \end{cases}$ và các đường thẳng $y = 2x-1, x=-1$?

A. $\frac{41}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{29}{12}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$+ x^2 = 2x-1 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1$ (nghiệm kép).

$+ 2x-1=4 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}>2$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$S = \int_{-1}^{0}(-x-(2x-1))dx + \int_{0}^{2}(x^2-(2x-1))dx + \int_{2}^{\frac{5}{2}}(4-(2x-1))dx$

$= \int_{-1}^{0}(-3x+1)dx + \int_{0}^{2}(x^2-2x+1)dx + \int_{2}^{\frac{5}{2}}(5-2x)dx$

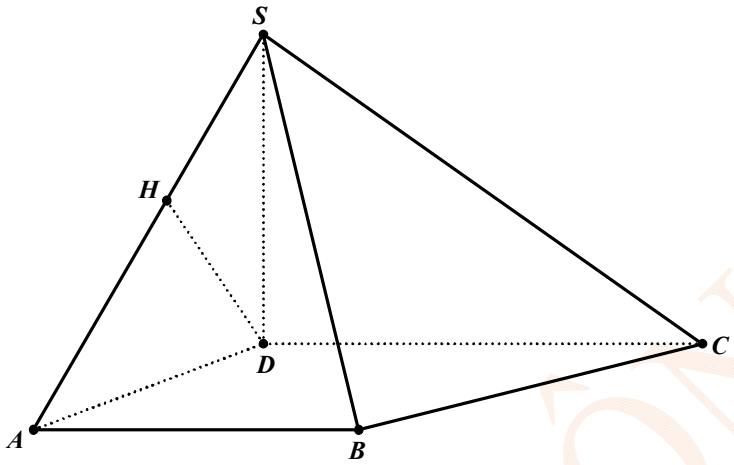
$= \frac{5}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4} = \frac{41}{12}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D; SD vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$; $AD=2a$; $SD=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên SA. Khi đó ta có:

$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SDA) \Rightarrow AB \perp DH; \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB).$

Ta có $CD \,//\, (SAB) \Rightarrow d\big(CD,(SAB)\big) = d\big(D,(SAB)\big) = DH = \frac{SD.AD}{\sqrt{SD^2+AD^2}} = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2i\overline{z} = 3 + 3i$. Tính giá trị biểu thức: $P = (a+i)^{2019} + (b-i)^{2019}$.

A. -2^{1008}. **B.** -2^{1009}. **C.** -2^{1011}. **D.** -2^{1010}.

Lời giải

Chọn D

+Ta có: $z + 2i\overline{z} = 3 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2i(a - bi) = 3 + 3i \Leftrightarrow a + 2b + (2a + b)i = 3 + 3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$

$P = (a+i)^{2019} + (b-i)^{2019} = (1+i)^{2019} + (1-i)^{2019} = (1+i)[(1+i)^2]^{1009} + (1-i)[(1-i)^2]^1$

$= (1+i)(2i)^{1009} + (1-i)(-2i)^{1009} = 2^{1009}(1+i)i - 2^{1009}(1-i)i$

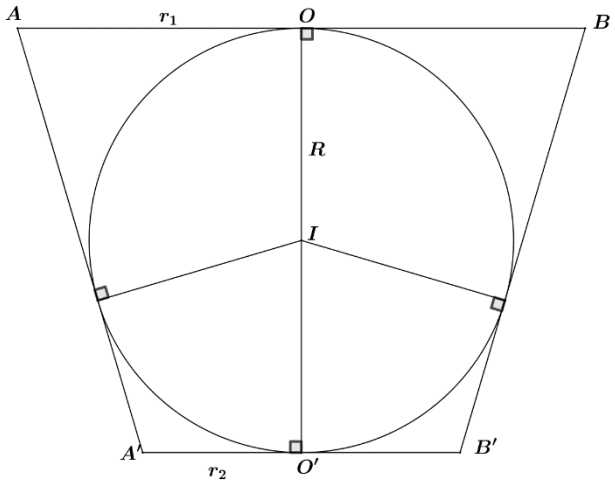
$= 2^{1009}(i + i^2 - i + i^2) = 2^{1009}(-2) = -2^{1010}.$

Câu 40. Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một phần ba lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

A. $\frac{5+\sqrt{21}}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{21}$. **D.** $\frac{21+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính miệng cốc và đáy cốc, R là bán kính viên bi. Điểm O, O' lần lượt là tâm miệng cốc và đáy cốc. Cắt mô hình đã cho bởi mặt phẳng chứa OO' sẽ được thiết diện là hình thang cân $ABB'A'$ ngoại tiếp đường tròn bán kính R (như hình bên) $\Rightarrow AA' = BB' = r_1 + r_2$

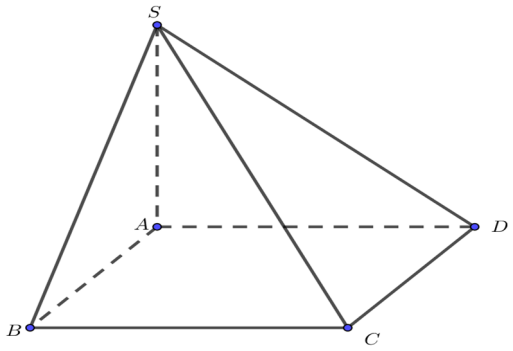
$\Rightarrow OO'^2 = AA'^2 - (OA - O'A')^2 \Rightarrow 4R^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 \Rightarrow R^2 = r_1 r_2$

Ta có: $V_{coác} = 3V_{bi} \Rightarrow \frac{1}{3}({r_1}^2 + {r_2}^2 + r_1 r_2)\pi.2R = 3.\frac{4}{3}\pi R^3$

$\Leftrightarrow 2{r_1}^2 + 2{r_2}^2 + 2r_1 r_2 = 12R^2 = 12r_1 r_2 \Leftrightarrow {r_1}^2 - 5r_1 r_2 + {r_2}^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 5\frac{r_1}{r_2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$

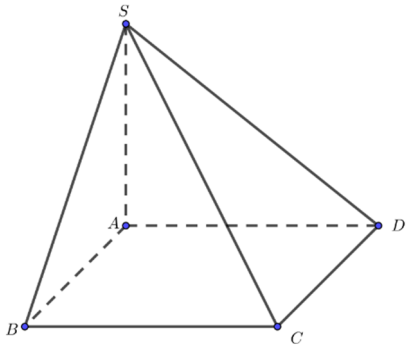
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0 (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (SAB) là đường thẳng SB

$\Rightarrow (SC;(SAB)) = \widehat{BSC} \Rightarrow \widehat{BSC} = 30^0$.

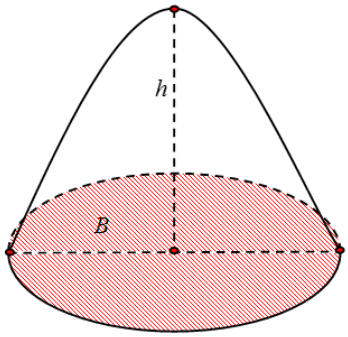
Đặt $AB = BC = x(x > 0)$.

ΔSBC vuông tại $B \Rightarrow \frac{BC}{SB} = \tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SB = x\sqrt{3}$.

ΔSAB vuông tại $A \Rightarrow SB^2 = SA^2 + AB^2 \Rightarrow 3x^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2}$.

$S_{ABCD} = x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 42. Vật thể parabolide tròn xoay như hình vẽ bên dưới có đáy là hình tròn có diện tích $B = 3$, chiều cao của vật thể là $h = 4$.

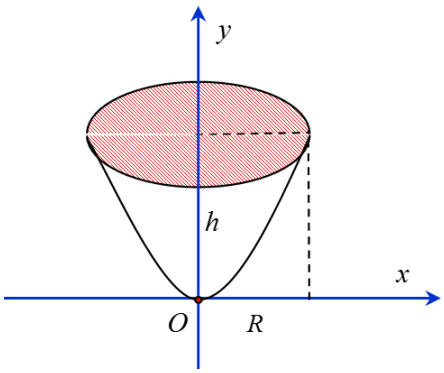


Thể tích của vật thể trên là

A. $V = 8$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = \frac{1}{4}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Đường cong parabol có dạng: $y = ax^2$ và đi qua điểm có tọa độ $(R; h)$ nên ta có: $y = \frac{h}{R^2}x^2$

$\Rightarrow x = \pm\frac{R\sqrt{y}}{\sqrt{h}}$.

Thể tích của khối tròn xoay trên là: $V = \pi\int_0^h \frac{R^2}{h}ydy = \pi\frac{R^2}{h}.\frac{1}{2}y^2|_0^h = \frac{1}{2}\pi R^2 h$.

Áp dụng công thức ta có: $V = \frac{1}{2}\pi R^2 h = \frac{1}{2}Bh = \frac{1}{2}.3.4 = 6$.

Câu 43. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ xác định khi $x \neq \frac{-m}{2}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2-20}{(2x+m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 20 < 0 \\ \frac{-m}{2} \notin (0; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-m}{2} \le 0 \\ \frac{-m}{2} \ge 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ \left[\begin{array}{l} m \le -4 \\ m \ge 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\sqrt{20} < m \le -4 \\ 0 \le m < \sqrt{20} \end{array}\right.$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4,0,1,2,3,4\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2(x+5).3^x + 9(2x+1) \geq 0$ là

A. $(-\infty;\ 0] \cup [2;\ +\infty)$. **B.** $(-\infty;\ 1] \cup [2;\ +\infty)$.

C. $[1;\ 2]$. **D.** $[0;\ 1] \cup [2;\ +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $3^x = t, t > 0$.

Xét phương trình: $t^2 - 2(x+5)t + 9(2x+1) = 0$ (1).

Ta có $\Delta' = (x+5)^2 - 9(2x+1) = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$ nên phương trình (1) luôn có nghiệm.

Nếu $x = 4 \Rightarrow \Delta' = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép $t = x + 5$.

Do đó bất phương trình đã cho trở thành $3^x \geq x + 5$ (luôn đúng khi $x = 4$).

Nếu $x \neq 4 \Rightarrow \Delta' > 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} t = 2x+1 \\ t = 9 \end{array}\right.$.

Xét các phương trình $3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$ (1) và $3^x = 2x + 1 \Leftrightarrow 3^x - 2x - 1 = 0$ (2).

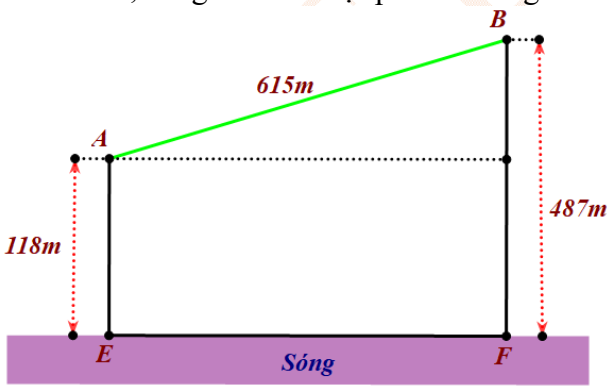
Đặt $f(x) = 3^x - 2x - 1$; ta có $f'(x) = 3^x \ln 3 - 2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lại có $f(0) = f(1) = 0$ và $f'(0) < 0, f'(1) > 0$ nên $f'(x)$ đổi dấu một lần duy nhất trong khoảng $[0;\ 1]$.

Vậy phương trình (2) có đúng hai nghiệm $x = 0, x = 1$.

Lập bảng xét dấu cho (1) và (2) ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0;\ 1] \cup [2;\ +\infty)$.

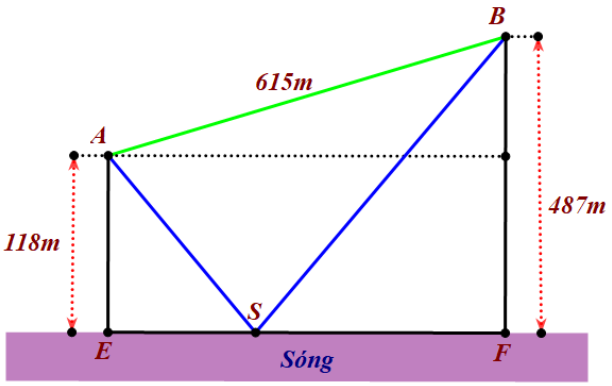
Câu 45. Cho hai vị A, B trí cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ:



Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B, đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 779,8 m. **B.** 569,5 m. **C.** 671,4 m. **D.** 741,2 m.

Lời giải



Áp dụng định lý Pitago ta có $FE = \sqrt{615^2 - (487-118)^2} = 492m$.

Gọi S là một điểm trên bờ sông FE. Đặt $SE = x \Rightarrow SF = 492 - x$ với $0 < x < 492(m)$.

Đoạn đường người đó hoàn thành công việc là: $f(x) = \sqrt{118^2 + x^2} + \sqrt{487^2 + (492-x)^2}$

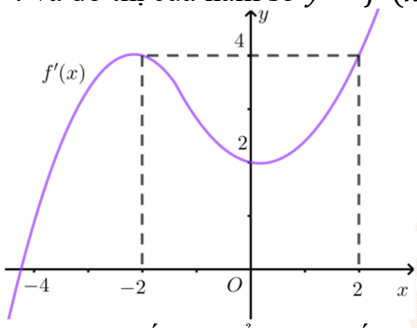
Áp dụng đánh giá $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$ với $a,b,c,d>0$. Dấu xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$.

Khi đó $f(x)=\sqrt{118^2+x^2}+\sqrt{487^2+(492-x)^2} \geq \sqrt{(118+487)^2+(492-x+x)^2} \approx 779{,}8$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{118}{487}=\frac{x}{492-x} \Leftrightarrow x \approx 95{,}96$.

Vậy đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi gần nhất với giá trị 779,8 m.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4 và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g(x)=3f\left(-\sqrt{x-m}\right)+(x-m)\sqrt{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

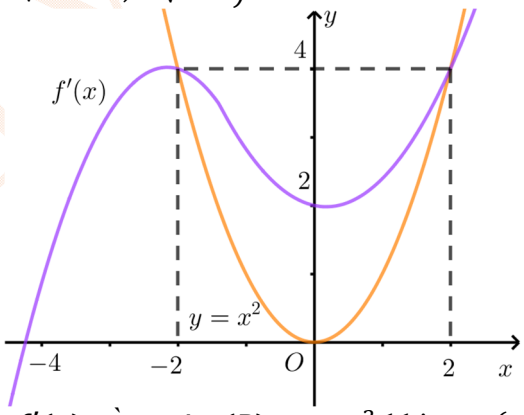
Đặt $t=-\sqrt{x-m};\ t'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{x-m}}<0$ suy ra t nghịch biến và $t \leq 0$.

Ta có $x \in (0;3) \Rightarrow \forall t \in \left(-\sqrt{3-m};-\sqrt{-m}\right)$ với $m \leq 0$.

$\Rightarrow g(x)=3f(t)-t^3=h(t)$.

Do biến t nghịch biến trên $(-\infty;0]$ nên yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $h(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\sqrt{3-m};-\sqrt{-m}\right) \Leftrightarrow h'(t) \geq 0, \forall t \in \left(-\sqrt{3-m};-\sqrt{-m}\right)$

$\Leftrightarrow 3(f'(t)-t^2) \geq 0\ \forall t \in \left(-\sqrt{3-m};-\sqrt{-m}\right)$.



Theo đồ thị ta có đồ thị hàm $f'(x)$ nằm trên $(P): y=x^2$ khi $x \in (-2;2) \Rightarrow$ yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left(-\sqrt{3-m};-\sqrt{-m}\right) \subset (-2;2)$ và $t \leq 0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{3-m} \geq -2 \\ -\sqrt{-m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3-m} \leq 2 \\ \sqrt{-m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0\}$ có 2 giá trị thỏa mãn.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $A(1;2;1)$, $B(1;-1;1)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có tâm $I(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

A. 2 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

+/ $LA = IB \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực của AB là: $2y - 1 = 0 \Rightarrow I\left(a; \frac{1}{2}; c\right)$.

+/ $R = LA = \sqrt{(a-1)^2 + (c-1)^2 + \frac{9}{4}}$, $d(I,(P)) = \frac{|2a-4c+3|}{2\sqrt{6}}$

+/ $r^2 = R^2 - [d(I,(P))]^2 = (a-1)^2 + (c-1)^2 + \frac{9}{4} = \frac{(2a-4c+3)^2}{24}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxky ta có:

$$\frac{(a-2c+1)^2}{5} = \frac{(1\cdot(a-1) - 2(c-1))^2}{5} \le \frac{(1^2 + (-2)^2)\cdot((a-1)^2 + (c-1)^2)}{5}$$

$\Rightarrow (a-1)^2 + (c-1)^2 \ge \frac{(a-2c+1)^2}{5}$.

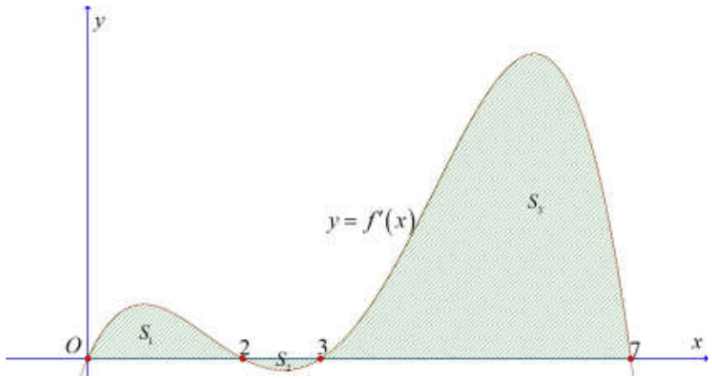
Suy ra: $r^2 \ge \frac{(a-2c+1)^2}{5} + \frac{9}{4} - \frac{[2(a-2c+1)+1]^2}{24}$.

Đặt $t = a - 2c + 1$.

Suy ra: $r^2 \ge \frac{4t^2-20t+265}{120} = \Leftrightarrow r^2 \ge \frac{4\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+240}{120} \ge 2 \Leftrightarrow r \ge \sqrt{2}$

Vậy $r_{\min} = \sqrt{2}$ khi $\begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ \frac{a-1}{1} = \frac{c-1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 0 = 2.$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;7]$ và có đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;7]$ như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(2x-1)$ biết rằng diện tích các hình phẳng trong hình vẽ lần lượt là $S_1 = \frac{244}{15}, S_2 = \frac{28}{15}, S_3 = \frac{2528}{15}$ và $f(0) = 1$. Tính $g(4)$.

A. $\frac{563}{3}$. **B.** $\frac{2759}{15}$. **C.** $\frac{2744}{15}$. **D.** $\frac{5518}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_1 = \int_0^2 |f'(x) - 0|dx = f(x)|_0^2 = f(2) - f(0)$.

Mà $S_1 = \frac{244}{15}$ và $f(0) = 1$ suy ra $f(2) = \frac{244}{15} + 1 = \frac{259}{15}$.

Tương tự $S_2 = \int_2^3 |f'(x) - 0|dx = -f(x)|_2^3 = f(2) - f(3)$

Mà $S_2 = \frac{28}{15}$ và $f(2) = \frac{259}{15}$ suy ra $f(3) = \frac{259}{15} - \frac{28}{15} = \frac{231}{15}$.

$S_3 = \int_3^7 |f'(x) - 0|dx = f(x)|_3^7 = f(7) - f(3)$

Mà $S_3 = \frac{2528}{15}$ và $f(3) = \frac{231}{15}$ suy ra $f(7) = \frac{2528}{15} + \frac{231}{15} = \frac{2759}{15}$.

Do $g(x) = f(2x-1)$ nên $g(4) = f(2.4 - 1) = f(7) = \frac{2759}{15}$.

Câu 49. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $\log_3\left(\frac{x+y}{3y^2+3y+x}\right) = 3y^2 - 2x - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2xy - 18x + 72y - 45$ trên nửa khoảng $(0;5]$.

A. 20. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_3\left(\frac{x+y}{3y^2+3y+x}\right)=3y^2-2x-1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+y)-\log_3(3y^2+3y+x)=3y^2-2x-1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+y)+2x+1=\log_3(3y^2+3y+x)+3y^2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(3x+3y)+3x+3y=\log_3(3y^2+3y+x)+3y^2+3y+x$$

Hàm đặc trưng $f(t)=\log_3 t+t\ \forall t>0 \Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 3}+1>0\ \forall t>0$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Do đó: $3x+3y=3y^2+3y+x \Leftrightarrow 2x=3y^2$

Thay vào P ta có: $P=f(y)=3y^3-27y^2+72y-45$

? $f'(y)=9y^2-54y+72$

? $f'(y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=2\\y=4\end{array}\right.$

?Ta có bảng biến thiên:

y	0		2		4		5
$f'(y)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(y)$	-45	$\nearrow$	15	$\searrow$	3	$\nearrow$	15

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị lớn nhất của P là 15

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. GTLN của biểu thức $P=|z^3-z+2|$ là:

A. $\sqrt{13}$. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, $|z|=1 \Rightarrow z.\overline{z}=1$ và $x^2+y^2=1$.

$P=|z|.|z^2-1+2\overline{z}|=|z^2-1+2\overline{z}|=|x^2-y^2+2xyi-1+2x-2yi|=|(x^2+2x-y^2-1)+2y(x-1)i|$

$=\sqrt{(x^2+2x-y^2-1)^2+4y^2(x-1)^2}=\sqrt{(x^2+2x-1+x^2-1)^2+4(1-x^2)(x-1)^2}$ (vì $y^2=1-x^2$)

$=\sqrt{16x^3-4x^2-16x+8}$.

Vì $x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2=1-y^2\le 1 \Rightarrow -1\le x\le 1$.

Xét hàm số $f(x)=16x^3-4x^2-16x+8, x\in[-1\,;\,1]$.

$f'(x)=48x^2-8x-16.\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\in[-1\,;\,1]\\x=\frac{2}{3}\in[-1\,;\,1]\end{array}\right.$.

$f(-1)=4\,;\,f\left(-\frac{1}{2}\right)=13\,;\,f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{8}{27}\,;\,f(1)=4$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-1\,;\,1]} f(x)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=13$.

Vậy $\max P=\sqrt{13}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 023

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là
A. $f'(x)=2^x+1$. **B.** $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+1$.
C. $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}$. **D.** $f'(x)=2^x\ln 2+1$.

Câu 2. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=4$, khi đó tích phân $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. -12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 12.

Câu 3. Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 4. Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2x+\cos x}{x^2+\sin x}\mathrm{d}\,x$ có giá trị bằng
A. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
C. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?
A. $\vec{a}=(-2;2;2)$. **B.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{a}=(-1;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(1;1;0)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 7. Cho một khối nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho là
A. $\frac{16\pi}{3}$. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** $\frac{20\pi}{3}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là
A. $x=16$. **B.** $x=41$. **C.** $x=23$. **D.** $x=1$.

Câu 9. Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.
A. $x_0=0$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=1$.

Câu 10. Dãy số (u_n): $u_n=(-1)^n.3$ có ba số hạng đầu tiên lần lượt là
A. $-3;-3;3$. **B.** $-3;9;-27$. **C.** $3;-3;3$. **D.** $-3;3;-3$.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và thể tích bằng $30a^3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
A. a. **B.** $5a$. **C.** $15a$. **D.** $9a$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)>0,\forall x\in(0;1)$ và $f'(x)<0,\forall x\in(1;2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(1;2)$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(1;2)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

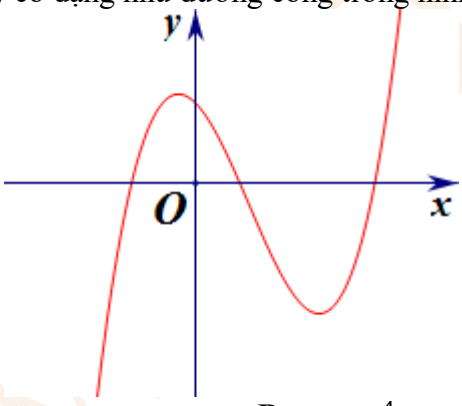
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$, $B(-3;1;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB.
A. $G\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$. **B.** $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$. **C.** $G\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-2\right)$. **D.** $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};2\right)$.

Câu 14. Hàm số $F(x)=x+\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?
A. $f(x)=1-\frac{1}{x^2}$. **B.** $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x^2}$.
C. $f(x)=\frac{x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $f(x)=1-\ln|x|$.

Câu 15. Cho tập hợp gồm 7 phần tử. Mỗi tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp S là
A. Số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. **B.** Một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử.
C. Một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. **D.** Số chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $z^2-3z+3=0$ trên tập số phức $\mathbb{C}$ là?
A. $S=\left\{\frac{3+i\sqrt{3}}{2};\frac{3-i\sqrt{3}}{2}\right\}$. **B.** Phương trình vô nghiệm.
C. $S=\{3i;-3i\}$. **D.** $S=\{1-3i;1+3i\}$.

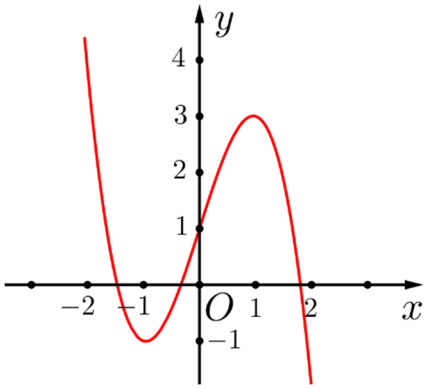
Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^3+2x^2-1$. **B.** $y=x^4+x+1$.
C. $y=-2x^3+x+1$. **D.** $y=x^3-2x^2-x+1$.

Câu 18. Cho số phức $z=-16+2i(4-5i)$. Tính modun của z.
A. $|z|=2\sqrt{7}$. **B.** $|z|=2$. **C.** $|z|=6$. **D.** $|z|=10$.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số trên cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?



A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2

Câu 20. Cho $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=7$ và $f(b)=5$. Khi đó $f(a)$ bằng
A. 0. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 12.

Câu 21. **(Đề CT BGD 2023 mã 102)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x\geq 8$ là
A. $[-3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Câu 22. Xác định phần ảo của số phức $z=18-12i$

A. $-12i$. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 23. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3), R=16$. **B.** $I(1;-2;3), R=16$.

C. $I(-1;2;-3), R=4$. **D.** $I(1;-2;3), R=4$.

Câu 24. Thể tích khối cầu có bán kính $R=2$ bằng

A. 16π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** 8π.

Câu 25. Hình lập phương có diện tích toàn phần bằng $4a^2$ thì cạnh của nó tương ứng bằng

A. a. **B.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 26. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị của hai hàm số $y=\log_2 x$ và $y=\log_2\frac{1}{x}$ đối xứng nhau qua trục tung.

B. Đồ thị của hai hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y=2^x$ và $y=\frac{1}{2^x}$ đối xứng nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1;-3;2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x-2y-z+1=0$. **B.** $3x-y+z-2=0$.

C. $2x+y-z+4=0$. **D.** $2x+y-z+3=0$.

Câu 28. Đặt $\log_3 2=a$, khi đó $\log_4 27$ bằng

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{3}{2a}$. **D.** $\frac{2}{3a}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$, $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z-5=0$. **B.** $x+y+2z-3=0$.

C. $3x+2y-z-14=0$. **D.** $y=2$.

Câu 30. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x)=\tan^2 x+2$.

(II) $f(x)=\frac{2}{\cos^2 x}$.

(III) $f(x)=\tan^2 x+1$.

Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x)=\tan x$?

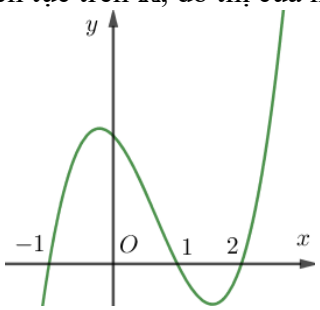
A. Chỉ (II), (III). **B.** (I), (II), (III).

C. Chỉ (II). **D.** Chỉ (III).

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y-2z-2=0$, và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(2)$.

Câu 33. Phần thực của số phức $z=(3-i)(1-4i)$ là

A. -13. **B.** -1. **C.** 13. **D.** 1.

Câu 34. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả 5 năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2021 **B.** Năm 2020 **C.** Năm 2023 **D.** Năm 2022

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a, SA = 2a$. Cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

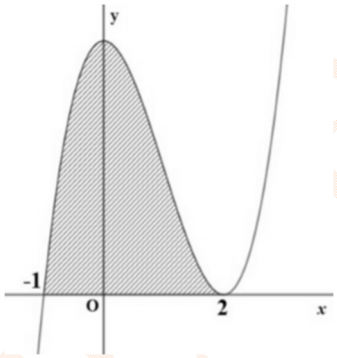
A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học gồm 25 nam và 20 nữ. Gọi A là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ". Xác suất của biến cố A là

A. $P(A) = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$. **B.** $P(A) = \frac{20C_{25}^4}{C_{45}^5}$.

C. $P(A) = \frac{20C_{44}^4}{C_{45}^5}$. **D.** $P(A) = \frac{C_{20}^5}{C_{45}^5}$.

Câu 37. Phần gạch chéo trong hình bên dưới là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành. Hãy tính diện tích S đó.



A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** $\frac{27\pi}{4}$. **D.** $\frac{15\pi}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khoảng cách giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. (ĐMH 2017-Câu 11) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

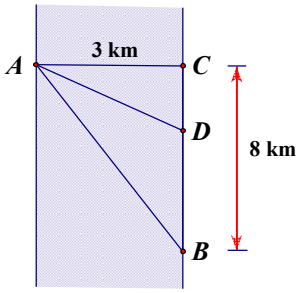
A. $m \geq 2$ **B.** $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$ **D.** $m \leq 0$ hoặc$1 \leq m < 2$

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x t rong đoạn $[0; 2020]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x + 25^x + 36^x \leq 20^x + 24^x + 30^x$?

A. 3. **B.** 2000. **C.** 1. **D.** 1000.

Câu 41. Bạn Vân chèo thuyền đi từ điểm A trên bờ sông thẳng, rộng 3 km và muốn đến điểm B cách 8 km xuôi dòng trên bờ đối diện càng nhanh càng tốt. Bạn Vân có thể chèo thuyền trực tiếp băng ngang con sông đến điểm C rồi từ đó chạy đến B hoặc chèo trực tiếp đến $+\infty$, hoặc chèo đến điểm D nào đó giữa B và C rồi chạy đến B. Biết rằng bạn Vân chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy với vận tốc 8 km/h. Giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền, điểm D cách điểm A bao xa để bạn Vân đến B nhanh nhất?



A. $\frac{12}{\sqrt{7}}$ km. **B.** $\frac{9(1+\sqrt{7})}{\sqrt{7}}$ km. **C.** 3 km. **D.** $\sqrt{73}$ km.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z+\overline{z}| + 4$ và $|z-1-i| = |z-3+3i|$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

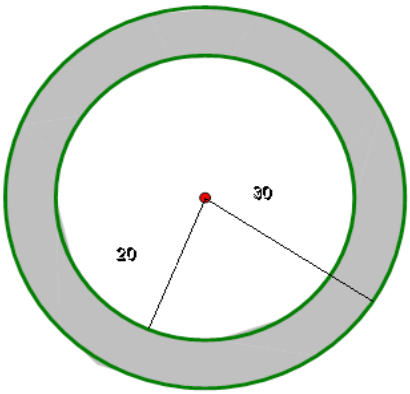
Câu 43. Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ 1 kg lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6{,}13m^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường kính vành nón $50cm$, chiều cao $30cm$ thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây? (coi mỗi chiếc nón có hình dạng là một hình nón)

A. $38kg$. **B.** $50kg$. **C.** $76kg$. **D.** $48kg$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30°$, $BC = a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

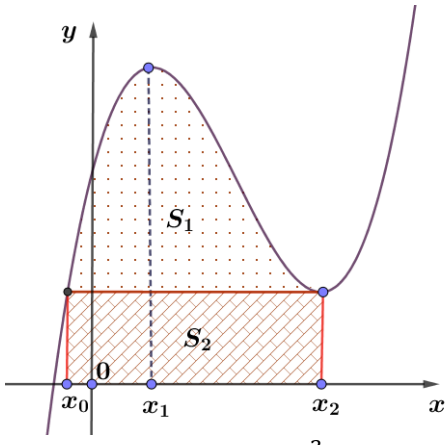
A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{32}$. **D.** $\frac{a^3}{64}$.

Câu 45. Săm lốp xe ô tô khi bơm căng đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang có hình chiếu bằng như hình vẽ với bán kính đường tròn nhỏ $R_1 = 20\text{cm}$, bán kính đường tròn lớn $R_2 = 30\text{cm}$ và mặt cắt khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trục, vuông góc với mặt phẳng nằm ngang là hai đường tròn. Bỏ qua độ dày của vỏ săm. Tính thể tích không khí được chứa bên trong vỏ săm.



A. $2500\pi^2\text{cm}^3$. **B.** $600\pi^2\text{cm}^3$. **C.** $1250\pi^2\text{cm}^3$. **D.** $1400\pi^2\text{cm}^3$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$. Đường thẳng song song với trục Ox và qua điểm cực tiểu cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai có hoành độ x_0 và $x_1 = x_0 + 1$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch ở hình bên dưới).



A. $\frac{27}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

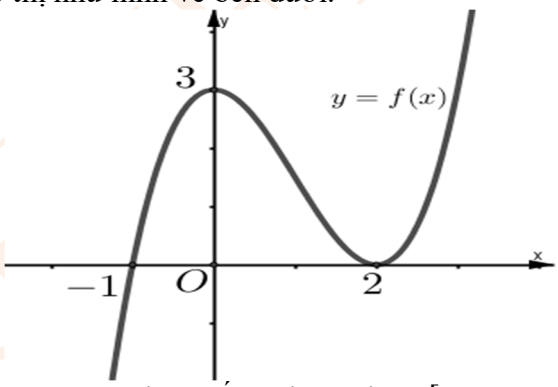
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón có đỉnh I thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-7=0$ và hình tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(R)\colon 2x-y-2z+8=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(0\,;-2\,;0)$ và vuông góc với trục của hình nón chia hình nón thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 (V_1 là thể tích của hình nón chứa đỉnh I). Biết bằng biểu thức $S=V_2+\frac{78}{V_1^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $V_1=a, V_2=b$. Khi đó tổng a^2+b^2 bằng

A. 2031. **B.** $2031\pi^2$. **C.** $52\sqrt{3}\pi^2$. **D.** $377\sqrt{3}$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019;2019]$ để hàm số $y=f(\cos x+2x+m)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0;+\infty)$?

A. 4040. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 4038.

Câu 50. Cho các số thực a,b,c,d thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7)=1$ và $27^c.81^d=6c+8d+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{64}{25}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{49}{25}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	B	C	A	B	C	A	D	C	D	C	A	C	A	D	D	A	C	B	D	D	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	A	D	B	B	B	A	A	A	B	D	D	C	A	A	B	C	C	A	A	B	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. $f'(x)=2^x+1$. **B.** $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+1$.

C. $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}$. **D.** $f'(x)=2^x\ln 2+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=2^x\ln 2+1$.

Câu 2. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=4$, khi đó tích phân $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-3+4=1$.

Câu 3. Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$; $y'>0\Leftrightarrow 0<x<2$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2x+\cos x}{x^2+\sin x}\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

C. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2x+\cos x}{x^2+\sin x}\mathrm{d}x=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}(x^2+\sin x)}{x^2+\sin x}=\ln|x^2+\sin x|\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

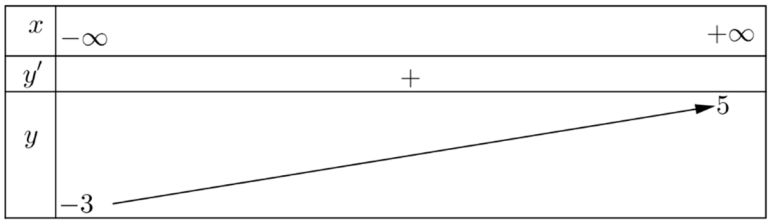
A. $\vec{a}=(-2;2;2)$. **B.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{a}=(-1;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(1;1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$ nên trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AI}=(-1;1;0)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Do $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-3\end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-3, y=5$.

Câu 7. Cho một khối nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\frac{16\pi}{3}$. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** $\frac{20\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $h^2=l^2-r^2=5^2-3^2=16\Rightarrow h=4$.

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.4.9=12\pi$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là

A. $x=16$. **B.** $x=41$. **C.** $x=23$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>-9$

Ta có: $\log_2(x+9)=5\Leftrightarrow x+9=2^5\Leftrightarrow x=23$.

Câu 9. Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

A. $x_0=0$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=1$.

Lời giải

Chọn A

$y=x^4-2x^2+1\Rightarrow y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của hàm số là $x_0=0$.

Câu 10. Dãy số (u_n): $u_n=(-1)^n.3$ có ba số hạng đầu tiên lần lượt là

A. $-3;-3;3$. **B.** $-3;9;-27$. **C.** $3;-3;3$. **D.** $-3;3;-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}u_1=(-1).3=-3\\ u_2=(-1)^2.3=3\\ u_3=(-1)^3.3=-3\end{cases}$.

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số trên là $-3;3;-3$ nên chọn đáp án A.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và thể tích bằng $30a^3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. a. **B.** $5a$. **C.** $15a$. **D.** $9a$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức tính thể tích khối chóp

Ta có $V=\frac{1}{3}h.S\Rightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{3.30\text{a}^3}{6\text{a}^2}\Rightarrow h=15\text{a}$. Vậy chiều cao của khối chóp đã cho là $h=15\text{a}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)>0,\forall x\in(0;1)$ và $f'(x)<0,\forall x\in(1;2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(1;2)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(1;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $\begin{cases}f'(x)>0,\forall x\in(0;1)\\f'(x)<0,\forall x\in(1;2)\end{cases}$ nên ta có hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$, $B(-3;1;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB.

A. $G\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$. **B.** $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$. **C.** $G\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-2\right)$. **D.** $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trọng tâm của tam giác OAB là $G\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-2\right)$.

Câu 14. Hàm số $F(x)=x+\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x)=1-\frac{1}{x^2}$. **B.** $f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x^2}$.

C. $f(x)=\frac{x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $f(x)=1-\ln|x|$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(F(x)\right)'=\left(x+\frac{1}{x}\right)'=1-\frac{1}{x^2}$.

Câu 15. Cho tập hợp gồm 7 phần tử. Mỗi tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp S là

A. Số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. **B.** Một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử.

C. Một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. **D.** Số chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng định nghĩa tổ hợp.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $z^2-3z+3=0$ trên tập số phức $\mathbb{C}$ là?

A. $S=\left\{\frac{3+i\sqrt{3}}{2};\frac{3-i\sqrt{3}}{2}\right\}$. **B.** Phương trình vô nghiệm.

C. $S=\{3i;-3i\}$. **D.** $S=\{1-3i;1+3i\}$.

Lời giải

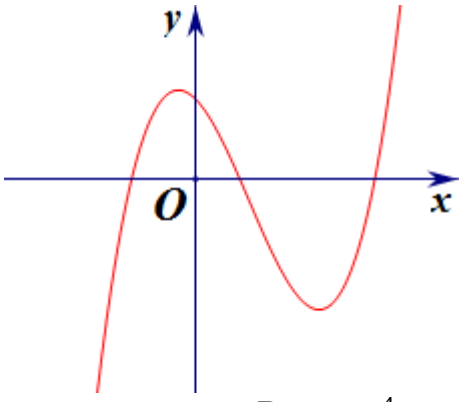
Chọn A

Ta có: $\Delta=(-3)^2-4.1.3=-3=3i^2$.

Phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l}z_1=\frac{-(-3)+\sqrt{3}i}{2.1}\\z_2=\frac{-(-3)-\sqrt{3}i}{2.1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\\z_2=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{\frac{3+i\sqrt{3}}{2};\frac{3-i\sqrt{3}}{2}\right\}$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^3 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 + x + 1$.
C. $y = -2x^3 + x + 1$. **D.** $y = x^3 - 2x^2 - x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị trong hình là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$. Ngoài ra, tung độ giao điểm của đồ thị với trục tung dương nên $d > 0$.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp.

Câu 18. Cho số phức $z = -16 + 2i(4 - 5i)$. Tính modun của z.

A. $|z| = 2\sqrt{7}$. **B.** $|z| = 2$. **C.** $|z| = 6$. **D.** $|z| = 10$.

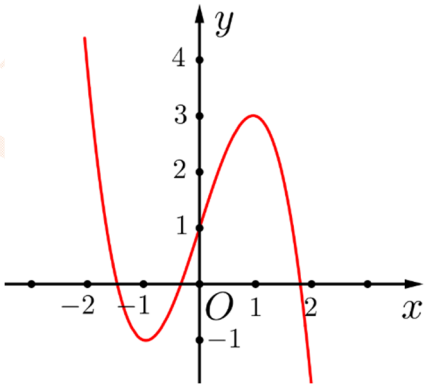
Lời giải

Chọn D

Ta có $z = -16 + 8i - 10i^2 = -16 + 8i + 10 = -6 + 8i$.

Suy ra $|z| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$.

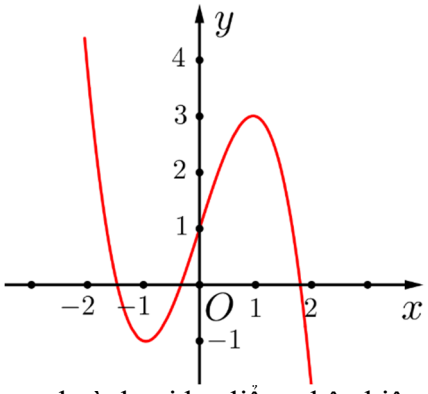
Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số trên cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?



A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Chọn A



Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu 20. Cho $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x = 7$ và $f(b) = 5$. Khi đó $f(a)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

$\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x = 7 \Leftrightarrow f(b) - f(a) = 7 \Leftrightarrow f(a) = f(b) - 7 = -2$.

Câu 21. **(Đề CT BGD 2023 mã 102)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $2^x \geq 8 \Leftrightarrow 2^x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[3;+\infty)$.

Câu 22. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$

A. $-12i$. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$ là -12.

Câu 23. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3), R = 16$. **B.** $I(1;-2;3), R = 16$.

C. $I(-1;2;-3), R = 4$. **D.** $I(1;-2;3), R = 4$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ tâm và bán kính cầu là $I(1;-2;3), R = 4$

Câu 24. Thể tích khối cầu có bán kính $R = 2$ bằng

A. 16π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32}{3}\pi$.

Câu 25. Hình lập phương có diện tích toàn phần bằng $4a^2$ thì cạnh của nó tương ứng bằng

A. a. **B.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

• Đặt cạnh hình lập phương là x.

$S_{tp} = 6x^2 = 4a^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 26. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng nhau qua trục tung.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề "Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng nhau qua trục hoành" sai do đồ thị hai hàm số này đối xứng nhau qua trục tung.

Mệnh đề "Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$. sai do đồ thị hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Mệnh đề "Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng nhau qua trục tung" sai do đồ thị hai hàm số này đối xứng nhau qua trục hoành.

Mệnh đề "Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ " là đúng.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -3; 2)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x - 2y - z + 1 = 0$. **B.** $3x - y + z - 2 = 0$.

C. $2x + y - z + 4 = 0$. **D.** $2x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy tọa độ điểm $M(1; -3; 2)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $2x + y - z + 3 = 0$.

Câu 28. Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_4 27$ bằng

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{3}{2a}$. **D.** $\frac{2}{3a}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_4 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 4} = \frac{3}{2\log_3 2} = \frac{3}{2a}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$, $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y - z - 5 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $3x + 2y - z - 14 = 0$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của AB qua $I(3;2;-1)$ là trung điểm AB và có vectơ $\overrightarrow{AB} = (4;-2;-2)$ là vectơ pháp tuyến.Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $4(x-3) - 2(y-2) - 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0$.

Câu 30. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$.

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$.

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$.

Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$?

A. Chỉ (II), (III). **B.** (I), (II), (III).

C. Chỉ (II). **D.** Chỉ (III).

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int (\tan^2 x + 2)\mathrm{d}x = \int \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = x + \tan x + C$.

Và: $\int \frac{2}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = 2\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = 2\tan x + C$.

Và: $\int (\tan^2 x + 1)\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$, và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

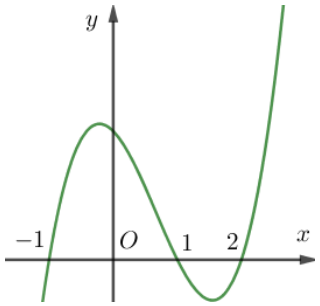
Lời giải

Chọn B

Gọi R là bán kính cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P), ta có

$R = d\big(I,(P)\big) = \frac{|1+2.2-2(-3)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 3$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

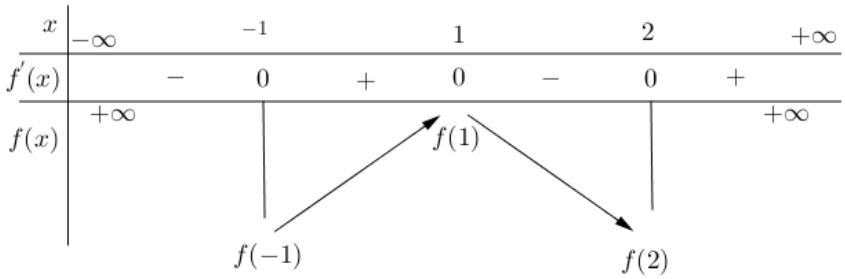
A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên



Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;2]$ là $f(1)$.

Ghi chú: Không sai sót về mặt chuyên môn. Có điều chỉnh một chút ở bảng biến thiên cho phù hợp hơn

Câu 33. Phần thực của số phức $z=(3-i)(1-4i)$ là

A. -13. **B.** -1. **C.** 13. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=(3-i)(1-4i)=-1-13i$.

Câu 34. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả 5 năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2021 **B.** Năm 2020 **C.** Năm 2023 **D.** Năm 2022

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $1.(1+r)^n>2 \Leftrightarrow 1.(1+0{,}15)^n>2 \Leftrightarrow n>4{,}96$

Vậy từ năm thứ 5 sau khi thành lập công ty thì tổng tiền lương bắt đầu lớn hơn 2 tỷ đồng.

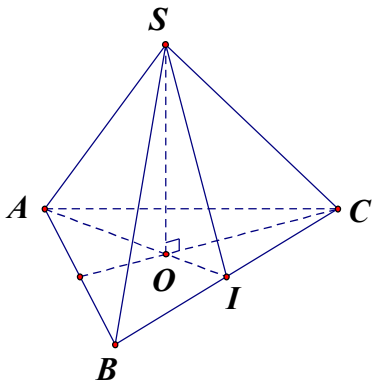
Suy ra năm cần tìm là $2016+5=2021$.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB=a, SA=2a$. Cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của tam giác ABC và I là trung điểm BC suy ra $SO \perp (ABC)$
Vì $(SBC) \cap (ABC) = BC$
$OI \subset (ABC), OI \perp BC$ tại I
$SI \subset (SBC), SI \perp BC$ tại I.
Nên góc hợp bởi mặt bên (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIO}$.
Ta có $SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ và $OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.
Suy ra $\cos\widehat{SIO} = \frac{OI}{SI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{15}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{15}$.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học gồm 25 nam và 20 nữ. Gọi A là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ". Xác suất của biến cố A là

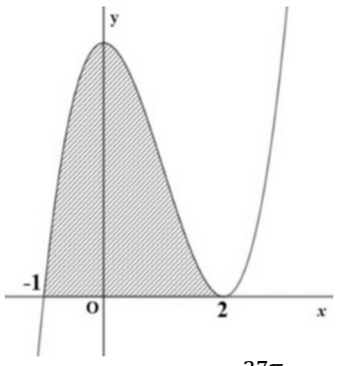
A. $P(A) = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$. **B.** $P(A) = \frac{20C_{25}^4}{C_{45}^5}$.

C. $P(A) = \frac{20C_{44}^4}{C_{45}^5}$. **D.** $P(A) = \frac{C_{20}^5}{C_{45}^5}$.

Lời giải

Chọn A
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{45}^5$.
A là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ"
$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn không học sinh nữ"
$\Rightarrow n(\overline{A}) = C_{25}^5 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$.

Câu 37. Phần gạch chéo trong hình bên dưới là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành. Hãy tính diện tích S đó.



A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** $\frac{27\pi}{4}$. **D.** $\frac{15\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B
Dựa vào hình vẽ
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành là

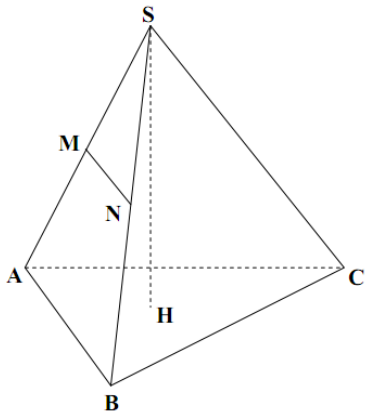
$S = \int_{-1}^{2}(x+1)(x-2)^2.\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2}(x^3-3x^2+4)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^4}{4}-x^3+4x\right)\Big|_{-1}^{2} = \frac{27}{4}.$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khoảng cách giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Vì M và N lần lượt là trung điểm của SA và SB nên $MN \parallel AB$ suy ra $MN \parallel (ABC)$.

Ta có: $d\big(MN;(ABC)\big) = d\big(M;(ABC)\big)$.

Lại có: M là trung điểm của SA nên $d\big(M;(ABC)\big) = \frac{1}{2}d\big(S;(ABC)\big) = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\big(MN;(ABC)\big) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. (ĐMH 2017-Câu 11) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \geq 2$ **B.** $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$ **D.** $m \leq 0$ hoặc$1 \leq m < 2$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(0;\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}$ $\forall t \in (0;1)$. Tập xác định:$D = \mathbb{R}\backslash\{m\}$

Ta có $f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$khi và chỉ khi: $f'(t) > 0$ $\forall t \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0\ \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty;0] \cup [1;2)$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x-m)-(\tan x-2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x-m)^2}$

Ta nhập vào máy tính thằng y' \ CALC\Calc $x = \frac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$)

\= \m =? 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Đáp án D $m \geq 2$. Ta chọn $m = 3$. Khi đó $y' = -0{,}17 < 0$ (Loại)

Đáp án C $1 \leq m < 2$ Ta chọn $m = 1{,}5$. Khi đó $y' = 0{,}49 > 0$ (nhận)

Đáp án B $m \geq 0$ Ta chọn $m = 0$. Khi đó $y' = 13{,}6 > 0$ (nhận)

Vậy đáp án B và C đều đúng nên chọn đáp án A

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x t rong đoạn $[0;2020]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x$?

A. 3. **B.** 2000. **C.** 1. **D.** 1000.

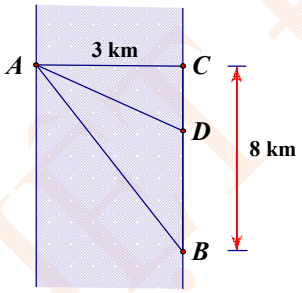
Lời giải

Chọn C

Ta có $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x \Leftrightarrow 4^{2x} + 5^{2x} + 6^{2x} \le 4^x.5^x + 4^x.6^x + 5^x.6^x \Leftrightarrow 2[(4^x)^2 + (5^x)^2 + (6^x)^2] - (2.4^x.5^x + 2.4^x.6^x + 2.5^x.6^x) \le 0 \Leftrightarrow (4^x - 5^x)^2 + (4^x - 6^x)^2 + (5^x - 6^x)^2 \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 5^x = 0 \\ 4^x - 6^x = 0 \\ 5^x - 6^x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{4}{6}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{5}{6}\right)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \in [0;2020].$

Vậy có 1 giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2020]$ thỏa mãn bất phương trình.

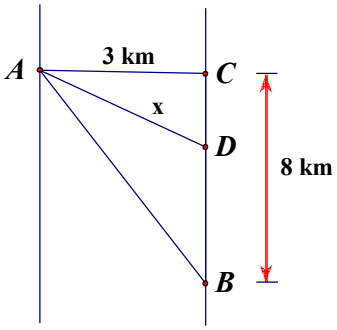
Câu 41. Bạn Vân chèo thuyền đi từ điểm A trên bờ sông thẳng, rộng 3 km và muốn đến điểm B cách 8 km xuôi dòng trên bờ đối diện càng nhanh càng tốt. Bạn Vân có thể chèo thuyền trực tiếp băng ngang con sông đến điểm C rồi từ đó chạy đến B hoặc chèo trực tiếp đến $+\infty$, hoặc chèo đến điểm D nào đó giữa B và C rồi chạy đến B. Biết rằng bạn Vân chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy với vận tốc 8 km/h. Giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền, điểm D cách điểm A bao xa để bạn Vân đến B nhanh nhất?



A. $\frac{12}{\sqrt{7}}$ km. **B.** $\frac{9(1+\sqrt{7})}{\sqrt{7}}$ km. **C.** 3 km. **D.** $\sqrt{73}$ km.

Lời giải

Chọn A



Đặt $AD = x$ (km) với $3 \le x \le \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}$.

Thời gian đi từ $A \to D$: $\frac{x}{6}$ (h) và thời gian đi từ $D \to B$: $\frac{8-\sqrt{x^2-9}}{8}$ (h).

Hàm thời gian $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{8-\sqrt{x^2-9}}{8} = \frac{1}{24}\left(4x - 3\sqrt{x^2-9}\right) + 1, x \in [3;\sqrt{73}]$.

$f'(x) = \frac{1}{24}\left(4 - \frac{3x}{\sqrt{x^2-9}}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x^2-9} = 3x \\ x < -3 \vee x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16(x^2-9) = 9x^2 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{12}{\sqrt{7}} \in [3;\sqrt{73}]$.

Ta có $f\left(\frac{12}{\sqrt{7}}\right) = \frac{8+\sqrt{7}}{8} < f\left(\sqrt{73}\right) = \frac{\sqrt{73}}{6} < f(3) = \frac{3}{2}$.

Vậy $\min\limits_{[3;\sqrt{73}]} f(x) = \frac{8+\sqrt{7}}{8}$ khi $x = \frac{12}{\sqrt{7}}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi, a, b \in R$. Khi đó theo giả thiết ta có hệ.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2|2\,a| + 4 \\ \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (b+3)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \left(\frac{a-4}{2}\right)^2 = 4|a| + 4 \\ b = \frac{a-4}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2 - 8a = 16|a| \\ b = \frac{a-4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0, b = -2 \\ a = \frac{24}{5}, b = \frac{2}{5} \\ a = -\frac{8}{5}, b = -\frac{14}{5} \end{cases}$$

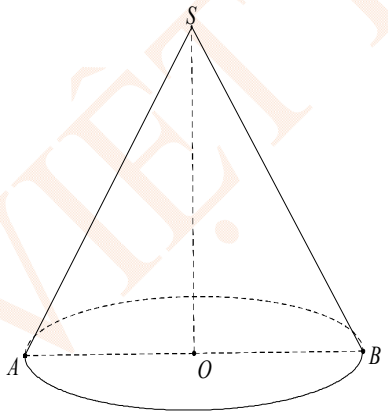
Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 43. Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ 1 kg lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6{,}13m^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường kính vành nón $50cm$, chiều cao $30cm$ thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây? (coi mỗi chiếc nón có hình dạng là một hình nón)

A. $38kg$. **B.** $50kg$. **C.** $76kg$. **D.** $48kg$.

Lời giải

Chọn B



$50cm = 0{,}5m;\ 30cm = 0{,}3m$

Theo đề ta có đường kính $AB = 0{,}5m$, suy ra bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 0{,}25m$, đường cao $h = 0{,}3m$

Độ dài đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \frac{\sqrt{61}}{20} \Rightarrow S_{xq} = \pi rl = \pi.0{,}25.\frac{\sqrt{61}}{20} = \pi\frac{\sqrt{61}}{80}\ (m^2)$

Làm 1000 chiếc nón lá thì có diện tích xung quanh là: $1000.S_{xq} = 1000.\pi\frac{\sqrt{61}}{80} = \pi.\frac{25\sqrt{61}}{2}\ (m^2)$.

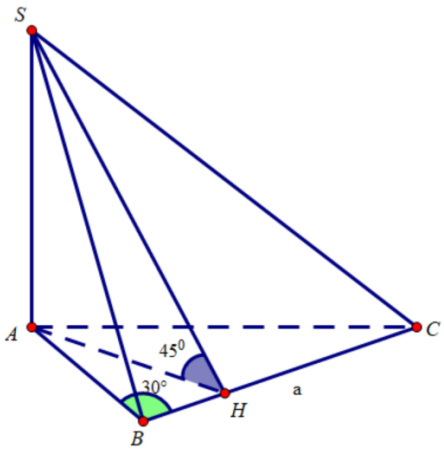
Cứ $1kg$ lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6{,}13m^2$, suy ra khối lượng lá để làm 1000 chiếc nón là: $\pi.\frac{25\sqrt{61}}{2} : 6{,}13 \approx 50\ kg$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30°$, $BC = a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{32}$. **D.** $\frac{a^3}{64}$.

Lời giải

Chọn C



$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SAC)=SA\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABC).$

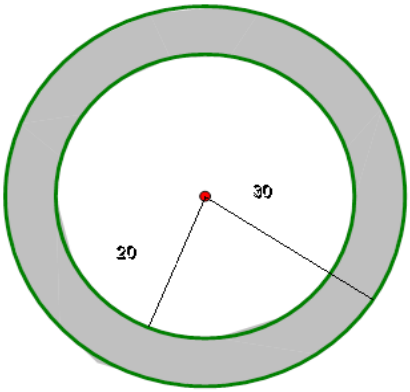
Dựng $AH\perp BC\Rightarrow SH\perp BC$ (định lý ba đường vuông góc).

$\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ \text{Mà } AH\subset(ABC)\\SH\subset(SBC)\end{array}\right\}\Rightarrow\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=(SH,AH)=\widehat{SHA}=45°.$

Mặt khác, tam giác SAH có $\hat{A}=90°$ suy ra tam giác SAH vuông cân đỉnh A hay $SA=AH=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}BC.\cos30°=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3}{32}$.

Câu 45. Săm lốp xe ô tô khi bơm căng đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang có hình chiếu bằng như hình vẽ với bán kính đường tròn nhỏ $R_1=20\text{cm}$, bán kính đường tròn lớn $R_2=30\text{cm}$ và mặt cắt khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trục, vuông góc với mặt phẳng nằm ngang là hai đường tròn. Bỏ qua độ dày của vỏ săm. Tính thể tích không khí được chứa bên trong vỏ săm.



A. $2500\pi^2\text{cm}^3$. **B.** $600\pi^2\text{cm}^3$. **C.** $1250\pi^2\text{cm}^3$. **D.** $1400\pi^2\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

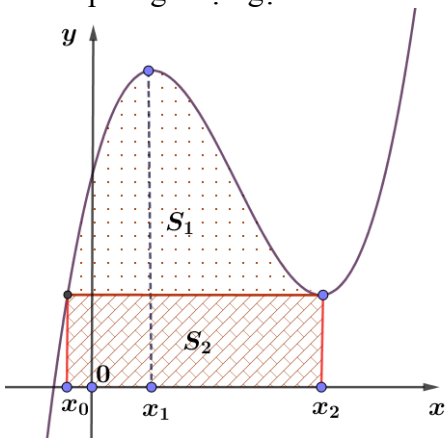
Trong hệ trục tọa độ Oxy, xét phương trình đường tròn là $x^2+(y-25)^2=25$ suy ra $y=25\pm\sqrt{25-x^2}$.

Khi đó thể tích không khí được chứa bên trong vỏ săm là phần không gian được giới hạn bởi hai đường cong $\begin{cases}f(x)=25+\sqrt{25-x^2}\\g(x)=25-\sqrt{25-x^2}\end{cases}$ quay quanh trục Ox.

Vậy thể tích không khí được chứa bên trong vỏ săm bằng

$V=\pi\int_{-5}^{5}\left[\left(25+\sqrt{25-x^2}\right)^2-\left(25-\sqrt{25-x^2}\right)^2\right]dx=1250\pi^2(\text{cm}^3).$

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi $x_1,\ x_2$ lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)-3f(x_2)=0$. Đường thẳng song song với trục Ox và qua điểm cực tiểu cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai có hoành độ x_0 và $x_1=x_0+1$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch ở hình bên dưới).



A. $\frac{27}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a>0\Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

+) Theo giả thiết ta có $f'(x_1)=f'(x_2)=0\Rightarrow f'(x)=3a(x-x_1)(x-x_2)=3a(x-x_1)(x-x_1-2)$

$\Rightarrow f'(x)=3a(x-x_1)^2-6a(x-x_1)$.

$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+C$.

+) Ta có $f(x_1)-3f(x_2)=0\Rightarrow f(x_1)-3f(x_1+2)=0$

$\Leftrightarrow C-3(8a-12a+C)=0\Leftrightarrow -2C+12a=0\Leftrightarrow C=6a$.

Do đó $f(x)=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+6a$.

+) S_2 là diện tích hình chữ nhật có cạnh bằng 3 và và $f(x_2)=8a-12a+6a=2a$

+) S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=x_0=x_1-1,\ x=x_2=x_1+2,\ y=f(x_2)=2a$ và $f(x)=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+6a$ nên suy ra

$S_1=\int_{x_1-1}^{x_1+2}[f(x)-2a]\mathrm{d}x=\int_{x_1-1}^{x_1+2}[a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+4a]\mathrm{d}x$

$=\left[\frac{a(x-x_1)^4}{4}-3a\frac{(x-x_1)^3}{3}+4ax\right]\Big|_{x_1-1}^{x_1+2}=\frac{27a}{4}$.

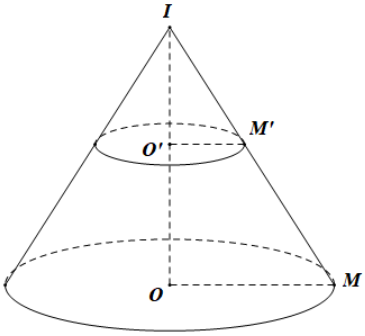
Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\frac{27}{8}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón có đỉnh I thuộc mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-7=0$ và hình tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(R)\colon 2x-y-2z+8=0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(0\,;-2\,;0)$ và vuông góc với trục của hình nón chia hình nón thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 (V_1 là thể tích của hình nón chứa đỉnh I). Biết bằng biểu thức $S=V_2+\frac{78}{V_1^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $V_1=a, V_2=b$. Khi đó tổng a^2+b^2 bằng

A. 2031. **B.** $2031\pi^2$. **C.** $52\sqrt{3}\pi^2$. **D.** $377\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy $(P)\ //\ (R)$, gọi O là tâm của đường tròn đáy hình nón, $O' = IO \cap (Q)$, từ giả thiết ta có $IO' = d\big(A,(P)\big) = \frac{5}{3}$; $OO' = d\big(A,(R)\big) = \frac{10}{3}$ suy ra $OO' = 2IO'$.

Gọi M là điểm thuộc đường tròn (O), $M' = IM \cap (Q)$, do $O'M'\ //\ OM$ nên $\frac{IO'}{IO} = \frac{O'M'}{OM} = \frac{1}{3}$.

Do đó $r_2 = 3r_1$, (trong đó r_1 và r_2 lần lượt là bán kính của các đường tròn (O') và (O)). Đặt $IO' = h$, khi đó

$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h}{\frac{1}{3}\pi(3r_1)^2.3h} = \frac{1}{27} \Rightarrow V = 27V_1 \Rightarrow V_2 = V - V_1 = 26V_1$.

$S = V_2 + \frac{78}{V_1^3} = 26V_1 + \frac{78}{V_1^3} = \frac{26}{3}V_1 + \frac{26}{3}V_1 + \frac{26}{3}V_1 + \frac{78}{V_1^3} \geq 4\sqrt[4]{\frac{26}{3}V_1.\frac{26}{3}V_1.\frac{26}{3}V_1.\frac{78}{V_1^3}} = 4\sqrt[4]{\frac{456976}{9}}$.

Dấu " = " xảy ra khi $\frac{26}{3}V_1 = \frac{78}{V_1^3} \Leftrightarrow V_1 = \sqrt{3}$. Suy ra $\begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 26\sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy $a^2 + b^2 = 3 + 26^2.3 = 2031$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = |z+1| \leq |z| + 1 = 2$ nên $t \in [0;2]$.

Do $|z| = 1$ nên $z.\bar{z} = 1 \Rightarrow P = |z+1| + |z^2 - z + z.\bar{z}| = |z+1| + |z + \bar{z} - 1|$.

Ta có $t^2 = |z+1|^2 = (z+1)(\bar{z}+1) = z.\bar{z} + (z+\bar{z}) + 1 = 2 + (z+\bar{z})$ nên $z + \bar{z} = t^2 - 2$.

Vậy $P = f(t) = t + |t^2 - 3|$, với $t \in [0;2]$.

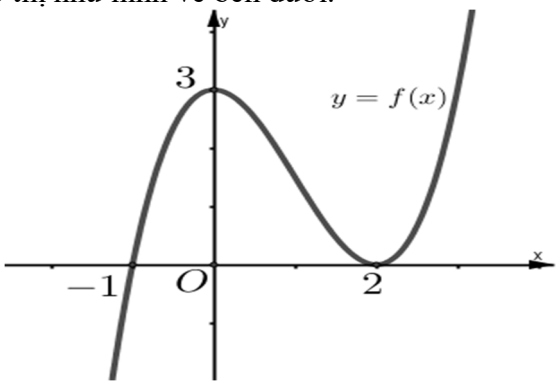
Khi đó, $f(t) = \begin{cases} t^2 + t - 3 \text{khi } \sqrt{3} \leq t \leq 2 \\ -t^2 + t + 3 \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}$ nên $f'(t) = \begin{cases} 2t + 1 \text{khi } \sqrt{3} < t \leq 2 \\ -2t + 1 \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}$.

$f'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

$f(0) = 3$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$; $f\left(\sqrt{3}\right) = \sqrt{3}$; $f(2) = 3$.

Vậy $M = \frac{13}{4}$; $m = \sqrt{3}$ nên $M.m = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019;2019]$ để hàm số $y=f(\cos x+2x+m)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0;+\infty)$?

A. 4040. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 4038.

Lời giải:

Chọn B

Ta có $y'=(-\sin x+2).f'(\cos x+2x+m)$

Hàm số $y=f(\cos x+2x+m)$ liên tục trên nửa khoảng $[0;+\infty)$, suy ra:

Hàm số $y=f(\cos x+2x+m)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$ khi và chỉ khi $(-\sin x+2).f'(\cos x+2x+m)\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$ (1)

Do $-\sin x+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên (1) $\Leftrightarrow f'(\cos x+2x+m)\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$ (2)

Dựa vào đồ thị ta có (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x+2x+m\geq 2,\forall x\in(0;+\infty)\\ \cos x+2x+m\leq 0,\forall x\in(0;+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l}\cos x+2x\geq 2-m,\forall x\in(0;+\infty)\ (3a)\\ \cos x+2x\leq -m,\forall x\in(0;+\infty)\ (3b)\end{array}\right.$.

Xét hàm $g(x)=\cos x+2x$ trên $[0;+\infty)$ có $g'(x)=-\sin x+2>0,\forall x\in(0;+\infty)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0\ ;+\infty)$ đồng thời $g(x)$ liên tục trên $[0;+\infty)$ suy ra $\min\limits_{[0;+\infty)}g(x)=g(0)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$. Do đó, không có giá trị m thỏa $(3b)$;

$$(3a)\Leftrightarrow \min_{[0;+\infty)}g(x)\geq 2-m\Leftrightarrow 1\geq 2-m\Leftrightarrow m\geq 1.$$

Vậy có tất cả 2019 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 50. Cho các số thực a,b,c,d thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7)=1$ và $27^c.81^d=6c+8d+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{64}{25}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{49}{25}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7)=1\Leftrightarrow a^2+b^2+2=4a+6b-7\Leftrightarrow(a-2)^2+(b-3)^2=4$ (1).

Lại có $27^c.81^d=6c+8d+1\Leftrightarrow 3^{3c+4d}=2(3c+4d)+1$ (2).

Xét hàm số $f(t)=3^t-2t-1$ trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $f(t)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(t)=3^t.\ln 3-2$.

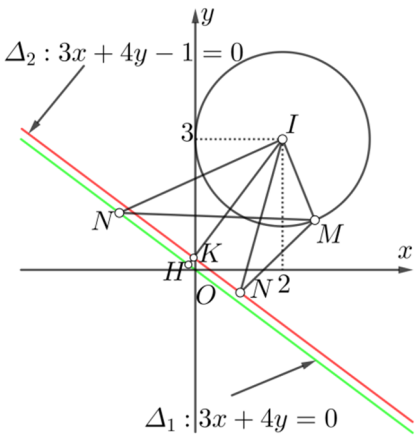
Vì phương trình $f'(t)=0$ có đúng một nghiệm $\left(t_0=\log_3\left(\frac{2}{\ln 3}\right)\right)$ nên phương trình $f(t)=0$ có tối đa 2 nghiệm. Mặt khác, $f(0)=f(1)=0$ nên $S=\{0;1\}$ là tập nghiệm của phương trình $f(t)=0$.

Do đó, (2) tương đương với $3c+4d=0$ hoặc $3c+4d=1$ (3).

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, gọi điểm M có tọa độ (a,b) và điểm N có tọa độ (c,d).

Khi đó, từ (1) suy ra M thuộc đường tròn tâm $I(2;3)$, bán kính $r=2$ và từ (3) suy ra N thuộc đường thẳng $\Delta_1:3x+4y=0$ hoặc $\Delta_2:3x+4y-1=0$.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2=MN^2$.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên các đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

Nếu N di chuyển trên đường thẳng Δ_1 thì $MN \geq IN - IM \geq IH - r$ nên $MN \geq \frac{8}{5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $N \equiv H$ và M là giao điểm của đoạn thẳng IH với đường tròn.

Nếu N di chuyển trên đường thẳng Δ_2 thì $MN \geq IN - IM \geq IK - r$ nên $MN \geq \frac{7}{5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $N \equiv K$ và M là giao điểm của đoạn thẳng IK với đường tròn.

Từ hai trường hợp trên, ta có giá trị nhỏ nhất của MN bằng $\frac{7}{5}$. Từ đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng $\frac{49}{25}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 024

Câu 1. Đặt $a = \log_3 4$, khi đó $\log_{16} 81$ bằng
A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{3}{2a}$. **C.** $\frac{2}{a}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=8$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó
A. $I(2;-3;1); R=8$. **B.** $I(2;-3;1); R=2\sqrt{2}$.
C. $I(-2;3;-1); R=8$. **D.** $I(-2;3;-1); R=2\sqrt{2}$.

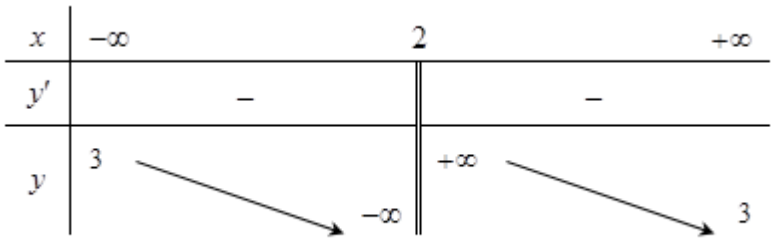
Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ đồng biến trên khoảng nào?
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3cm$ và độ dài đường cao $h=4cm$. Thể tích của khối nón đó bằng
A. $12\pi\ cm^3$. **B.** $72\pi\ cm^3$. **C.** $27\pi\ cm^3$. **D.** $36\pi\ cm^3$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tìm tạo độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(-2;8;-3)$. **B.** $D(-4;8;-3)$. **C.** $D(-2;2;5)$. **D.** $D(-4;8;-5)$.

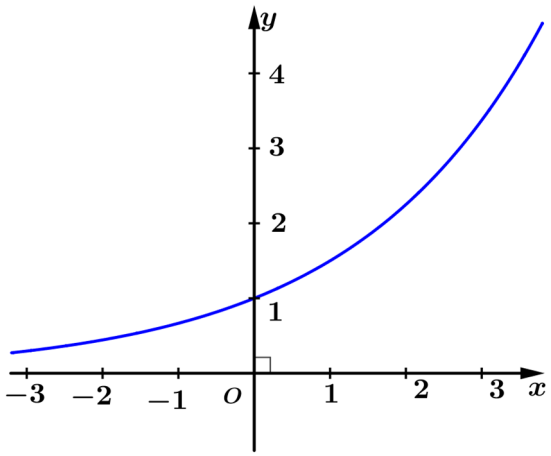
Câu 6. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-2020}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{2020\}$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2020)$ và $(2020;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2020)$ và $(2020;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{2020\}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8. Đồ thị được cho trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\log_{\frac{3}{2}}x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=(\frac{1}{2})^x$. **D.** $y=(\frac{3}{2})^x$.

Câu 9. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=-6$ và $\int_1^4 f(x)dx=7$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -42. **C.** 13. **D.** -13.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $y'=-\frac{1}{3}x^{-4}$ **B.** $y'=-3x^{-4}$.

C. $y'=-x^{-4}$. **D.** $y'=\frac{-1}{2}x^{-2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1\,;2\,;3)$, $B(2\,;-1\,;4)$; đường thẳng qua hai điểm A, B có một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ là

A. $\vec{u}=(1\,;-1;1)$. **B.** $\vec{u}=(1\,;-3\,;1)$. **C.** $\vec{u}=(3\,;1\,;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;-6;3)$.

Câu 12. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức $w=(1+2i)z$.

A. 4. **B.** $4i$. **C.** -4. **D.** 7.

Câu 13. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$?

A. $S=\left(-\frac{1}{2}\,;\,3\right)$. **B.** $S=(-\infty\,;\,3)$. **C.** $S=(3\,;\,+\infty)$. **D.** $S=(-\infty\,;\,-3)$.

Câu 14. Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\cos^2 x dx$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $0<I<\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}<I<\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}<I<1$. **D.** $\frac{1}{3}<I<\frac{1}{2}$.

Câu 15. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n-1$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k<C_n^k$. **D.** $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5-3i$. **B.** $5+3i$. **C.** $-5+3i$. **D.** $-3+5i$.

Câu 17. Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của khối lập phương đã cho bằng

A. 144. **B.** 96. **C.** 64. **D.** 24.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x-y-3z=4$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{16}{9}$. **B.** 2. **C.** $\frac{32}{9}$. **D.** 1.

Câu 19. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Câu 20. Phương trình $8z^2-4z+1=0$ có nghiệm là

A. $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$. **B.** $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{3}{4}i$.

C. $z_1=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$. **D.** $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$.

Câu 21. Tính tích phân $\int_2^6\frac{1}{x}dx$ bằng

A. $-\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 4$.

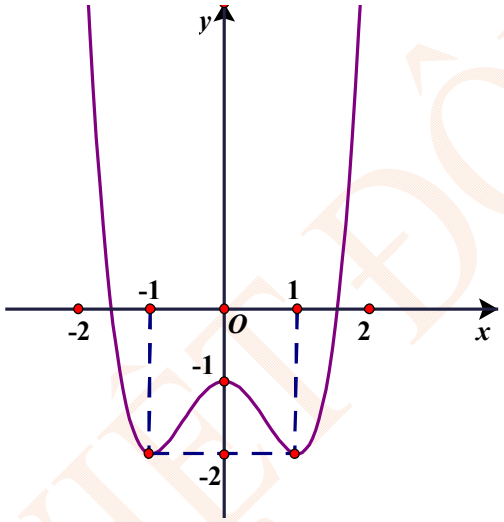
Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 23. Xác định hàm số có đồ thị dạng sau:



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=\log_3 2$ là

A. $x=5$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 25. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{2}{3}\pi$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 26. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2-9x+4$ là:

A. $(-1;0)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x-\cos x$ là

A. $4-\sin x+C$. **B.** $4+\sin x+C$.

C. $2x^2-\sin x+C$. **D.** $2x^2+\sin x+C$.

Câu 28. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=(-1)^n+\sqrt{n+5}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 2020 của dãy số đã cho bằng

A. -25. **B.** 24. **C.** -45. **D.** 46.

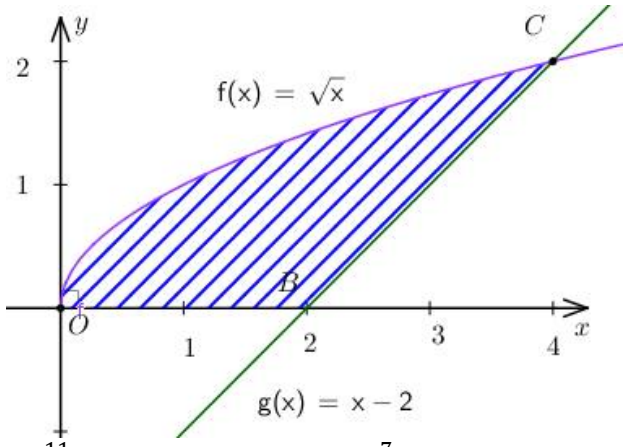
Câu 29. Do con súc sắc không cân đối nên mỗi khi gieo con súc sắc đó thì xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và mặt 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm là

A. 0,4875. **B.** 0,9125. **C.** 0,6. **D.** 0,0875.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ là

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 31. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là.



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 32. Mô đun số phức nghịch đảo của số phức $z=(1-i)^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-2)$, $B(2;0;3)$ và $C(-2;4;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $x+y-2z+2=0$.

C. $x+y-2z-6=0$. **D.** $2x-2y+z+2=0$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1\,;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1\,;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 35. Ông Bốn dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,9% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng,) $x\in\mathbb{N}$ ông Bốn gửi vào ngân hàng để sau 2 năm số tiên lãi đủ mua một chiếc xe máy có giá trị 32 triệu đồng.

A. 224 triệu đồng. **B.** 252 triệu đồng. **C.** 242 triệu đồng. **D.** 225 triệu đồng.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-\sin^2x+C$ thì $f(x)$ bằng

A. $\mathrm{e}^x-\sin 2x$. **B.** $\mathrm{e}^x+\cos^2x$. **C.** $\mathrm{e}^x-2\sin x$. **D.** $\mathrm{e}^x+2\sin x$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-3=0$

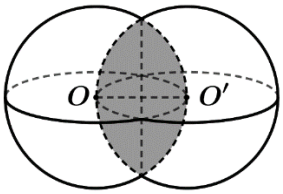
A. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 4-\frac{1}{3^{x-1}}$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[0;1]$. **D.** $(0;1)$.

Câu 40. Một đồ chơi được thiết kế gồm hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại (xem hình vẽ). Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).



A. $\frac{5\pi R^3}{12}$. **B.** $\frac{2\pi R^3}{5}$. **C.** πR^3. **D.** $\frac{\pi R^3}{2}$.

Câu 41. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng $/\text{m}^2$. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

A. Một đáp án khác. **B.** Chiều dài 20m chiều rộng 10m chiều cao $\frac{5}{6}\text{m}$.

C. Chiều dài 10m chiều rộng 5m chiều cao $\frac{10}{3}\text{m}$. **D.** Chiều dài 30m chiều rộng 15m chiều cao $\frac{10}{27}\text{m}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1-4i|=3$ và $(\overline{z}+3i)(z-3)$ là số thực?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

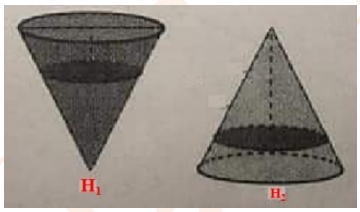
Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\in(0;\ +\infty)$. **B.** $m\in[1;\ 2)$. **C.** $m\in(-\infty;\ 0]$. **D.** $m\in(2;\ +\infty)$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau và $SA=AB=2AC$. Biết rằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Hãy tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Câu 45. Một khối đồ chơi có dạng khối nón, chiều cao bằng 20 cm, trong đó có chứa một lượng nước. Nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_1 thì chiều cao lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khối nón. Hỏi nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_2 thì chiều cao h' của lượng nước trong khối đó gần với giá trị nào sau đây?



A. $h'\approx 5{,}09$ (cm). **B.** $h'\approx 6{,}67$ (cm). **C.** $h'\approx 2{,}21$ (cm). **D.** $h'\approx 5{,}9\,3$(cm).

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-\frac{3}{4}$. **B.** $T=\frac{33}{5}$. **C.** $T=\frac{27}{4}$. **D.** $T=\frac{31}{5}$.

Câu 47. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=5$ và biểu thức $T=|z-7-9i|+2|z-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z=1+6i$. **B.** $z=1+6i$ và $z=5-2i$.

C. $z=4+5i$. **D.** $z=5-2i$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và hàm số $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Câu 49. Cho các số dương x,y thỏa mãn $\log_5\left(\frac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\frac{4}{x}+\frac{9}{y}$ bằng

A. $11\sqrt{3}$. **B.** $\frac{27\sqrt{2}}{2}$. **C.** 19. **D.** $\frac{31\sqrt{6}}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x^2+2mx+1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x)=f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng $(3;5)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	A	B	C	A	D	A	B	B	A	B	A	C	B	B	A	B	A	C	C	B	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	C	B	D	A	D	D	D	C	A	B	C	A	C	D	D	D	C	A	A	D	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đặt $a = \log_3 4$, khi đó $\log_{16} 81$ bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{3}{2a}$. **C.** $\frac{2}{a}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{16} 81 = \frac{4}{2}\log_4 3 = \frac{2}{\log_3 4} = \frac{2}{a}$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 8$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó

A. $I(2;-3;1); R = 8$. **B.** $I(2;-3;1); R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(-2;3;-1); R = 8$. **D.** $I(-2;3;-1); R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu đã cho có tâm $I(2;-3;1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1\,;\,+\infty)$. **B.** $(-1\,;\,1)$. **C.** $(0\,;\,1)$. **D.** $(-\infty\,;\,0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x(x-1)^3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 1 \end{array}\right.$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3cm$ và độ dài đường cao $h = 4cm$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $12\pi\ cm^3$. **B.** $72\pi\ cm^3$. **C.** $27\pi\ cm^3$. **D.** $36\pi\ cm^3$.

Lời giải

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}.\pi.3^2.4 = 12\pi\ (cm^3)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1\,;\,2\,;\,-1)$, $B(2\,;\,-1\,;\,3)$, $C(-3\,;\,5\,;\,1)$. Tìm tạo độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2\,;\,8\,;\,-3)$. **B.** $D(-4\,;\,8\,;\,-3)$. **C.** $D(-2\,;\,2\,;\,5)$. **D.** $D(-4\,;\,8\,;\,-5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1\,;\,3\,;\,-4)$ và 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 3 = -1 \\ y_D - 5 = 3 \\ z_D - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4\,;\,8\,;\,-3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2020}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{2020\}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2020)$ và $(2020; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2020)$ và $(2020; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{2020\}$.

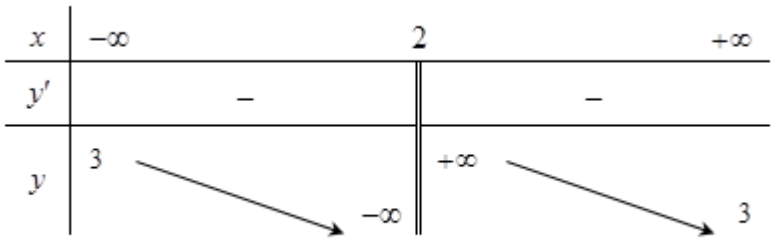
Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{-2021}{(x-2020)^2} < 0 \ \forall x \neq 2020$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2020)$ và $(2020; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho như hình vẽ



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

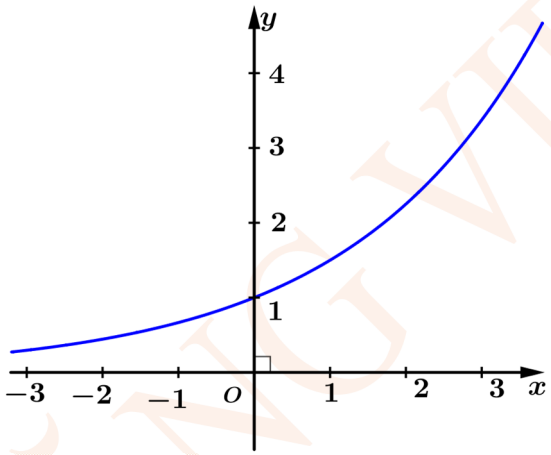
Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 3$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 8. Đồ thị được cho trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = \log_{\frac{3}{2}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = (\frac{1}{2})^x$. **D.** $y = (\frac{3}{2})^x$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành và đi lên từ trái qua phải nên là đồ thị của hàm số mũ và đồng biến nên ta chọn đáp án#

Câu 9. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -6$ và $\int_1^4 f(x)dx = 7$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -42. **C.** 13. **D.** -13.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -6 + 7 = 1$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

A. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$ **B.** $y' = -3x^{-4}$.

C. $y' = -x^{-4}$. **D.** $y' = \frac{-1}{2}x^{-2}$.

Lời giải

Ta có $y = x^{-3} \Rightarrow y' = -3x^{-4}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1\,;2\,;3)$, $B(2\,;-1\,;4)$; đường thẳng qua hai điểm A, B có một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = (1\,;-1;1)$. **B.** $\vec{u} = (1\,;-3\,;1)$. **C.** $\vec{u} = (3\,;1\,;1)$. **D.** $\vec{u} = (2;-6;3)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng qua hai điểm A, B có có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{AB} = (1\,;-3\,;1)$.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$.

A. 4. **B.** $4i$. **C.** -4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$w = (1 + 2i)z \Leftrightarrow w = (1 + 2i)(3 - 2i) = 7 + 4i$. Vậy phần ảo của số phức w là 4.

Câu 13. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$?

A. $S = \left(-\frac{1}{2}\,;\,3\right)$. **B.** $S = (-\infty\,;\,3)$. **C.** $S = (3\,;\,+\infty)$. **D.** $S = (-\infty\,;\,-3)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \Leftrightarrow 2x + 1 > 3x - 2 \Leftrightarrow x < 3 \Rightarrow S = (-\infty\,;\,3)$.

Câu 14. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x \mathrm{d}x$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $0 < I < \frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2} < I < \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{3} < I < 1$. **D.** $\frac{1}{3} < I < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x . \mathrm{d}x$

Đặt $u = \cos x \Rightarrow \mathrm{d}u = -\sin x . \mathrm{d}x$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow u = 1, x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow I = -\int_1^{\frac{1}{2}} u^2 . \mathrm{d}u = \int_{\frac{1}{2}}^1 u^2 . \mathrm{d}u = \frac{u^3}{3}\Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$.

Vậy $0 < I < \frac{1}{3}$.

Cách 2: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x . \cos^2 x . \mathrm{d}x = -\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x . \mathrm{d}(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{7}{24}$.

Vậy $0 < I < \frac{1}{3}$.

Câu 15. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n - 1$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k < C_n^k$. **D.** $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Lời giải

Chọn C

Ta xét từng phương án

Phương án A đúng do công thức.

Phương án B biến đổi thành: $\frac{n!}{(n-k)!} < \frac{n!}{k!(n-k)!} \Leftrightarrow k! < 1$ (vô lý vì $k \in Z$ và $k > 0$).

Phương án C đúng do công thức.

Phương án D đúng do công thức.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

A. $-5 - 3i$. **B.** $5 + 3i$. **C.** $-5 + 3i$. **D.** $-3 + 5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là $5+3i$.

Câu 17. Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của khối lập phương đã cho bằng

A. 144. **B.** 96. **C.** 64. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của khối lập phương là: $6.4.4=96$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x-y-3z=4$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $\frac{16}{9}$. **B.** 2. **C.** $\frac{32}{9}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A(2;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $S=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{1}{6}.2.4.\frac{4}{3}=\frac{16}{9}$.

Câu 19. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp $V=\frac{1}{3}.B.h$. Trong đó B là diện tích đáy và h là chiều cao.

Áp dụng công thức ta có $V=\frac{1}{3}.3.4=4$. Vậy ta chọn đáp án án

Câu 20. Phương trình $8z^2-4z+1=0$ có nghiệm là

A. $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$. **B.** $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{3}{4}i$.

C. $z_1=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$. **D.** $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ và $z_2=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta'=-4=(2i)^2$

Phương trình có nghiệm là $z=\frac{1+i}{4}\vee z=\frac{1-i}{4}$

Cách 2. Sử dụng máy tính cầm tay vào chế độ giải phương trình ta có đáp án B

Câu 21. Tính tích phân $\int_2^6\frac{1}{x}dx$ bằng

A. $-\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 4$.

Lời giải

Chọn C

$$I=\int_2^6\frac{1}{x}dx=\ln|x|_2^6=\ln 6-\ln 2=\ln\left(\frac{6}{2}\right)=\ln 3$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

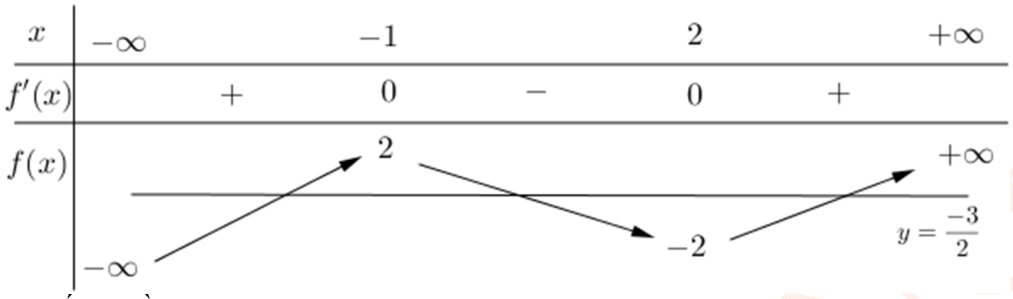
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

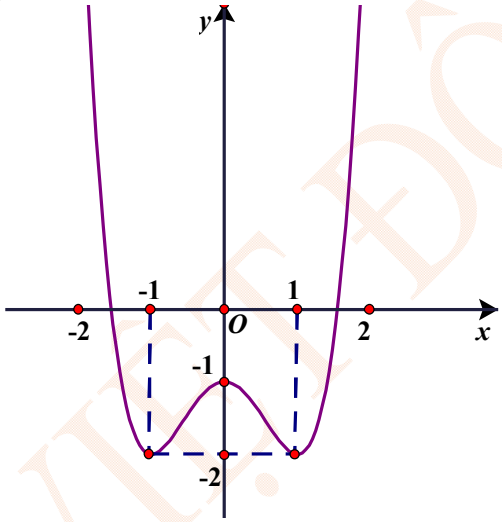
Chọn C

$$2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm nên phương trình có ba nghiệm



Câu 23. Xác định hàm số có đồ thị dạng sau:



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$.
C. $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là dạng đồ thị hàm số bậc bốn, hệ số a dương nên ta chọn đáp án D.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=\log_3 2$ là

A. $x=5$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(x-1)=\log_3 2 \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 25. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{2}{3}\pi$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2 \Leftrightarrow R^2=\frac{S}{4\pi} \Leftrightarrow R^2=\frac{\frac{2}{3}\pi}{4\pi} \Leftrightarrow R=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 26. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2-9x+4$ là:

A. $(-1;0)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+12x-9$

$$y'=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=3$$

$y' < 0 \Leftrightarrow x < 1 \vee x > 3, y' > 0 \Leftrightarrow x \in (1;3)$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$

$\Rightarrow$ Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(3;4)$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - \cos x$ là

A. $4 - \sin x + C$. **B.** $4 + \sin x + C$.

C. $2x^2 - \sin x + C$. **D.** $2x^2 + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa và công thức nguyên hàm các hàm số cơ bản

Câu 28. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^n + \sqrt{n+5}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 2020 của dãy số đã cho bằng

A. -25. **B.** 24. **C.** -45. **D.** 46.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{2020} = (-1)^{2020} + \sqrt{2020+5} = 46$.

Câu 29. Do con súc sắc không cân đối nên mỗi khi gieo con súc sắc đó thì xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và mặt 5 chấm lần lượt là $0{,}35$ và $0{,}25$. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm là

A. $0{,}4875$. **B.** $0{,}9125$. **C.** $0{,}6$. **D.** $0{,}0875$.

Lời giải

Chọn C

Phép thử T: "Gieo một con súc sắc không cân đối".

Gọi A là biến cố: "xuất hiện mặt 2 chấm";

Gọi B là biến cố: "xuất hiện mặt 5 chấm";

Gọi C là biến cố: "xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm".

Từ giả thiết ta có $P(A) = 0{,}35$, $P(B) = 0{,}25$.

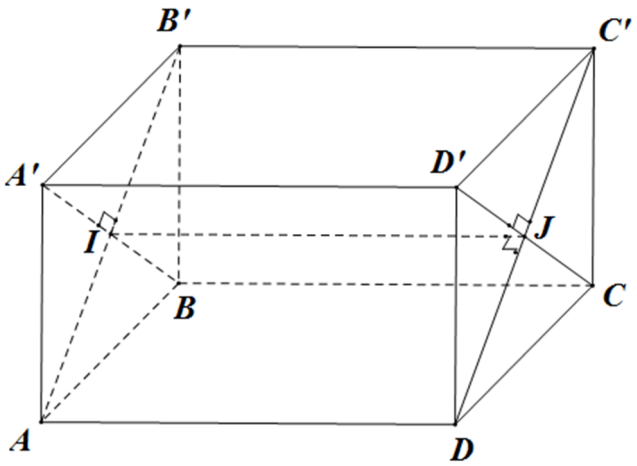
Mà $C = A \cup B$ và $A \cap B = \emptyset$ nên xác suất cần tìm là: $P(C) = P(A) + P(B) = 0{,}6$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ là

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Gọi $I = A'B \cap B'A$; $J = C'D \cap D'C$. Ta có IJ $= (ADB'C') \cap (BCD'A')$ (1).

Theo giả thiết, ta có: IJ $\perp (DCC'D') \Rightarrow C'D \perp$ IJ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow C'D \perp (BCD'A') \Rightarrow (ADC'B') \perp (BCD'A')$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ là $90°$.

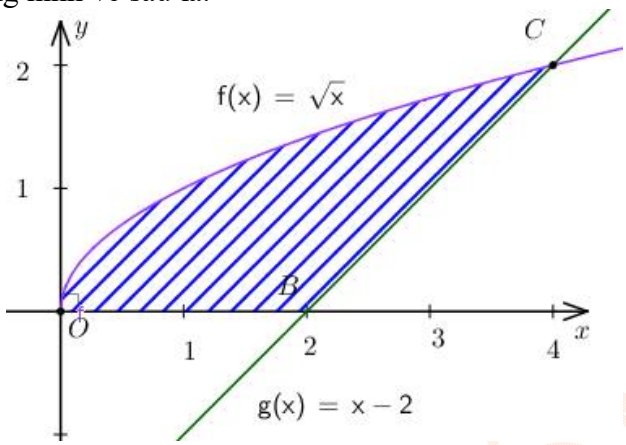
Cách 2: Mặt phẳng $(DCC'D')$ vuông góc và cắt hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ lần lượt theo hai giao tuyến DC' và $D'C$.

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mp $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ là góc giữa hai đường thẳng DC' và $D'C$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tứ giác $DCC'D'$ là hình vuông $\Rightarrow DC' \perp D'C$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(BCD'A')$ là $90°$.

Câu 31. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là.



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn hình vẽ ta thấy diện tích $S = \int_0^2 \sqrt{x}dx + \int_2^4 [\sqrt{x} - (x-2)]dx$

$= \int_0^4 \sqrt{x}dx - \int_2^4 (x-2)dx$

$= \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3}$

Câu 32. Mô đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-i)^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (1-i)^2 = -2i \Rightarrow \left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{2}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-2)$, $B(2;0;3)$ và $C(-2;4;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. **B.** $x + y - 2z + 2 = 0$.

C. $x + y - 2z - 6 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 2 = 0$.

Lời giải

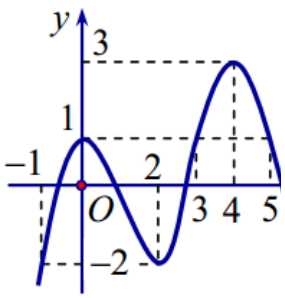
Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC suy ra (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-4;4;-2) = -2(2;-2;1)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-1) - 2(y-1) + (z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 2 = 0$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;5]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 5.



Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ, ta có $M = 3$ và $m = -2 \Rightarrow M - m = 5$.

Câu 35. Ông Bốn dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,9% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng,) $x \in \mathbb{N}$ ông Bốn gửi vào ngân hàng để sau 2 năm số tiên lãi đủ mua một chiếc xe máy có giá trị 32 triệu đồng.

A. 224 triệu đồng. **B.** 252 triệu đồng. **C.** 242 triệu đồng. **D.** 225 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi a là số tiền tối thiểu mà ông Bốn phải gửi để đủ mua một chiếc xe máy sau 2 năm, lãi suất $r = 6,9\%$ mỗi năm.

Tổng số tiền vốn và lãi sau 2 năm ông Bốn nhận được là $T = a(1+r)^2(1)$. Vậy số tiền lãi là $T - a$.

Theo đề ta có: $T - a \geq 32 \Leftrightarrow T \geq 32 + a$.

Thay vào (1) ta thu được $32 + a \leq a(1+r)^2 \Leftrightarrow 32 + a \leq a(1,069)^2 \Leftrightarrow a \geq 224,15$.

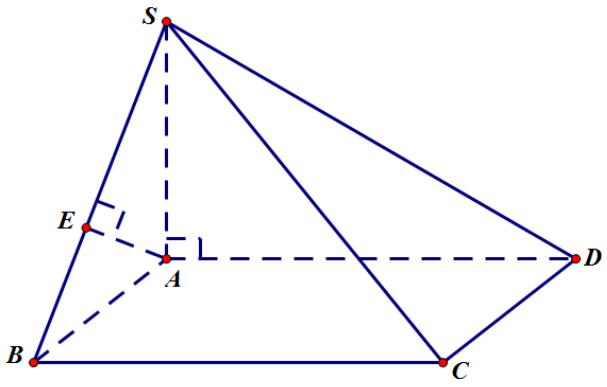
Vậy số tiền tối thiểu mà ông Bốn cần gửi là 225 triệu đồng.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



+ Vì $AD//BC$ nên $AD//(SBC)$.

Do đó khoảng cách từ AD đến (SBC) bằng khoảng cách từ điểm A đến (SBC).

+ Kẻ AE vuông góc với SB tại E. Vì $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AE$ nên $AE \perp (SBC)$ tại E.

Như vậy khoảng cách cần tính bằng độ dài đoạn AE.

+ Trong tam giác vuông SAB vuông cân tại đỉnh A, ta có $AE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - \sin^2 x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $\mathrm{e}^x - \sin 2x$. **B.** $\mathrm{e}^x + \cos^2 x$. **C.** $\mathrm{e}^x - 2\sin x$. **D.** $\mathrm{e}^x + 2\sin x$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - \sin^2 x + C$.

$\Rightarrow f(x) = F'(x) = (\mathrm{e}^x - \sin^2 x + C)' = \mathrm{e}^x - 2.\sin x.\cos x = \mathrm{e}^x - \sin 2x$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$. **B.** $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$.

Do đó mặt cầu (S) có bán kính $R = d\big(I,(P)\big) = \frac{|2.0-1+2.(-1)-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1) \Rightarrow (S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \le 4 - \frac{1}{3^{x-1}}$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[0;1]$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^x \le 4 - \frac{1}{3^{x-1}} \Leftrightarrow 3^x \le 4 - \frac{3}{3^x}\ (*)$

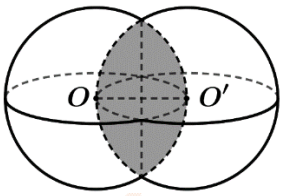
Đặt $t = 3^x$, $(t > 0)$.

Bất phương trình $(*) \Leftrightarrow t \le 4 - \frac{3}{t} \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le t \le 3$.

So điều kiện $t > 0$, ta được: $1 \le t \le 3 \Leftrightarrow 1 \le 3^x \le 3 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0;1]$.

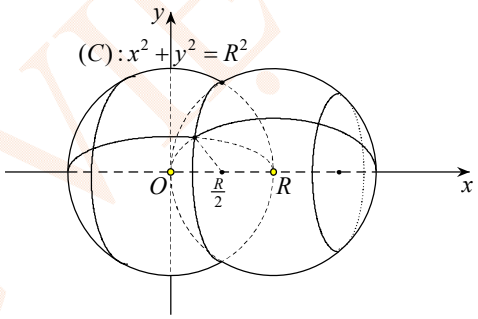
Câu 40. Một đồ chơi được thiết kế gồm hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại (xem hình vẽ). Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).



A. $\frac{5\pi R^3}{12}$. **B.** $\frac{2\pi R^3}{5}$. **C.** πR^3. **D.** $\frac{\pi R^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox và mặt cầu tâm (O,R) là hình tròn.

Diện tích thiết diện là $S(x) = \pi(R^2 - x^2)$

(Trong đó x là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P))

Thể tích cần tính là: $V = 2\int_{\frac{R}{2}}^{R} S(x)dx = 2\pi\int_{\frac{R}{2}}^{R}(R^2 - x^2)dx = 2\pi\left(R^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{\frac{R}{2}}^{R} = \frac{5\pi R^3}{12}$.

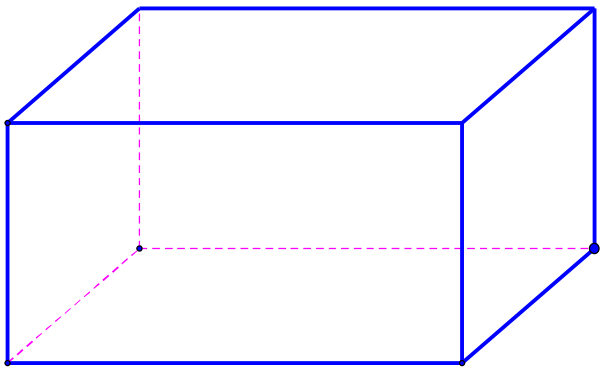
Câu 41. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng $/m^2$. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

A. Một đáp án khác. **B.** Chiều dài 20m chiều rộng 10m chiều cao $\frac{5}{6}$m.

C. Chiều dài 10m chiều rộng 5m chiều cao $\frac{10}{3}$m. **D.** Chiều dài 30m chiều rộng 15m chiều cao $\frac{10}{27}$m.

Lời giải

Chọn C



Gọi chiều dài bằng $2x(\text{m}); x > 0$, chiều cao bằng $y(\text{m}); y > 0$.

Ta có $2x^2y = \frac{500}{3}$. Suy ra $y = \frac{500}{6x^2}$.

Khi đó diện tích cần xây dựng bằng

$2x^2 + 6xy = 2x^2 + 6x.\frac{500}{6x^2} = 2x^2 + \frac{500}{x} = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 3\sqrt[3]{2 \times 250^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x^2 = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 4i| = 3$ và $(\overline{z} + 3i)(z - 3)$ là số thực?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi\ (x; y \in \mathbb{R})$, ta có:

+) $|z + 1 - 4i| = 3 \Leftrightarrow |x + 1 + (y - 4)i| = 3 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$.

+) $(\overline{z} + 3i)(z - 3) = z\overline{z} + 3zi - 3\overline{z} - 9i = x^2 + y^2 - 3x - 3y + (3x + 3y - 9)i$

$(\overline{z} + 3i)(z - 3)$ là số thực nên $x + y - 3 = 0$.

Từ và ta có $\begin{cases}(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9\\ x + y - 3 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2(x + 1)^2 = 9\ (3)\\ y = 3 - x\end{cases}$.

Dễ thấy có hai nghiệm phân biệt, vậy nên có hai số phức thỏa mãn bài toán.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (0;\ +\infty)$. **B.** $m \in [1;\ 2)$. **C.** $m \in (-\infty;\ 0]$. **D.** $m \in (2;\ +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$.

Điều kiện $\cos x \neq m$.

Đặt $t = \cos x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;\ 1)$.

Khi đó ta có hàm số: $g(t) = \frac{t - 2}{t - m}$ với $t \neq m, t \in (0; 1)$.

Do hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên bài toán trở thành tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(t) = \frac{t - 2}{t - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;\ 1)$.

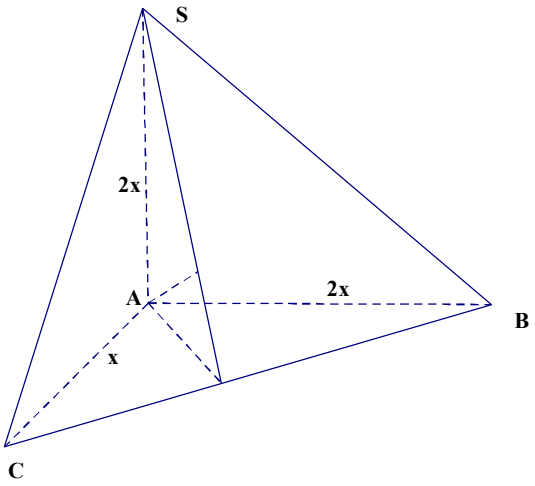
$\Leftrightarrow \begin{cases}-m + 2 < 0\\ m \in (-\infty;\ 0] \cup [1;\ +\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m \in (2;\ +\infty)\\ m \in (-\infty;\ 0] \cup [1;\ +\infty)\end{cases} \Leftrightarrow m \in (2;\ +\infty)$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau và $SA = AB = 2AC$. Biết rằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Hãy tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D

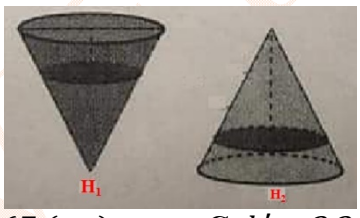


Gọi $SA = AB = 2AC = 2x$. Ta biết công thức tính nhanh khoảng cách từ một đỉnh tứ diện xuống mặt đáy là

$$\frac{1}{[d(A;(SBC))]^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4x^2} + \frac{1}{4x^2} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Suy ra thể tích khối chóp: $V_{S.ABC} = \frac{SA.AB.AC}{6} = \frac{2x.2x.x}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

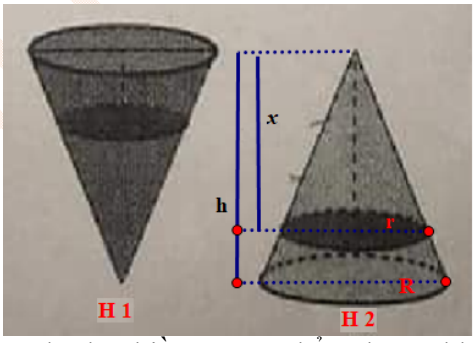
Câu 45. Một khối đồ chơi có dạng khối nón, chiều cao bằng 20 cm, trong đó có chứa một lượng nước. Nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_1 thì chiều cao lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khối nón. Hỏi nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_2 thì chiều cao h' của lượng nước trong khối đó gần với giá trị nào sau đây?

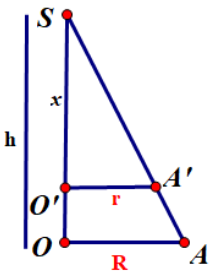


A. $h' \approx 5{,}09$ (cm). **B.** $h' \approx 6{,}67$ (cm). **C.** $h' \approx 2{,}21$ (cm). **D.** $h' \approx 5{,}9\,3$(cm).

Lời giải

Chọn C





Gọi R, h, V lần lượt là bán kính, chiều cao và thể tích của khối đồ chơi hình nón ($h = 20cm$).

Suy ra thể tích của nước ở H_1 là $V_n = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{2}{3}R\right)^2\frac{2}{3}h = \frac{8}{27}V$ và thể tích phần không chứa nước là $V_k = V - \frac{8}{27}V = \frac{19}{27}V$.

Khi đặt khối đồ chơi theo H_2.

Đặt $x = SO'$ và $r = O'A'$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phần khối nón không chứa nước. Ta có $\frac{r}{R} = \frac{x}{h} \Rightarrow r = \frac{Rx}{h}$. Ta có

$V_k = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{Rx}{h}\right)^2 x = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}x^3 = V\frac{x^3}{h^3}$.

Theo đề ta có $\frac{19}{27}V = V\frac{x^3}{h^3} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{19}{27}h^3}$. Vì vậy $h' = h - x \approx 2{,}21$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = -\frac{3}{4}$. **B.** $T = \frac{33}{5}$. **C.** $T = \frac{27}{4}$. **D.** $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B, có một VTCP là $\overrightarrow{BA} = (1;2;3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$\overrightarrow{IB} = (1;-1;1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C)

(C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\big(I,(P)\big)$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB, ta có:

$$d\big(I,(P)\big) = IH \le IK$$

Do đó $d\big(I,(P)\big)$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t;2t;1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1;2t-1;3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK}\left(\frac{6}{7};-\frac{9}{7};\frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6;-9;4)$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0;0;1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6;-9;4)$

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

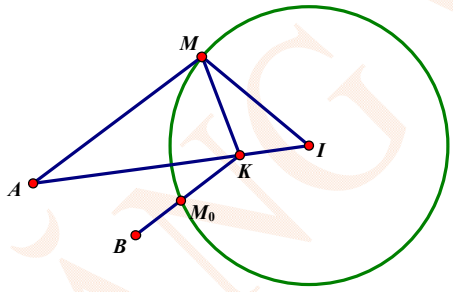
Câu 47. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 5$ và biểu thức $T = |z - 7 - 9i| + 2|z - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z = 1 + 6i$. **B.** $z = 1 + 6i$ và $z = 5 - 2i$.

C. $z = 4 + 5i$. **D.** $z = 5 - 2i$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết $|z - 1 - i| = 5$ suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1;1)$, bán kính $R = 5$.

Xét các điểm $A(7;9)$ và $B(0;8)$. Ta thấy $IA = 10 = 2.IM$.

Gọi K là điểm trên tia IA sao cho $IK = \frac{1}{4}IA \Rightarrow K = \left(\frac{5}{2};3\right)$

Do $\frac{IM}{IA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2}$, góc $\widehat{MIK}$ chung $\Rightarrow \Delta IKM \backsim \Delta IMA\ (c.g.c)$

$\Rightarrow \frac{MK}{MA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2.MK$.

Lại có: $T = |z - 7 - 9i| + 2|z - 8i| = MA + 2.MB = 2(MK + MB) \ge 2.BK = 5\sqrt{5}$

$\Rightarrow T_{\min} = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow M = BK \cap (C)$, M nằm giữa B và $K \Rightarrow 0 < x_M < \frac{5}{2}$.

Ta có: phương trình đường thẳng BK là: 2x+y-8=0

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x+y-8=0\\(x-1)^2+(y-1)^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=6\\x=5\\y=-2\end{cases}\Rightarrow M=(1;6).$

Vậy $z=1+6i$ là số phức cần tìm.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và hàm số $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số bậc bốn $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;2$ và 3 nên phương trình hàm số $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $-1;2$ và 3.

Hay

$f'(x)-g'(x)=A(x+1)(x-2)(x-3)$

$\Leftrightarrow 4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4=A(x+1)(x-2)(x-3)$

Đồng nhất thức hệ số tự do ta thấy $4=6A\Leftrightarrow A=\frac{2}{3}$

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

$S=\int_{-1}^{3}|f'(x)-g'(x)|dx=\int_{-1}^{3}\left|\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\right|dx$

$=\int_{-1}^{2}\left|\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\right|dx+\int_{2}^{3}\left|\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\right|dx$

$=\left|\int_{-1}^{2}\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)dx\right|+\left|\int_{2}^{3}\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)dx\right|$

$=\frac{15}{2}+\frac{7}{18}=\frac{71}{9}$

Câu 49. Cho các số dương x,y thỏa mãn $\log_5\left(\frac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\frac{4}{x}+\frac{9}{y}$ bằng

A. $11\sqrt{3}$. **B.** $\frac{27\sqrt{2}}{2}$. **C.** 19. **D.** $\frac{31\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $\begin{cases}\frac{x+y-1}{2x+3y}>0\\x,y>0\end{cases}\Leftrightarrow x+y>1$

Ta có:

$\log_5\left(\frac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$

$\Leftrightarrow(\log_5(x+y-1)+1)+5(x+y-1)\le\log_5(2x+3y)+2x+3y$

$\Leftrightarrow\log_5[5(x+y-1)]+5(x+y-1)\le\log_5(2x+3y)+2x+3y(*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_5(t)+t$ trên $(0\,;+\infty)$ ta có

$f'(t)=\frac{1}{t\ln 5}+1>0,\forall t\in(0\,;+\infty).$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)=\log_5(t)+t$ đồng biến trên $(0\,;+\infty)$.

$(*)\Leftrightarrow 5(x+y-1)\le 2x+3y$

$\Leftrightarrow 3x+2y\le 5$

Mặt khác, ta có:

$A=6x+2y+\frac{4}{x}+\frac{9}{y}$

$=\left(9x+\frac{4}{x}\right)+\left(4y+\frac{9}{y}\right)-(3x+2y)\ge 2.6+2.6-5=19$

$\Rightarrow$ GTNN của $A = 19$, dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = \frac{4}{x} \\ 4y = \frac{9}{y} \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} (N)$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x^2 + 2mx + 1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng $(3;5)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = 2f'(2x+1) = 2(2x+1)(2x+2)^2[(2x+1)^2 + 2m(2x+1) + 1]$

Đặt $t = 2x + 1$

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;5)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0, \forall x \in (3;5)$

$\Leftrightarrow t(t^2 + 2mt + 1) \geq 0, \forall t \in (7;11) \Leftrightarrow t^2 + 2mt + 1 \geq 0, \forall t \in (7;11) \Leftrightarrow 2m \geq \frac{-t^2-1}{t}, \forall t \in (7;11)$

Xét hàm số $h(t) = \frac{-t^2-1}{t}$ trên $[7;11]$, có $h'(t) = \frac{-t^2+1}{t^2}$

BBT:

t	$-\infty$		7		11		$+\infty$
$h'(t)$			$-$				
		$\searrow$	$-\frac{50}{7}$	$\searrow$	$-\frac{122}{11}$		

Dựa vào BBT ta có $2m \geq \frac{-t^2-1}{t}, \forall t \in (7;11) \Leftrightarrow 2m \geq \max\limits_{[7;11]} h(t) \Leftrightarrow m \geq -\frac{50}{14}$

Vì $m \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow m \in \{-3;-2;-1\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 025

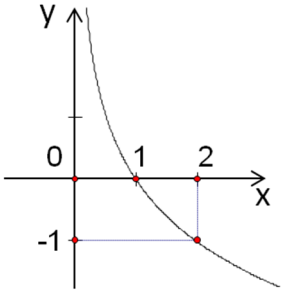
Câu 1. Cho $\log_2 6 = m$. Khi đó $\log_2 36$ tính theo m bằng
A. $2m$. **B.** $6m$. **C.** m^2. **D.** $2 + m$.

Câu 2. Cho hình lập phương có cạnh bằng a, diện tích xung quanh bằng
A. $4a^3$. **B.** $4a^2$. **C.** $6a^2$. **D.** $12a^2$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ là
A. $F(x) = \frac{1}{2}x^3 + C$. **B.** $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$.
C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$. **D.** $F(x) = 3x^2\sqrt{x} + C$.

Câu 4. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x$. **B.** $y = log_{0,5}x$. **C.** $y = -3x + 1$. **D.** $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}5)^x \geq 1$ là
A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0]$. **D.** $[2; +\infty)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?
A. $\vec{u}_4 = (1; 3; -2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; 1; -1)$.
C. $\vec{u}_1 = (1; -3; 2)$. **D.** $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$.

Câu 8. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là
A. $4, 5, 6, 7, 8$. **B.** $4, 16, 32, 64, 128$.
C. $4, 6, 9, 13, 18$. **D.** $4, 5, 7, 10, 14$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2; 1; 1)$?
A. $x - 2y + z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z + 1 = 0$.
C. $x - y - z + 3 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R.
A. $I(-1; 2; -3); R = \sqrt{14}$. **B.** $I(-1; 2; -3); R = 14$.
C. $I(1; -2; 3); R = 14$. **D.** $I(1; -2; 3); R = \sqrt{14}$.

Câu 11. Biết $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tích phân $\int_2^0 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng
A. -12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** 12.

Câu 12. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. $(-1\,;\,3)$. **B.** $(0\,;\,1)$. **C.** $(1\,;\,-1)$. **D.** $(2\,;\,3)$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_{2017}(2018x)=0$ là:

A. $x=\frac{1}{2018}$. **B.** $x=2018$. **C.** $x=2017^{2018}$. **D.** $x=1$.

Câu 14. Cho hình chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 15. Cho hàm số $y=(x-1)(x^2+3)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại một điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho 3 điểm $A(-1;2;4)$, $B(3;4;2)$, $C(1;3;3)$. Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm ΔABC.

A. $G(-1;3;2)$ **B.** $G(1;3;2)$ **C.** $G(1;3;3)$ **D.** $G(1;3;-3)$

Câu 17. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x^2-2x-1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+4$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x^2+5$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

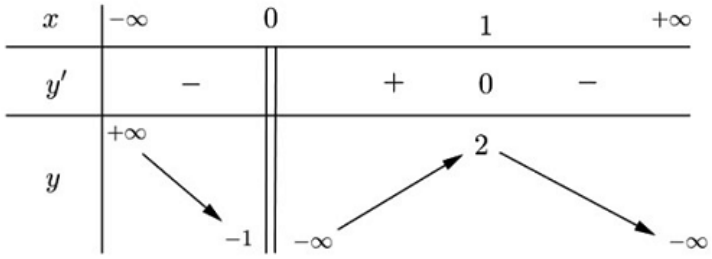
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Câu 19. Cho k,n là các số tự nhiên và $0\le k\le n$. Công thức tính C_n^k là

A. $n!$. **B.** $\frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $\frac{n!}{k!}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21. Xét $\int_0^1(x-1)e^{x^2-2x+3}dx$, nếu đặt $u=x^2-2x+3$ thì $\int_0^1(x-1)e^{x^2-2x+3}dx$ bằng

A. $\int_2^3 e^u du$. **B.** $-\frac{1}{2}\int_2^3 e^u du$. **C.** $\frac{1}{2}\int_2^3 e^u du$. **D.** $-\int_2^3 e^u du$.

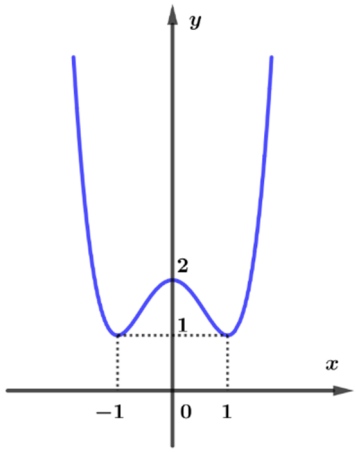
Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 4π. **C.** $\frac{32}{3}\pi$. **D.** 8π.

Câu 23. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2+2z+5=0$. **B.** $z^2-2z+5=0$. **C.** $z^2+2z+3=0$. **D.** $z^2-2z+3=0$.

Câu 24. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 25. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$.

A. $\bar{z} = -12 + 5i$. **B.** $\bar{z} = 12 - 5i$. **C.** $\bar{z} = 12 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -12 - 5i$.

Câu 26. Cho khối cầu bán kính bằng 3. Thể tích của khối cầu bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 36π. **D.** 27π.

Câu 27. Số phức $z = \sqrt{7} - 3i$ có môđun bằng bao nhiêu?

A. 16. **B.** 4. **C.** $\sqrt{7} - 3$. **D.** $\sqrt{7} + 3$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = (2x + 1)^{-\frac{1}{3}}$ trên tập xác định là

A. $-\frac{1}{3}(2x + 1)^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $2(2x + 1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x + 1)$.

C. $(2x + 1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x + 1)$. **D.** $-\frac{2}{3}(2x + 1)^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $w = z_1(z_2 + 2i)$ bằng

A. $-3i$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = (x - 1)(2 - x)(x^2 + 1)$ và trục Ox.

A. $\frac{117}{20}$. **B.** $\frac{11}{20}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{19}{20}$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$. **B.** $\int (x^2 - 1)dx = \frac{x^3}{3} - x + C$.

C. $\int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + C$. **D.** $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, DC, $A'D'$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ACC').

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 33. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) nhiều hơn số tiền gửi ban đầu là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền ban đầu người đó gửi vào ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây (giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra)?

A. 55 839 477 đồng. **B.** 145 037 058 đồng.

C. 111 321 653 đồng. **D.** 126 446 598 đồng.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S).

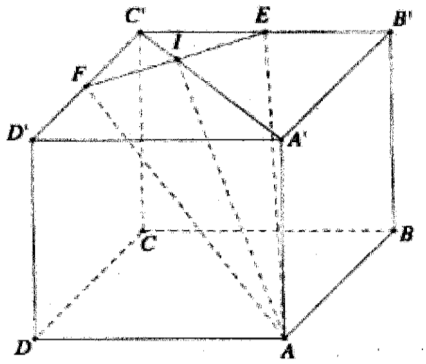
A. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 13$. **B.** $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 169$.

C. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 13$. **D.** $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 169$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(-2; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $x-y+2=0$. **B.** $-x+y+2=0$. **C.** $x-y-2=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm các cạnh $B'C',C'D'$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ bằng

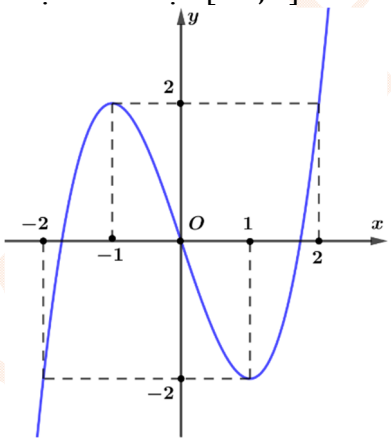


A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. **B.** $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. **C.** $\frac{4\sqrt{17}}{17}$. **D.** $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên ra 5 em học sinh từ một nhóm học sinh gồm có 5 em nam và 7 em nữ để đi trực nhật lớp. Biết trong nhóm có bạn nam tên Phúc, bạn nữ tên là Hạnh. Xác suất để chọn được 5 em sao cho hai em Hạnh và Phúc không cùng được chọn gần nhất với số nào?

A. 0,85. **B.** 0,86. **C.** 0,9. **D.** 0,8.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình bên dưới



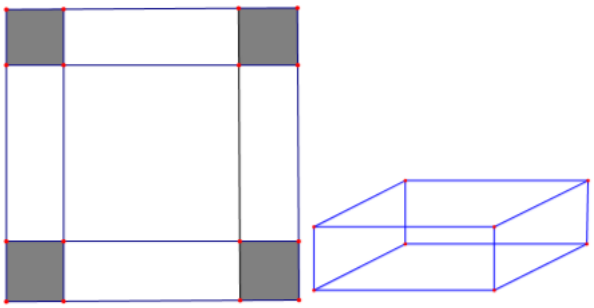
Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=0$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-1$. **C.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=2$. **D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-2$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $2.7^{x+2}+7.2^{x+2}\le 351.\sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S=[a;b]$. Giá trị $b-2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(\sqrt{7};4\sqrt{10})$. **C.** $\left(\frac{2}{9};\frac{49}{5}\right)$. **D.** $(3;\sqrt{10})$.

Câu 40. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $12(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại để được cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giải thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).



A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

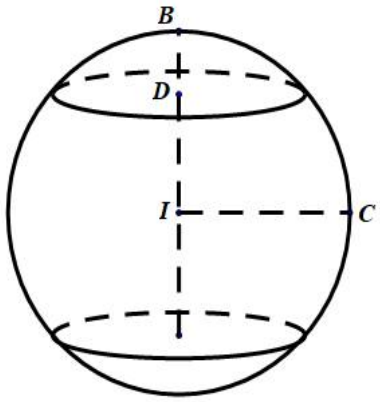
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AB = a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{mx+2020}$, với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;\ 1)$.

A. 4039. **B.** 4038. **C.** 4040. **D.** Vô số.

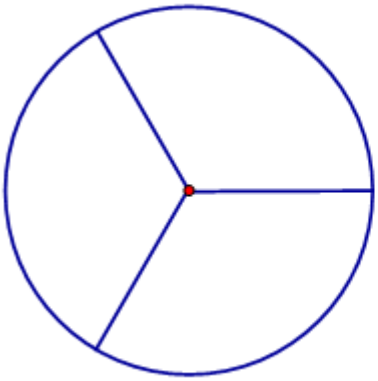
Câu 43. Một khối cầu có bán kính là 5 (dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) để làm một chiếc lu đựng nước.

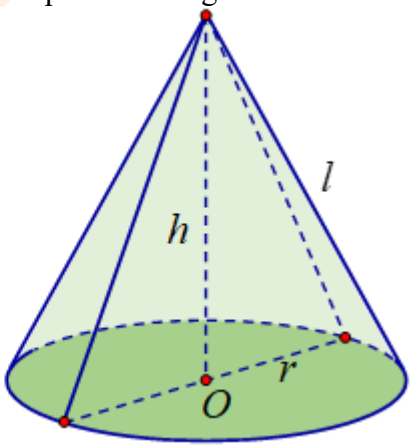


Tính thể tích nước tối đa mà chiếc lu có thể chứa được.

A. 41π (dm^3). **B.** 132π (dm^3) **C.** $\frac{43}{3}\pi$ (dm^3). **D.** $\frac{100}{3}\pi$ (dm^3).

Câu 44. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60 cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?





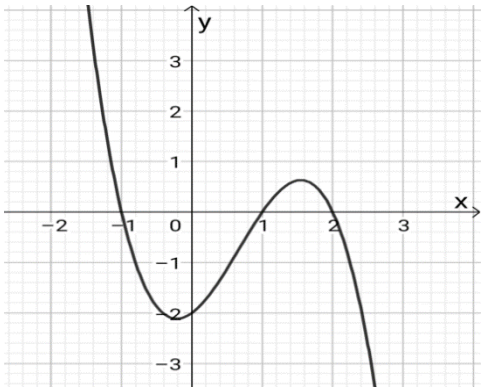
A. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **B.** $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **D.** $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |\bar{z} + 4 - i|$ và $|z - 2| = \sqrt{10}$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x)=f(\sqrt{5}mx-\sin 5x-m\sin x+3x-m^2+2m)$ (m $\in \mathbb{R}$) đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty;0]$ khi và chỉ khi $m\geq a+b\sqrt{c}$ ($a,b\in\mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Tính $a+b+c$.

A. 3 **B.** 4. **C.** 5 **D.** 6

Câu 47. Giả sử z là số phức thỏa mãn $|iz-2-i|=3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z-4-i|+|z+5+8i|$ bằng

A. $15\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{5}$. **C.** $18\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{15}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) nằm trên trục hoành. Hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $(y')^2+y''.y=-4$ và $f(0)=1;f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{\sqrt{5}}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành gần nhất với số nào dưới đây?

A. 0,97. **B.** 0,95. **C.** 0,96. **D.** 0,98.

Câu 49. Cho hai số thực dương $a>1,b>1$ và biết phương trình $a^{x^2}b^{x+4}=1$ có nghiệm thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(\frac{b}{a^3}\right)+\frac{16}{\log_a b}$ nằm trong khoảng nào?

A. $(-6;-4)$. **B.** $(-15,-13)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(13;15)$.

Câu 50. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2};\frac{7-\sqrt{3}}{2};3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2};\frac{7+\sqrt{3}}{2};3\right)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=6$. Xét mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ $(a,b,c,d\in\mathbb{Z},(a,b,c,d)=1$ và $d<-5)$, là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua A,B. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S). Tính giá trị của $T=|a+b+c+d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T=12$. **B.** $T=4$. **C.** $T=6$. **D.** $T=2$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	C	B	C	C	D	A	D	A	A	A	D	C	C	A	C	C	A	B	A	B	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	D	B	B	A	D	D	A	A	D	A	D	B	D	B	C	B	A	D	B	B	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho $\log_2 6 = m$. Khi đó $\log_2 36$ tính theo m bằng

A. $2m$. **B.** $6m$. **C.** m^2. **D.** $2 + m$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 36 = 2\log_2 6 = 2m$.

Câu 2. Cho hình lập phương có cạnh bằng a, diện tích xung quanh bằng

A. $4a^3$. **B.** $4a^2$. **C.** $6a^2$. **D.** $12a^2$.

Lời giải

Chọn C

- Diện tích một mặt của hình lập phương là a^2.
- Suy ra diện tích xung quanh hình lập phương $6a^2$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^3 + C$. **B.** $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$.

C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$. **D.** $F(x) = 3x^2\sqrt{x} + C$.

Lời giải

Chọn B

- Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$

Khi đó ta có: $\int x\sqrt{x}\,\mathrm{d}x = \int t^2.t.2t\,\mathrm{d}t = \int 2t^4\,\mathrm{d}t = \frac{2}{5}t^5 + C = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$

Vậy $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$.

Câu 4. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

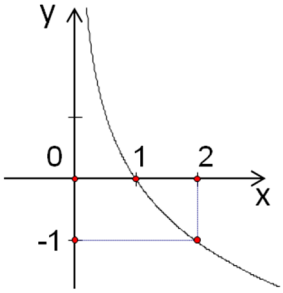
A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1 + (-2) = -1$.

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x$. **B.** $y = log_{0,5}x$. **C.** $y = -3x + 1$. **D.** $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị là đường cong nên loại các phương án $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$, $y = -3x + 1$.

Do đồ thị đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến ta chọn phương án $y = log_{0,5}x$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $(0,5)^x \geq 1$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; +\infty)$.

C. $(-\infty;0]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(0,5)^x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq \log_{0,5}1 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;0]$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_4 = (1;3;-2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2;1;-1)$.

C. $\vec{u}_1 = (1;-3;2)$. **D.** $\vec{u}_3 = (-1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (1;-3;2)$.

Câu 8. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

A. $4,5,6,7,8$. **B.** $4,16,32,64,128$.

C. $4,6,9,13,18$. **D.** $4,5,7,10,14$.

Lời giải

Chọn D

Ta có.

$$u_2 = u_1 + 1 = 5; u_3 = u_2 + 2 = 7; u_4 = u_3 + 3 = 10; u_5 = u_4 + 4 = 14.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2;1;1)$?

A. $x - 2y + z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z + 1 = 0$.

C. $x - y - z + 3 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R.

A. $I(-1;2;-3); R = \sqrt{14}$. **B.** $I(-1;2;-3); R = 14$.

C. $I(1;-2;3); R = 14$. **D.** $I(1;-2;3); R = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu đã cho tương đương với phương trình sau:

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Vậy mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{14}$.

Câu 11. Biết $\int_0^2 f(x)\,dx = 4$. Tích phân $\int_2^0 3f(x)\,dx$ bằng

A. -12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_2^0 3f(x)\,dx = -3\int_0^2 f(x)\,dx = -3.4 = -12$.

Câu 12. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. $(-1\,;\,3)$. **B.** $(0\,;\,1)$. **C.** $(1\,;\,-1)$. **D.** $(2\,;\,3)$.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 1$$
$$y' = 3x^2 - 3$$
$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = 3 \end{bmatrix}$$
$$y'' = 6x \Rightarrow y''(-1) = -6 < 0$$

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1\,;\,3)$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_{2017}(2018x) = 0$ là:

A. $x = \frac{1}{2018}$. **B.** $x = 2018$. **C.** $x = 2017^{2018}$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{2017}(2018x) = 0 \Leftrightarrow 2018x = 2017^0 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2018}$.

Câu 14. Cho hình chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{4}{3}Bh$. **C.** $V = 3Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h được tính theo công thức: $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 15. Cho hàm số $y = (x-1)(x^2+3)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại một điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy phương trình $(x-1)(x^2+3) = 0$ có 1 nghiệm $x = 1 \Rightarrow (C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho 3 điểm $A(-1;2;4)$, $B(3;4;2)$, $C(1;3;3)$. Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm ΔABC.

A. $G(-1;3;2)$ **B.** $G(1;3;2)$ **C.** $G(1;3;3)$ **D.** $G(1;3;-3)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $G(x_G;y_G;z_G)$ là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3} = \frac{-1+3+1}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} = \frac{2+4+3}{3} = 3 \\ z_G = \frac{z_A+z_B+z_C}{3} = \frac{4+2+3}{3} = 3 \end{cases}$

Vậy $G(1;3;3)$

Câu 17. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + x^2 - 2x - 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta loại ngay được hai hàm số ở các phương án A và **B**

Với hàm số ở **D** Ta có $y' = -3x^2 - 6x$, $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = 0$ và $x = -2$ nên không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$. Vậy đáp án là C

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

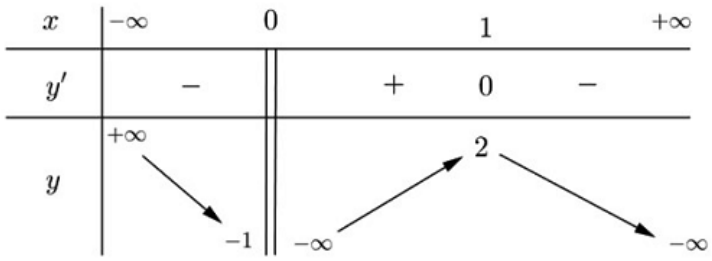
Câu 19. Cho k, n là các số tự nhiên và $0 \le k \le n$. Công thức tính C_n^k là

A. $n!$. **B.** $\frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $\frac{n!}{k!}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=-1$; $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 21. Xét $\int_0^1(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2-2x+3$ thì $\int_0^1(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int_2^3\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $-\frac{1}{2}\int_2^3\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int_2^3\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $-\int_2^3\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x^2-2x+3\Rightarrow\mathrm{d}u=2(x-1)\mathrm{d}x\Rightarrow(x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}u$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=3; x=1\Rightarrow u=2$.

Ta có $\int_0^1(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x=\int_3^2\mathrm{e}^u\frac{1}{2}\mathrm{d}u=-\frac{1}{2}\int_2^3\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 4π. **C.** $\frac{32}{3}\pi$. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}S_d.h=\frac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 23. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2+2z+5=0$. **B.** $z^2-2z+5=0$. **C.** $z^2+2z+3=0$. **D.** $z^2-2z+3=0$.

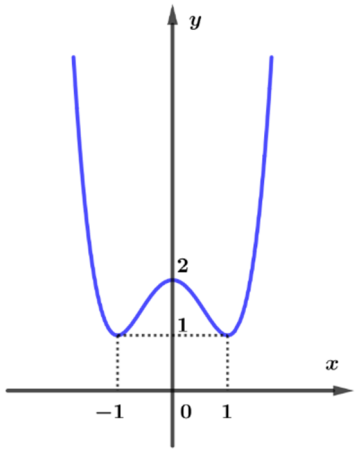
Lời giải

Chọn B

Vì $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ nên $1-2i$ cũng là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$.

Ta có $\begin{cases}(1+2i)(1-2i)=5\\1+2i+1-2i=2\end{cases}$ suy ra $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $z^2-2z+5=0$.

Câu 24. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên loại#A

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1\,;\,1)$ nên loại Chọn B và**D**

Chọn B thỏa mãn vì $1 = 1^4 - 2.1^2 + 2$.

Câu 25. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$.

A. $\bar{z} = -12 + 5i$. **B.** $\bar{z} = 12 - 5i$. **C.** $\bar{z} = 12 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -12 - 5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (2 - 3i)(3 + 2i) = 12 - 5i$, suy ra $\bar{z} = 12 + 5i$.

Câu 26. Cho khối cầu bán kính bằng 3. Thể tích của khối cầu bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 36π. **D.** 27π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.3^3 = 36\pi$.

Câu 27. Số phức $z = \sqrt{7} - 3i$ có môđun bằng bao nhiêu?

A. 16. **B.** 4. **C.** $\sqrt{7} - 3$. **D.** $\sqrt{7} + 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy số phức đã cho có phần thực $a = \sqrt{7}$ và phần ảo $b = -3$.

Vậy $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7 + 9} = 4$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = (2x + 1)^{-\frac{1}{3}}$ trên tập xác định là

A. $-\frac{1}{3}(2x + 1)^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $2(2x + 1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x + 1)$.

C. $(2x + 1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x + 1)$. **D.** $-\frac{2}{3}(2x + 1)^{-\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = \left[(2x + 1)^{-\frac{1}{3}}\right]' = \frac{-1}{3}(2x + 1)'(2x + 1)^{-\frac{1}{3}-1} = \frac{-2}{3}(2x + 1)^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $w = z_1(z_2 + 2i)$ bằng

A. $-3i$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = z_1(z_2 + 2i) = (1 - 2i)(3 + i + 2i) = 9 - 3i$.

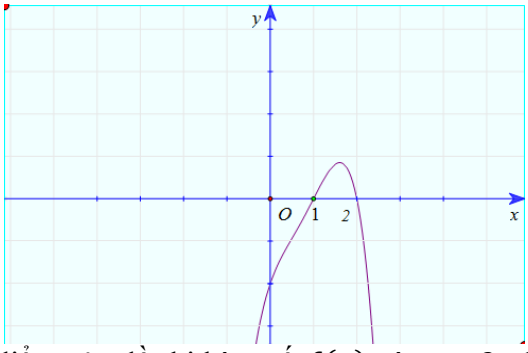
Vậy phần ảo của số phức w là -3.

Câu 30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = (x - 1)(2 - x)(x^2 + 1)$ và trục Ox.

A. $\frac{117}{20}$. **B.** $\frac{11}{20}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{19}{20}$.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox là $(x-1)(2-x)(x^2+1)=0$.

Phương trình nêu trên có tập nghiệm là $\{1;2\}$ và $f(x)\geq 0, \forall x\in[1;2]$.

Do đó, diện tích mà ta cần tính là

$S=\int_1^2|(x-1)(2-x)(x^2+1)|\,dx=\int_1^2[(x-1)(2-x)(x^2+1)]\,dx=\frac{11}{20}$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int \ln x dx=\frac{1}{x}+C$. **B.** $\int(x^2-1)dx=\frac{x^3}{3}-x+C$.

C. $\int\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$. **D.** $\int e^x dx=e^x+C$.

Lời giải

Chọn A

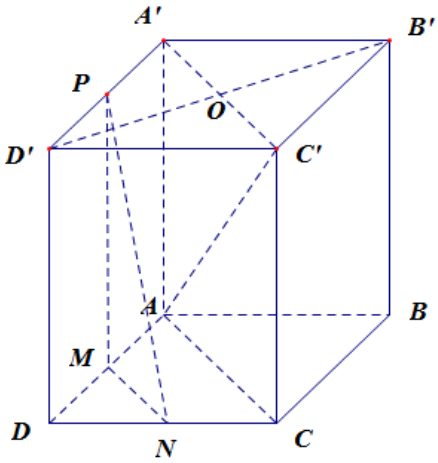
Chọn A sai vì $(\ln x)'=\frac{1}{x}$, còn $\int \ln x dx=x\ln x-\int x d\ln x=x\ln x-\int dx=x\ln x-x+C$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, DC, $A'D'$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ACC').

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(MNP)||(ACC')\Rightarrow d\big((MNP);(ACC')\big)=d\big(P;(ACC')\big)=\frac{1}{2}OD'=\frac{1}{4}B'D'=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 33. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) nhiều hơn số tiền gửi ban đầu là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền ban đầu người đó gửi vào ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây (giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra)?

A. 55 839 477 đồng. **B.** 145 037 058 đồng.

C. 111 321 653 đồng. **D.** 126 446 598 đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi vào ngân hàng là x (đồng).

Số tiền người đó thu được sau 10 năm là $x(1+6\%)^{10} = x.1{,}06^{10}$ (đồng).

Ta có: $x.1{,}06^{10} - x = 10^8 \Rightarrow x = \frac{10^8}{1{,}06^{10}-1} = 126\,446\,597$ (đồng).

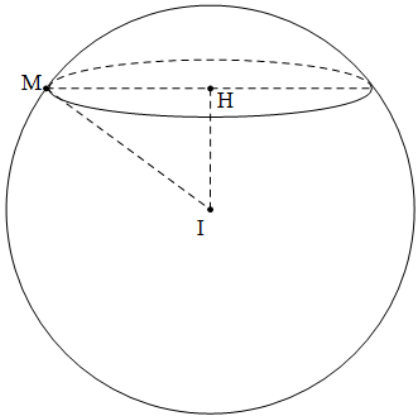
Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 13$. **B.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 169$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 13$. **D.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 169$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có tâm H, bán kính HM.

$IH = d\big(I,(P)\big) = \frac{|2+1+2+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 2$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $r = IM = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 13$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;\ 0;\ 1)$, $B(-2;\ 1;\ 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $x - y + 2 = 0$. **B.** $-x + y + 2 = 0$. **C.** $x - y - 2 = 0$. **D.** $x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

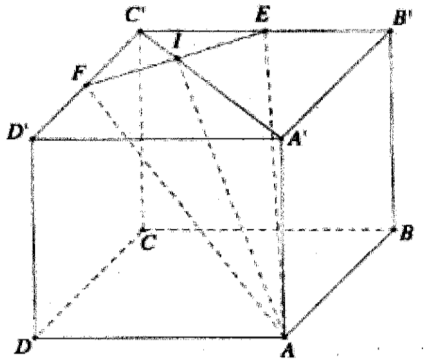
Gọi $I\left(-\frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ 1\right)$ là trung điểm của AB.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;\ 1;\ 0)$.

Ta thấy mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I\left(-\frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ 1\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-1;\ 1;\ 0)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Nên phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x - y + 2 = 0$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $B'C', C'D'$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. **B.** $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. **C.** $\frac{4\sqrt{17}}{17}$. **D.** $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\{I\} = EF \cap A'C' \Rightarrow \begin{cases} AI \perp EF \\ A'I \perp EF \end{cases} \Rightarrow \widehat{AIA'} = \big((AEF);(A'B'C'D')\big) = \big((AEF),(ABCD)\big)$.

Ta có: $A'I = \frac{3}{4}A'C' = \frac{3\sqrt{2}a}{4}$, $AA' = a$, suy ra:

$\tan\widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{4}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\widehat{AIA'} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên ra 5 em học sinh từ một nhóm học sinh gồm có 5 em nam và 7 em nữ để đi trực nhật lớp. Biết trong nhóm có bạn nam tên Phúc, bạn nữ tên là Hạnh. Xác suất để chọn được 5 em sao cho hai em Hạnh và Phúc không cùng được chọn gần nhất với số nào?

A. 0,85. **B.** 0,86. **C.** 0,9. **D.** 0,8.

Lời giải

Chọn A

Xét phép thử: "Chọn ngẫu nhiên 5 em học sinh từ 12 em".

Khi đó không gian mẫu của phép thử là Ω có số phần tử là $n(\Omega) = C_{12}^5$.

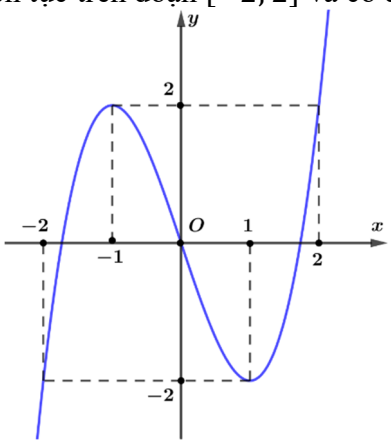
Gọi A là biến cố: " 5 em được chọn sao cho Hạnh và Phúc không cùng được chọn".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " 5 em được chọn có cả Hạnh và Phúc".

Ta có: $n(\overline{A}) = C_{10}^3$ và $P(\overline{A}) = \frac{C_{10}^3}{C_{12}^5}$.

Khi đó xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_{10}^3}{C_{12}^5} \approx 0{,}8484$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình bên dưới



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-2\,;\,2]} f(x) = 0$. **B.** $\min\limits_{[-2\,;\,2]} f(x) = -1$. **C.** $\min\limits_{[-2\,;\,2]} f(x) = 2$. **D.** $\min\limits_{[-2\,;\,2]} f(x) = -2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra $\min\limits_{[-2\,;\,2]} f(x) = f(-2) = f(1) = -2$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $2.7^{x+2}+7.2^{x+2}\le 351.\sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S=[a;b]$. Giá trị $b-2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $\left(\sqrt{7};4\sqrt{10}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{9};\frac{49}{5}\right)$. **D.** $\left(3;\sqrt{10}\right)$.

Lời giải

Chọn B

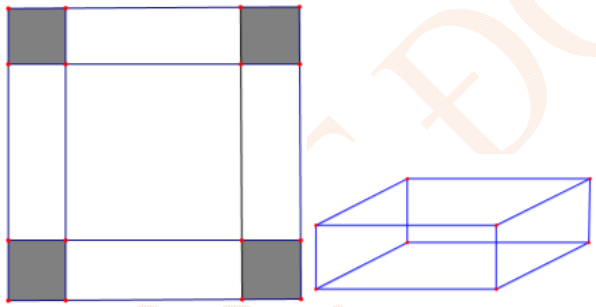
$2.7^{x+2}+7.2^{x+2}\le 351.\sqrt{14^x}\Leftrightarrow 49.7^x+28.2^x\le 351.\sqrt{14^x}\Leftrightarrow 49.\sqrt{\frac{7^{2x}}{14^x}}+28.\sqrt{\frac{2^{2x}}{14^x}}\le 351$

$\Leftrightarrow 49.\sqrt{\frac{7^x}{2^x}}+28.\sqrt{\frac{2^x}{7^x}}\le 351$. Đặt $t=\sqrt{\frac{7^x}{2^x}}, t>0$ thì bpt trở thành $49t+\frac{28}{t}\le 351$

$\Leftrightarrow \frac{4}{49}\le t\le \frac{7}{2}\Rightarrow \frac{4}{49}\le \sqrt{\frac{7^x}{2^x}}\le \frac{7}{2}\Leftrightarrow -4\le x\le 2$, khi đó $S=[-4;2]$.

Giá trị $b-2a=10\in\left(\sqrt{7};4\sqrt{10}\right)$.

Câu 40. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $12(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại để được cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giải thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).



A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hộp có đáy là hình vuông cạnh $12-2x$, đường cao $x(0<x<6)$.

Ta có: $V=S_d\,.\,h=(12-2x)^2\,.\,x=4x^3-48x^2+144x$

Xét $V=f(x)=4x^3-48x^2+144x$

$$f'(x)=12x^2-96x+144=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(6)=0\\f(2)=128\\f(0)=0\end{array}\right.$$

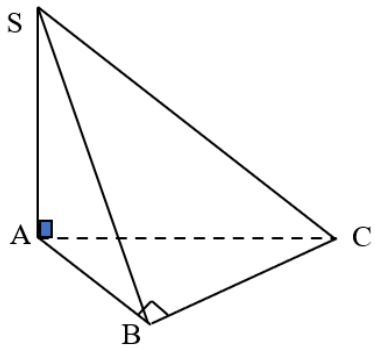
Vậy với $x=2$ hộp có thể tích lớn nhất.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AB=a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{2}a^2$.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

$SC \cap (ABC) = \{C\}$, $SA \perp (ABC)$ tại A

Suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60°$

$\tan 60° = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan 60° = a\sqrt{2}.\tan 60° = a\sqrt{6}$.

Khi đó: $V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{mx+2020}$, với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;\ 1)$.

A. 4039. **B.** 4038. **C.** 4040. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \frac{2020-m}{(mx+2020)^2}$.

? TH1: Nếu $m = 0$ thì $f'(x) = \frac{1}{2020} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;\ 1)$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

? TH2: Nếu $m \neq 0$.

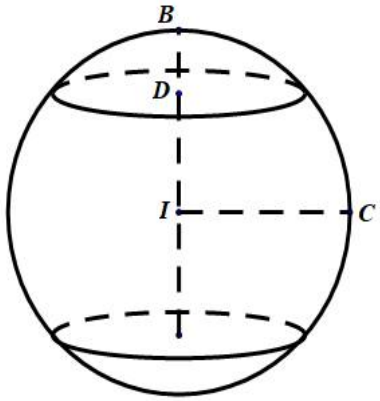
Để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;\ 1) \Leftrightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (0;\ 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2020 - m > 0 \\ mx + 2020 \neq 0 \end{cases}, \forall x \in (0;\ 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2020 \\ x \neq -\frac{2020}{m} \end{cases}, \forall x \in (0;\ 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2020 \\ -\frac{2020}{m} \notin (0;\ 1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 2020 \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{2020}{m} \leq 0 \\ -\frac{2020}{m} \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2020 \leq m < 0 \\ 0 < m < 2020 \end{array}\right.$

Kết hợp trường hợp $m = 0$ ta có $m \in [-2020;\ 2020)$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 4040 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Một khối cầu có bán kính là 5 (dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) để làm một chiếc lu đựng nước.



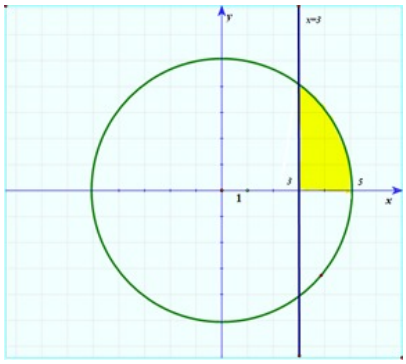
Tính thể tích nước tối đa mà chiếc lu có thể chứa được.

A. 41π (dm^3). **B.** 132π (dm^3) **C.** $\frac{43}{3}\pi$ (dm^3). **D.** $\frac{100}{3}\pi$ (dm^3).

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Sử dụng ứng dụng của tích phân



Xét đường tròn có tâm $O(0;0)$, bán kính $R=5$. Khi đó phương trình của đường tròn là: $x^2+y^2=25 \Rightarrow y^2=25-x^2$ (C).

Thể tích lu nước cần tính chính là thể tích của khối tròn xoay khi quay đường tròn (C) quanh trục Ox và bỏ đi phần chỏm cầu giới hạn bởi 2 mặt phẳng song song và vuông góc với trục Ox và cách O một khoảng là 3.

Thể tích của lu nước là: $V=\pi\int_{-3}^{3}(25-x^2)dx=132\,\pi$ (dm^3).

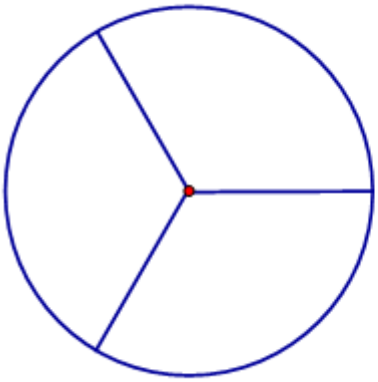
Cách 2: Sử dụng các công thức thể tích thông thường

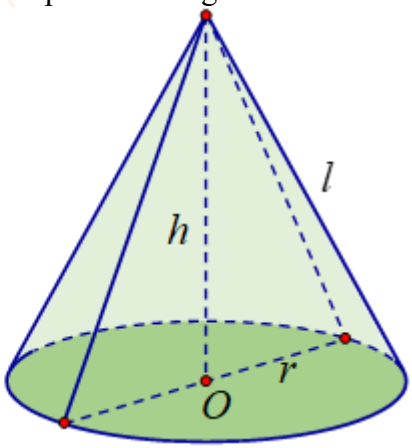
Gọi V_1 là thể tích khối cầu $\Rightarrow V_1=\frac{4}{3}\pi.5^3=\frac{500}{3}\pi$ (dm^3).

Gọi V_2 là tổng thể tích 2 chỏm cầu bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) $\Rightarrow V_2=2\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=2\pi.2^2.\left(5-\frac{2}{3}\right)=\frac{104}{3}\pi$ (dm^3).

Khi đó thể tích V của lu nước cần tính là: $V=V_1-2V_2=132\pi$ (dm^3).

Câu 44. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60 cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?





A. $V=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **B.** $V=\frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V=\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **D.** $V=\frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít.

Lời giải

Chọn A

Đổi 60 cm = 6 dm.

Đường sinh của hình nón tạo thành là $l=6$ dm.

Chu vi đường tròn ban đầu là $C=2\pi R=16\pi$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón tạo thành.

Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành là $2\pi.r=\frac{2\pi.6}{3}=4\pi$ dm $\Rightarrow r=\frac{4\pi}{2\pi}=2$ dm.

Đường cao của khối nón tạo thành là $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$.

Thể tích của mỗi cái phễu là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.4\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ $\text{dm}^3=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|\bar{z}+4-i|$ và $|z-2|=\sqrt{10}$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = a - bi.$

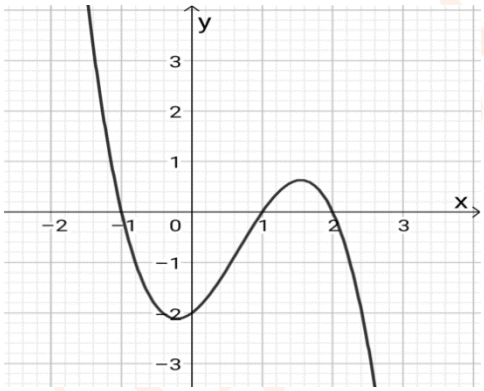
Theo giả thiết, ta có hệ: $\begin{cases} |z - 1 + 2i| = |\overline{z} + 4 - i| \\ |z - 2| = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a + bi - 1 + 2i| = |a - bi + 4 - i| \\ |a + bi - 2| = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} (a-1)^2 + (b+2)^2 = (a+4)^2 + [-(b+1)]^2 \\ (a-2)^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10a + 2b = 12 \\ (a-2)^2 + b^2 = 10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 + 5a \\ (a-2)^2 + (6+5a)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 + 5a \\ 26a^2 + 56a + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 + 5a \\ \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = -\frac{15}{13} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -\frac{15}{13} \\ b = \frac{3}{13} \end{cases} \end{array}\right.$

Vậy có 2 số phức z thỏa đề: $z = -1 + i$ và $z = -\frac{15}{13} + \frac{3}{13}i.$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(\sqrt{5}mx - \sin 5x - m\sin x + 3x - m^2 + 2m)$ (m $\in \mathbb{R}$) đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty; 0]$ khi và chỉ khi $m \geq a + b\sqrt{c}$ $(a, b \in \mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Tính $a + b + c$.

A. 3 **B.** 4. **C.** 5 **D.** 6

Lời giải:

Chọn B

Đặt $u(x) = \sqrt{5}mx - \sin 5x - m\sin x + 3x - m^2 + 2m \ (x \leq 0); u'(x) = \sqrt{5}m - 5\cos 5x - m\cos x + 3$

$u'(x) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-3 + 5\cos 5x}{\sqrt{5} - \cos x}$. Đặt $h(x) = \frac{-3 + 5\cos 5x}{\sqrt{5} - \cos x}$

Do $\begin{cases} -8 \leq -3 + 5\cos 5x \leq 2 \\ \sqrt{5} - 1 \leq \sqrt{5} - \cos x \leq \sqrt{5} + 1 \end{cases} \forall x \leq 0 \Rightarrow \frac{-8}{\sqrt{5}-1} < h(x) \leq \frac{2}{\sqrt{5}-1} \ \forall x \leq 0$ (do biểu thức $h(x)$ không có GTNN trên nửa khoảng $(-\infty; 0]$).

Ta có hàm số $g(x)$ liên tục trên nửa khoảng $(-\infty; 0]$ Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty; 0] \Leftrightarrow g'(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow u'(x).f'[u(x)] \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; 0)$

Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$.

Ta có: $u'(x) \geq 0 \ \forall x < 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-3 + 5\cos 5x}{\sqrt{5} - \cos x} \ \forall x < 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{\sqrt{5}-1}$;

$$u'(x) \leq 0 \ \forall x < 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{-3 + 5\cos 5x}{\sqrt{5} - \cos x} \ \forall x < 0 \Leftrightarrow m < \frac{-8}{\sqrt{5} - 1}$$

Nhận xét:

Với $\left[\begin{array}{l} m \geq \frac{2}{\sqrt{5}-1} \\ m < \frac{-8}{\sqrt{5}-1} \end{array}\right.$ thì $\lim\limits_{x \to -\infty} u(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$) nên dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có:

Yêu cầu bài ra $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}u(x)\geq 2\\ u'(x)\leq 0\end{cases}\ \forall x<0\ (\text{I})\\ \begin{cases}u(x)\leq -1\\ u'(x)\geq 0\end{cases}\ \forall x<0\ (\text{II})\end{array}\right.$; $u'(x)=0$ xảy ra tại rời rạc điểm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

Xét(I): Ta có $u(x)=\sqrt{5}mx-\sin 5x-m\sin x+3x-m^2+2m$ liên tục trên nửa khoảng $(-\infty;0]$ và $u(0)=-m^2+2m\leq 1\ \forall m\in\mathbb{R}$ nên (I) không xảy ra.

Xét(II): (II) $\Leftrightarrow \begin{cases}u(0)\leq -1\\ m\geq \frac{2}{\sqrt{5}-1}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2m-1\geq 0\\ m\geq \frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 1+\sqrt{2}.$

Vậy $a=1;b=1;c=2$ suy ra chọn C

Lưu ý: Bài toán cũng có thể giải theo điều kiện cần và đủ theo gợi ý sau:

Điều kiện cần:

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty;0]\Rightarrow g'(0)\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}u'(0)\geq 0\\ f'[u(0)]\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}u'(0)\leq 0\\ f'[u(0)]\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l}m\geq 1+\sqrt{2}\\ m=1\end{array}\right.$

Điều kiện đủ: Thử lại loại $m=1$

Câu 47. Giả sử z là số phức thỏa mãn $|iz-2-i|=3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z-4-i|+|z+5+8i|$ bằng

A. $15\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{5}$. **C.** $18\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|iz-2-i|=3\Leftrightarrow |i|.\left|z-\frac{2+i}{i}\right|=3\Leftrightarrow |z-1+2i|=3(1)$

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Từ (1), ta có $(a-1)^2+(b+2)^2=9\Rightarrow \begin{cases}a=1+3\sin t\\ b=-2+3\cos t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Suy ra $z=(1+3\sin t)+(-2+3\cos t)i$.

Đặt $P=2|z-4-i|+|z+5+8i|$. Khi đó:

$P=2\sqrt{(-3+3\sin t)^2+(-3+3\cos t)^2}+\sqrt{(6+3\sin t)^2+(6+3\cos t)^2}$

$=6\sqrt{3-2\sin t-2\cos t}+3\sqrt{9+4\sin t+4\cos t}=6\sqrt{3-2\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}$

Đặt $u=\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right),u\in[-1;1]$.

Xét hàm số $f(u)=6\sqrt{3-2\sqrt{2}u}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}u}$ trên đoạn $[-1;1]$

$f'(u)=\frac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}u}}+\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{9+4\sqrt{2}u}}$. Cho $f'(u)=0\Rightarrow u=\frac{-1}{\sqrt{2}}\in[-1;1]$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(u)$:

u	-1		$\frac{-1}{\sqrt{2}}$		1
f '(u)		+	0	—	
f (u)	$12\sqrt{2}+3$	↗	$9\sqrt{5}$	↘	$12\sqrt{2}-3$

Do vậy giá trị lớn nhất của P là $9\sqrt{5}$. Dấu bằng xảy ra khi $u=\frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ t=-\pi+k2\pi \end{bmatrix}(k\in\mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{bmatrix} z=-2-2i \\ z=1-5i \end{bmatrix}$

Cách khác: Sử dụng Bất đẳng thức Bunhia đánh giá

$P=6\sqrt{3-2\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}$

$=3\sqrt{2}\sqrt{6-4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}+3\sqrt{9+4\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)} \le \sqrt{(18+9)(6+9)}=9\sqrt{5}.$

Cách 2 (thông dụng hơn):

Ta có: $|iz-2-i|=3 \Leftrightarrow |i|.\left|z-\frac{2+i}{i}\right|=3 \Leftrightarrow |z-1+2i|=3(1)$

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Từ (1), ta có $(a-1)^2+(b+2)^2=9 \Leftrightarrow a^2+b^2=2a-4b+4$.

Khi đó: $P=2\sqrt{(a-4)^2+(b-1)^2}+\sqrt{(a+5)^2+(b+8)^2}$

$=2\sqrt{a^2+b^2-8a-2b+17}+\sqrt{a^2+b^2+10a+16b+89}=2\sqrt{-6a-6b+21}+$

$\sqrt{2}.\sqrt{6a+6b+\frac{91}{2}}$

$\le \sqrt{(4+2)\left(21+\frac{93}{2}\right)}=\sqrt{405}=9\sqrt{5}$

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) nằm trên trục hoành. Hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $(y')^2+y''.y=-4$ và $f(0)=1; f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{\sqrt{5}}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành gần nhất với số nào dưới đây?

A. 0,97. **B.** 0,95. **C.** 0,96. **D.** 0,98.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(y')^2+y''.y=-4 \Leftrightarrow (y'y)'=-4 \Leftrightarrow y'y=-4x+C \Leftrightarrow 2y'y=-8x+2C.$

$\Leftrightarrow (y^2)'=-8x+2C \Leftrightarrow y^2=-4x^2+2Cx+C_1.$

Do $f(0)=1 \Rightarrow 1^2=-4.0^2+2C.0+C_1 \Rightarrow C_1=1.$

Và $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=-4.\left(\frac{1}{4}\right)^2+2C.\left(\frac{1}{4}\right)+1 \Rightarrow C=1.$

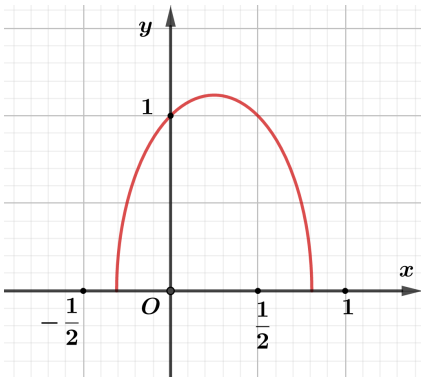
Suy ra $y^2=-4x^2+2x+1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} y=\sqrt{-4x^2+2x+1} \\ y=-\sqrt{-4x^2+2x+1} \end{bmatrix}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{4}\le x\le\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right).$

Nhận xét: Đồ thị hàm số trong cả hai trường hợp trên đối xứng nhau qua trục Ox nên diện tích cần tính trong hai trường hợp là bằng nhau.

Xét trường hợp (C): $y=\sqrt{-4x^2+2x+1}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{4}\le x\le\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right).$

(C) cắt Ox tại hai điểm $A\left(\frac{1-\sqrt{5}}{4};0\right)$ và $B\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4};0\right)$ nên diện tích cần tính là:

$S=\int_{\frac{1-\sqrt{5}}{4}}^{\frac{1+\sqrt{5}}{4}}\sqrt{-4x^2+2x+1}dx \approx 0{,}9817477043.$



Cách 2.

Ta có $\left(f'(x)\right)^2 + f''(x)(x)$

$$\Leftrightarrow \left(f(x)f'(x)\right)' = -4$$
$$\Leftrightarrow f(x)f'(x) = -4x + A$$
$$\Leftrightarrow \int f(x)f'(x)\,dx = -2x^2 + Ax + B$$
$$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = -2x^2 + Ax + B$$
$$f(0) = 1; f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ \frac{A}{4} + B = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = \frac{1}{2} \\ A = 1 \end{cases}$$

$f^2(x) = -4x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{-4x^2 + 2x + 1}$

Phương trình hoành độ giao điểm $y = f(x)$ với Ox là

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{-4x^2 + 2x + 1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$

$\Rightarrow S = \int_{\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{5}}{4}}^{\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{5}}{4}} \sqrt{-4x^2 + 2x + 1} = \frac{5\pi}{16} \approx 0.98175.$

Câu 49. Cho hai số thực dương $a > 1, b > 1$ và biết phương trình $a^{x^2} b^{x+4} = 1$ có nghiệm thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a\left(\frac{b}{a^3}\right) + \frac{16}{\log_a b}$ nằm trong khoảng nào?

A. $(-6; -4)$. **B.** $(-15, -13)$. **C.** $(4; 6)$. **D.** $(13; 15)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b > 0$.

Xét: $a^{x^2} b^{x+4} = 1 \Leftrightarrow \log_a\left(a^{x^2} b^{x+4}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x\log_a b + 4\log_a b = 0.$

Ta có $a^{x^2} b^{x+4} = 1$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow \log_a^2 b - 16\log_a b \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_a b \leq 0\ (l) \\ \log_a b \geq 16\ (n) \end{array}\right.$.

Ta có: $P = \log_a\left(\frac{b}{a^3}\right) + \frac{16}{\log_a b} = -3 + \log_a b + \frac{16}{\log_a b} = -3 + \frac{15}{16}\log_a b + \left(\frac{\log_a b}{16} + \frac{16}{\log_a b}\right).$

Áp dụng Cauchy cho hai số dương $\frac{\log_a b}{16}$ và $\frac{16}{\log_a b}$.

Ta có: $\frac{\log_a b}{16} + \frac{16}{\log_a b} \geq 2$

Vậy $P \geq -3 + \frac{15}{16}.16 + 2 \Leftrightarrow P \geq 14.$

Câu 50. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}, (a, b, c, d) = 1$ và $d < -5)$, là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua A, B. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S). Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T=12$. **B.** $T=4$. **C.** $T=6$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.

Trung điểm M của AB có tọa độ $M\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2};3\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{3};\sqrt{3};0\right)$ suy ra vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua A,B là $\vec{u}=(1;-1;0)$, do đó Δ có phương trình

$$\begin{cases}x=\frac{5}{2}+t\\ y=\frac{7}{2}-t\\ z=3\end{cases}$$

Dễ thấy Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $x+y-6=0$ và $z-3=0$.

Suy ra mặt phẳng (P) có dạng $\alpha(x+y-6)+\beta(z-3)=0,\alpha^2+\beta^2\neq 0$.

Gọi γ là góc tại đỉnh của hình nón (N), suy ra diện tích của thiết diện qua trục của hình nón là $S=\frac{1}{2}R^2\sin\gamma\leq\frac{1}{2}R^2$.

Do đó $S_{\max}=\frac{1}{2}R^2$ dấu "=" xảy ra khi góc tại đỉnh của hình nón vuông, khi đó

$\mathrm{d}\left(I,(P)\right)=\frac{R}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|-3\alpha|}{\sqrt{2\alpha^2+\beta^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\alpha=\pm\beta$.

Với $\alpha=\beta\Rightarrow(P):x+y+z-9=0$.

Với $\alpha=-\beta\Rightarrow(P):x+y-z-3=0$ (loại).

Vậy $T=|1+1+1-9|=6$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 026

Câu 1. Hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 2. Ký hiệu z,w là hai nghiệm phức của phương trình $2x^2-4x+9=0$. Giá trị của $P=\frac{1}{z}+\frac{1}{w}$ là
A. $-\frac{4}{9}$. **B.** $-\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 3. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:
A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 4. Đặt $a=\log_3 2$, khi đó $\log_{16}27$ bằng
A. $\frac{4}{3a}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3}{4a}$.

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{5}{8}\right)^{2x^2-3x}\geq\frac{8}{5}$ là
A. $x\geq\frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x\leq\frac{1}{2}\\x\geq 1\end{array}\right.$. **C.** $\frac{1}{2}\leq x\leq 1$. **D.** $x\leq 1$.

Câu 6. Tích phân $\int_0^{2019}e^x dx$ có giá trị bằng:
A. $e^{2019}-1$. **B.** e^{2019}. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 7. Tìm phần ảo của số phức z, biết $(2-i)z=1+3i$.
A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{-1}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{7}{5}i$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=4$ là
A. $I(1\,;\,0\,;\,-1), R=4$. **B.** $I(-1\,;\,0\,;\,1), R=4$.
C. $I(1\,;\,0\,;\,-1), R=2$. **D.** $I(-1\,;\,0\,;\,1), R=2$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1-n}{2^{n+1}}$. Khi đó u_7 bằng:
A. $u_7=\frac{-7}{2^7}$. **B.** $u_7=\frac{-6}{2^6}$. **C.** $u_7=\frac{-6}{2^7}$. **D.** $u_7=\frac{-6}{2^8}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là
A. $\vec{u}=(-2\,;\,2\,;\,3)$. **B.** $\vec{u}=(2\,;\,1\,;\,4)$. **C.** $\vec{u}=(-2\,;\,-1\,;\,-4)$. **D.** $\vec{u}=(2\,;\,2\,;\,3)$.

Câu 11. Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng
A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Kết luận nào sau đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+3y-z-3=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?
A. $(1;1;1)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;0)$.

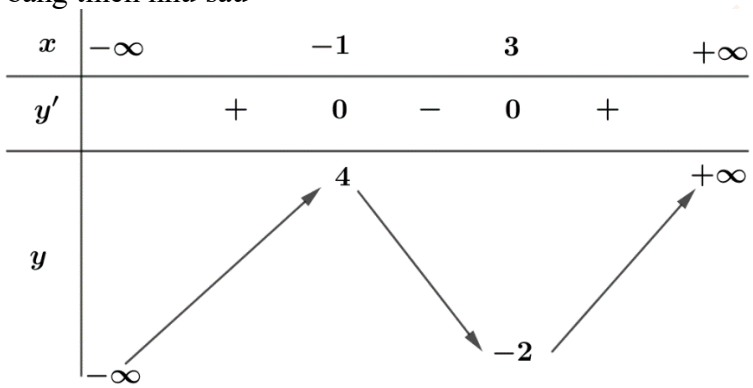
Câu 14. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó hàm số đã cho
A. đồng biến trên $(-\infty\,;\,0)$ và nghịch biến trên $(0\,;\,-\infty)$.

B. đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. là hàm hằng trên $\mathbb{R}$.

Câu 15. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K, $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?
A. $\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \cdot \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
A. 36. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

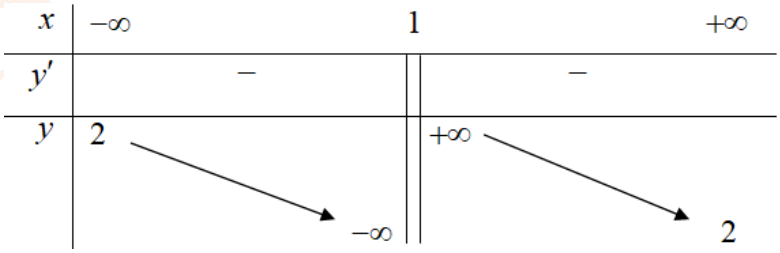
Câu 18. Tích phân $\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng
A. $2(\mathrm{e}^2 - 1)$. **B.** $\mathrm{e}^2 - 1$. **C.** $\frac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **D.** $\frac{\mathrm{e}-1}{2}$.

Câu 19. Phương trình $\log_3(x^2 + 3x - 1) = 2$ có tập nghiệm là?
A. $\{-2; 5\}$. **B.** $\{-5; -2\}$. **C.** $\{-5; 2\}$. **D.** $\{5; 2\}$.

Câu 20. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là
A. $\bar{z} = 3i - 2$. **B.** $\bar{z} = -3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2i - 3$. **D.** $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 21. Một khối lập phương có thể tích bằng $3a^3\sqrt{3}$, thì cạnh của khối lập phương đó bằng
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $3a$. **C.** $3a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

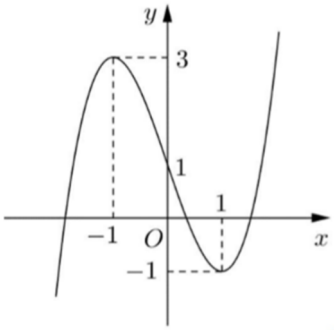


Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình
A. $y = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 23. Cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 0; -1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN.
A. $I(4; -2; 2)$. **B.** $I(2; -1; 2)$. **C.** $I(4; -2; 1)$ **D.** $I(2; -1; 1)$

Câu 24. Với n là số nguyên dương bất kì , $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng ?
A. $A_n^3 = \frac{3!}{(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$.

Câu 25. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

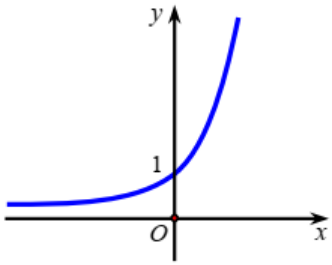


A. $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = \ln|1-4x| + C$. **B.** $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|8x-2| + C$.
C. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -4.\ln\frac{1}{|1-4x|} + C$. **D.** $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|1-4x| + C$.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$là:
A. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **C.** $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$. **D.** $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = 2020^x$.
C. $y = \log_{2020}(x + 2020)$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 29. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ là
A. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C$. **B.** $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.
C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C$. **D.** $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln(5x-2) + C$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = SA = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính tang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$.
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 31. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) lớn hơn hai lần số tiền ban đầu, nếu người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
A. 176 tháng. **B.** 175 tháng. **C.** 174 tháng. **D.** 173 tháng.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ và điểm $I(1;2;-3)$.Bán kính mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) bằng
A. $\frac{11}{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 1

Câu 33. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{1}{-4i+2}$.
A. Phần thực bằng $\frac{1}{10}$, phần ảo bằng $\frac{1}{5}$. **B.** Phần thực bằng -2, phần ảo bằng 4.

C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -4. **D.** Phần thực bằng $\frac{1}{10}$, phần ảo bằng $-\frac{1}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2\,;\,0\,;\,0)$, $B(0\,;\,3\,;\,0)$ và $C(0\,;\,0\,;\,-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(1\,;\,1\,;\,1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x+2y-6z+1=0$. **B.** $3x+2y-5z=0$.

C. $6x+2y-3z-5=0$. **D.** $2x+3y-6z+1=0$.

Câu 35. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn

A. 0,5. **B.** 0,25. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0		1		3		5
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	↗	0	↘	-4	↗	16

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$

A. -4. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 0.

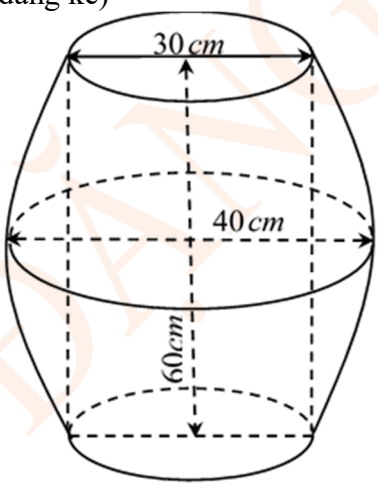
Câu 37. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$:

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d=\frac{3a}{2}$. **C.** $d=a$. **D.** $d=\frac{a}{2}$.

Câu 38. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-4x$, trục hoành, đường thẳng $x=-2$ và đường thẳng $x=1$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

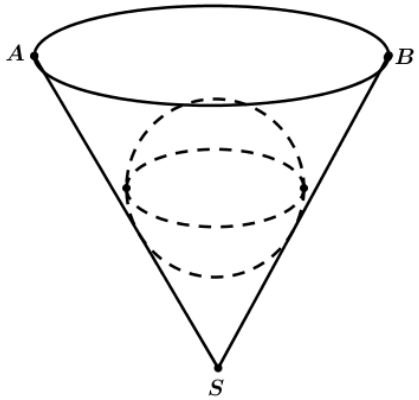
A. $\frac{23}{4}$. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Câu 39. Một thùng đựng bia hơi (có dạng khối tròn xoay như hình vẽ) có đường kính đáy là 30cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 60cm, các cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Thể tích của thùng bia hơi gần nhất với kết quả nào dưới đây? (giả sử độ dày của thùng bia không đáng kể)



A. 60 (lít). **B.** 64 (lít). **C.** 70 (lít). **D.** 62 (lít).

Câu 40. Bạn An có một cái cốc giấy hình nón với đường kính đáy là $10cm$ và độ dài đường sinh là $8cm$. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{5\sqrt{39}}{13}cm.$ **B.** $\frac{64}{\sqrt{39}}cm.$ **C.** $\frac{10\sqrt{39}}{13}cm.$ **D.** $\frac{32}{\sqrt{39}}cm.$

Câu 41. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$.

A. $S = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 42. Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 25$ m, chiều rộng $AD = 20$ m được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN, biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được 15 m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30 m. Tính thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C.

A. 5. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{10+2\sqrt{725}}{30}$. **D.** $\frac{20+\sqrt{725}}{30}$.

Câu 43. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{1-i}{z} + i = \frac{(2-3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2$. Hỏi mệnh đề nào **đúng**?

A. $\frac{1}{2} \leq |z| \leq \frac{3}{2}$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| \leq \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2} < |z| \leq 2$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2020; 2020)$ sao cho hàm số $y = \frac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** 2018. **D.** 2023.

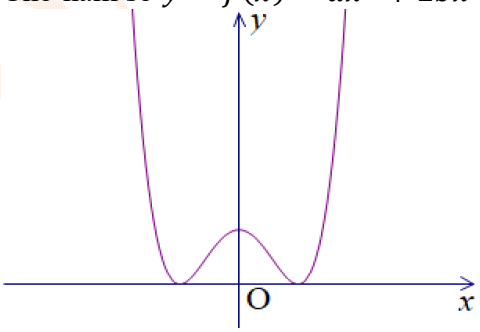
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 2 + 4i| = 1$ và $|w + 2 - 3i| = |w - 3 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|w - z|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 1$. **B.** $3\sqrt{2} + 1$. **C.** $2\sqrt{3} - 1$. **D.** $2\sqrt{3} + 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + 2bx^2 + c (a < 0)$, đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ.



Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực tiểu là $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) $y = f(x)$ và trục hoành là

A. $\frac{14}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

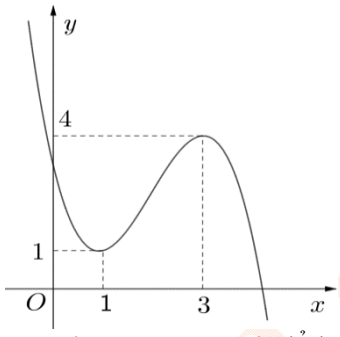
Câu 48. Cho hai số thực x, y với $x > 0, 0 < y < 2$. Biết biểu thức $S = \frac{(2y)^x}{(2^x - y^x)^2} + \frac{2^x + 2y^x}{2y^x}$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a + b$.

A. $P = 11$. **B.** $P = 15$. **C.** $P = 17$. **D.** $P = 13$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz;điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

A. $B(0; 0; 1)$. **B.** $B(0; 0; -2)$. **C.** $B(0; 0; -1)$. **D.** $B(0; 0; 2)$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d; a \neq 0$ là các số thực, có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 4040. **B.** 4038. **C.** 2020. **D.** 2013.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	C	D	C	A	A	D	D	A	C	D	A	B	D	B	B	C	C	D	D	B	D	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	C	B	C	B	A	A	C	A	A	A	B	C	C	B	A	D	D	A	B	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\frac{2x+3}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{-1}{(x+1)^2}<0,\forall x\neq -1$. Vậy hàm số không có điểm cực trị.

Câu 2. Ký hiệu z,w là hai nghiệm phức của phương trình $2x^2-4x+9=0$. Giá trị của $P=\frac{1}{z}+\frac{1}{w}$ là

A. $-\frac{4}{9}$. **B.** $-\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Vì z,w là hai nghiệm phức của phương trình $2x^2-4x+9=0$ nên theo hệ thức Vi – ét ta có:

$\begin{cases}z+w=2\\z.w=\frac{9}{2}\end{cases}$

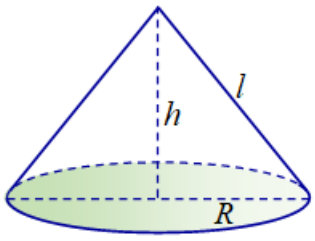
Khi đó, $P=\frac{1}{z}+\frac{1}{w}=\frac{z+w}{z.w}=\frac{2}{\frac{9}{2}}=\frac{4}{9}$.

Câu 3. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{xq}=\pi Rl=3\pi a^2$.Thay $R=a$.

Suy ra $l=3a$.

Câu 4. Đặt $a=\log_3 2$, khi đó $\log_{16}27$ bằng

A. $\frac{4}{3a}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3}{4a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{16}27=\frac{3}{4}\log_2 3=\frac{3}{4}.\frac{1}{\log_3 2}=\frac{3}{4a}$.

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{5}{8}\right)^{2x^2-3x}\geq\frac{8}{5}$ là

A. $x\geq\frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x\leq\frac{1}{2}\\x\geq 1\end{array}\right.$. **C.** $\frac{1}{2}\leq x\leq 1$. **D.** $x\leq 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\frac{5}{8}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{8}{5} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{8}\right)^{2x^2-3x} \geq \left(\frac{5}{8}\right)^{-1} \Leftrightarrow 2x^2-3x \leq -1 \Leftrightarrow 2x^2-3x+1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

Vậy bất phương trình có nghiệm là $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

Câu 6. Tích phân $\int_0^{2019} e^x dx$ có giá trị bằng:

A. $e^{2019}-1$. **B.** e^{2019} **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

• $\int_0^{2019} e^x dx = e^x|_0^{2019} = e^{2019}-1$.

Câu 7. Tìm phần ảo của số phức z, biết $(2-i)z = 1+3i$.

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{-1}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{7}{5}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(2-i)z = 1+3i \Leftrightarrow z = \frac{1+3i}{2-i} \Leftrightarrow z = \frac{-1}{5}+\frac{7}{5}i$.

Vậy phần ảo của số phức z là $\frac{7}{5}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2 = 4$ là

A. $I(1\,;\,0\,;\,-1), R=4$. **B.** $I(-1\,;\,0\,;\,1), R=4$.

C. $I(1\,;\,0\,;\,-1), R=2$. **D.** $I(-1\,;\,0\,;\,1), R=2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1-n}{2^{n+1}}$. Khi đó u_7 bằng:

A. $u_7 = \frac{-7}{2^7}$. **B.** $u_7 = \frac{-6}{2^6}$. **C.** $u_7 = \frac{-6}{2^7}$. **D.** $u_7 = \frac{-6}{2^8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_7 = \frac{1-7}{2^8} = \frac{-6}{2^8}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-2\,;\,2\,;\,3)$. **B.** $\vec{u} = (2\,;\,1\,;\,4)$. **C.** $\vec{u} = (-2\,;\,-1\,;\,-4)$. **D.** $\vec{u} = (2\,;\,2\,;\,3)$.

Lời giải

Chọn A

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-2\,;\,2\,;\,3)$.

Câu 11. Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải.

Chọn C

Đường kính của khối cầu là $2a$, nên bán kính của nó là a, thể tích khối cầu là $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in$ TXĐ nên hàm số đã cho luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 3y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;1)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

• Thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy chỉ $(1;1;1)$ thỏa mãn, chọn **D**

Câu 14. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó hàm số đã cho

A. đồng biến trên $(-\infty\ ;\ 0)$ và nghịch biến trên $(0\ ;\ -\infty)$.

B. đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. là hàm hằng trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 15. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K, $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \,.\, \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

$\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \,.\, \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

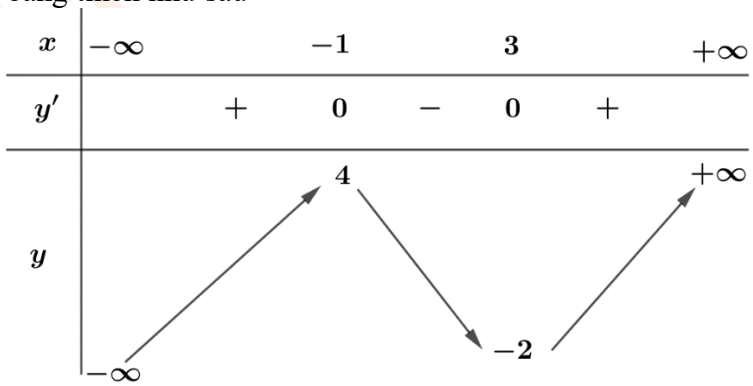
A. 36. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$ (đvtt).

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt. Từ đó số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là ba nghiệm.

Câu 18. Tích phân $\int_0^1 e^{2x}dx$ bằng

A. $2(e^2-1)$. **B.** e^2-1. **C.** $\frac{e^2-1}{2}$. **D.** $\frac{e-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1 e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e^2-1)$.

Câu 19. Phương trình $\log_3(x^2+3x-1)=2$ có tập nghiệm là?

A. $\{-2;5\}$. **B.** $\{-5;-2\}$. **C.** $\{-5;2\}$. **D.** $\{5;2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2+3x-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\frac{-3+\sqrt{13}}{2} \\ x<\frac{-3-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$

Ta có: $\log_3(x^2+3x-1)=2 \Leftrightarrow x^2+3x-1=3^2$

$\Leftrightarrow x^2+3x-10=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-5 \end{array}\right.$

Kiểm tra ta thấy 2 nghiệm $x=2, x=-5$ thỏa điều kiện xác định.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-5;2\}$

Câu 20. Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là

A. $\bar{z}=3i-2$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=2i-3$. **D.** $\bar{z}=3-2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là $\bar{z}=3-2i$.

Câu 21. Một khối lập phương có thể tích bằng $3a^3\sqrt{3}$, thì cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $3a$. **C.** $3a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi x $(x>0)$ là cạnh của khối lập phương, ta có $x^3=3a^3\sqrt{3} \Rightarrow x=a\sqrt{3}$.

Vậy khối lập phương đã cho có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $\boldsymbol{x=1}$.

Câu 23. Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN.

A. $I(4;-2;2)$. **B.** $I(2;-1;2)$. **C.** $I(4;-2;1)$ **D.** $I(2;-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Trung điểm I có tọa độ là $I\left(\frac{1+3}{2};\frac{-2+0}{2};\frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2;-1;1)$.

Câu 24. Với n là số nguyên dương bất kì , $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng ?

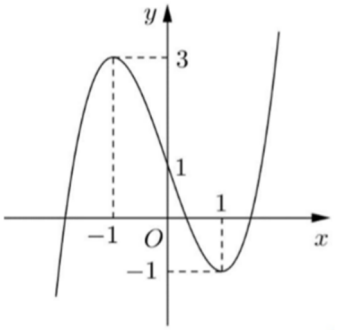
A. $A_n^3 = \frac{3!}{(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tìm số chỉnh hợp ta có $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 25. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0;1)$.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = \ln|1-4x| + C$. **B.** $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|8x-2| + C$.

C. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -4.\ln\frac{1}{|1-4x|} + C$. **D.** $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|1-4x| + C$.

Lời giải

Chọn D

$\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}(1-4x) = -\frac{1}{4}.\ln|1-4x| + C$.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$là:

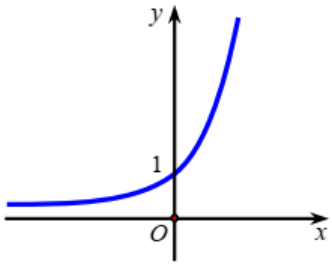
A. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **C.** $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$. **D.** $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = 2020^x$.

C. $y = \log_{2020}(x + 2020)$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại các phương án A, B

Mà đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox nên loại phương án D.

Câu 29. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$ là

A. $\int \frac{dx}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$. **B.** $\int \frac{dx}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

C. $\int \frac{dx}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$. **D.** $\int \frac{dx}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln(5x-2)+C$.

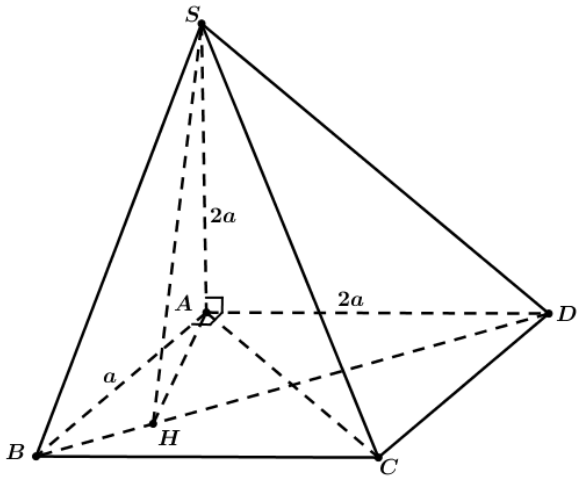
Lời giải

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=SA=2a$, $SA\perp(ABCD)$. Tính tang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH\perp BD$.

Ta lại có $BD\perp SA$ suy ra $BD\perp(SAH)$ do đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SHA}$.

Trong tam giác vuông ABD có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow AH=\frac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Khi đó $\tan\widehat{SHA}=\frac{SA}{AH}=\sqrt{5}$.

Câu 31. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) lớn hơn hai lần số tiền ban đầu, nếu người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 176 tháng. **B.** 175 tháng. **C.** 174 tháng. **D.** 173 tháng.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức lãi kép ta có: $P=P_0(1+r)^n=100(1+0{,}4\%)^n>200\leftrightarrow n>173{,}6331381$

Vậy sau ít nhất 174 tháng thì số tiền lĩnh được lớn hơn hai lần số tiền ban đầu.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$ và điểm $I(1;2;-3)$.Bán kính mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{11}{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Do mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng (P) nên bán kính mặt cầu là: $R=d\big(I,(P)\big)=\frac{|1+4+6-2|}{\sqrt{1+4+4}}=3$

Câu 33. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $z=\frac{1}{-4i+2}$.

A. Phần thực bằng $\frac{1}{10}$, phần ảo bằng $\frac{1}{5}$. **B.** Phần thực bằng -2, phần ảo bằng 4.

C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -4. **D.** Phần thực bằng $\frac{1}{10}$, phần ảo bằng $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$z=\frac{1}{-4i+2}=\frac{2+4i}{(2-4i)(2+4i)}=\frac{2+4i}{4+16}=\frac{1}{10}+\frac{1}{5}i.$

Vậy phần thực của z bằng $\frac{1}{10}$ và phần ảo bằng $\frac{1}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2\,;\,0\,;\,0)$, $B(0\,;\,3\,;\,0)$ và $C(0\,;\,0\,;\,-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(1\,;\,1\,;\,1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x+2y-6z+1=0$. **B.** $3x+2y-5z=0$.

C. $6x+2y-3z-5=0$. **D.** $2x+3y-6z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{(-1)}=1\Leftrightarrow 3x+2y-6z-6=0$.

Do (P) song song với (ABC) nên phương trình của (P) có dạng $3x+2y-6z+d=0$ $(d\neq -6)$.

Mặt khác (P) đi qua điểm $D(1\,;\,1\,;\,1)$ suy ra $-1+d=0\Leftrightarrow d=1$ (thỏa mãn $d\neq -6$).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $3x+2y-6z+1=0$.

Câu 35. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn

A. 0,5. **B.** 0,25. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Lời giải

Chọn C

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega|=6.6=36$.

Gọi A là biến cố "tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn ".

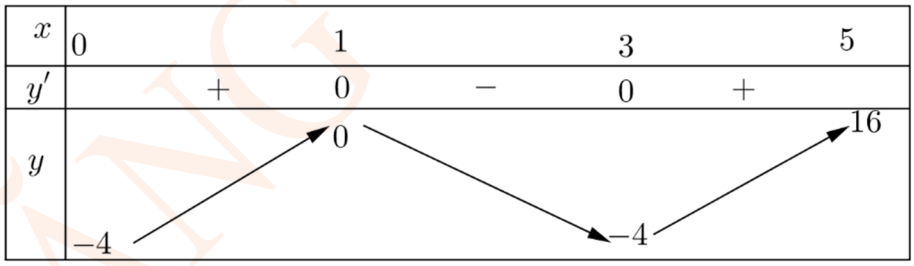
$\overline{A}$ là biến cố "tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số lẻ".

Vì tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số lẻ khi cả 2 xúc xắc đều xuất hiện mặt lẻ

$\Rightarrow n(A)=3.3=9\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{3}{4}=0{,}75$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$

A. -4. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

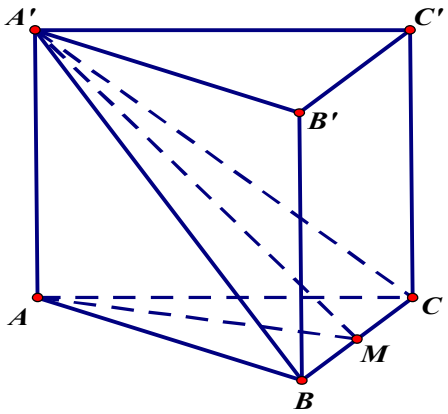
Từ bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$ bằng -4 tại $x=0$.

Câu 37. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$:

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d=\frac{3a}{2}$. **C.** $d=a$. **D.** $d=\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC. Khi đó: $AM \perp BC; A'M \perp BC$.

Nên: $\big((ABC);(A'BC)\big) = \widehat{A'MA} = 45^0$

Suy ra: $AA' = AM = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

Do đó: $d\big((ABC);(A'BC)\big) = AA' = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

Câu 38. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 1$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành là

$x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \in (-2;1) \\ x = 2 \notin (-2;1) \\ x = -2 \notin (-2;1) \end{bmatrix}$.

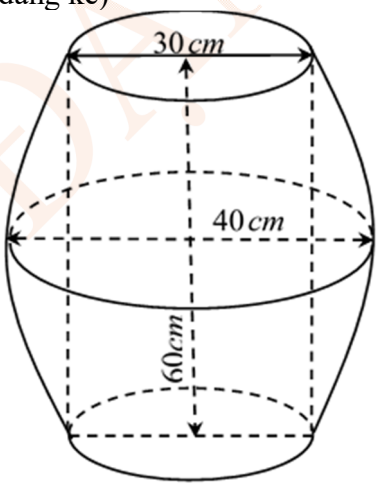
Diện tích của hình phẳng (H) là

$S = \int_{-2}^{1} |x^3 - 4x| \, dx = \left| \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x) \, dx \right| + \left| \int_{0}^{1} (x^3 - 4x) \, dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^{0} \right| +$

$\left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{0}^{1} \right| = 4 + \frac{7}{4} = \frac{23}{4}$.

Vậy diện tích của hình phẳng (H) là $S = \frac{23}{4}$.

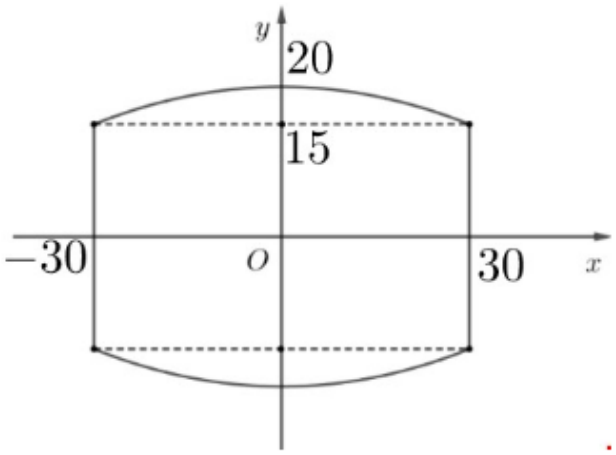
Câu 39. Một thùng đựng bia hơi (có dạng khối tròn xoay như hình vẽ) có đường kính đáy là 30cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 60cm, các cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Thể tích của thùng bia hơi gần nhất với kết quả nào dưới đây? (giả sử độ dày của thùng bia không đáng kể)



A. 60 (lít). **B.** 64 (lít). **C.** 70 (lít). **D.** 62 (lít).

Lời giải

Chọn B



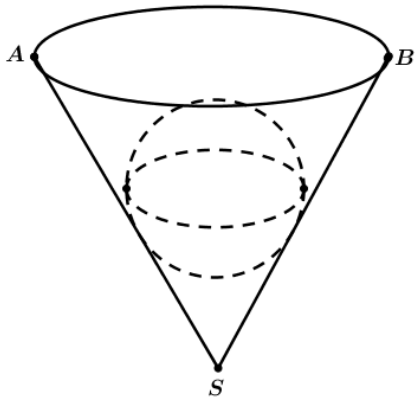
Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Ta có phương trình parabol phía trên trục hoành đi qua các điểm $(-30;15);(30;15);(0;20)$ là: $y=-\frac{x^2}{180}+20$.

Thể tích thùng bằng thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-\frac{x^2}{180}+20; y=0; x=-30; x=30$.

Vì vậy $V=\pi\int_{-30}^{30}\left(-\frac{x^2}{180}+20\right)^2 \mathrm{d}x = 20300\pi\,(\mathrm{cm}^3)\approx 63{,}8$ (lít).

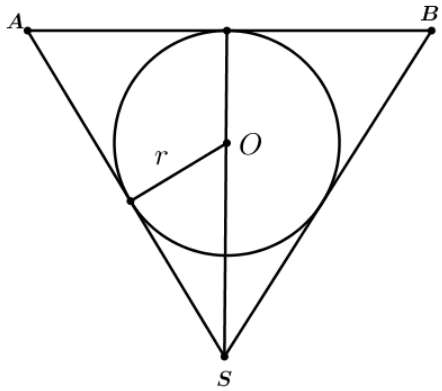
Câu 40. Bạn An có một cái cốc giấy hình nón với đường kính đáy là $10cm$ và độ dài đường sinh là $8cm$. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $\frac{5\sqrt{39}}{13}cm.$ **B.** $\frac{64}{\sqrt{39}}cm.$ **C.** $\frac{10\sqrt{39}}{13}cm.$ **D.** $\frac{32}{\sqrt{39}}cm.$

Lời giải

Chọn C



Gọi O; r lần lượt là tâm và bán kính viên kẹo hình cầu lớn nhất đựng được trong cốc. AB là một đường kính của đường tròn đáy nón. Khi đó đường tròn $(O;\ r)$ là đường tròn nội tiếp tam giác SAB.

Theo giả thiết ta có: $SA = SB = 8cm;\ AB = 10cm$ nên nửa chu vi tam giác SAB là $p = 13cm$.

Diện tích tam giác SAB tình theo công thức Hê rông: $S_{SAB} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 5\sqrt{39}cm^2$.

Lại có: $S_{SAB} = p.r = 13.r \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{39}}{13}$. vậy đường kính viên kẹo là $d = 2r = \frac{10\sqrt{39}}{13}cm$.

Câu 41. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$.

A. $S = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \neq -\frac{1}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương

$2^{1-\frac{2-2x}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1 \Leftrightarrow \frac{2}{2^{\frac{2-2x}{2x+1}}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{2-2x}{2x+1}}\right)^2 + 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} - 2 > 0$ (do $2^{\frac{2-2x}{2x+1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

Đặt $t = 2^{\frac{2-2x}{2x+1}}$ $(t > 0)$, bất phương trình trở thành

$t^2 + t - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t > 1 \\ t < -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow t > 1$ (do $t > 0$)

$\Leftrightarrow 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} > 1 \Leftrightarrow \frac{2-2x}{2x+1} > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$ (thoả mãn).

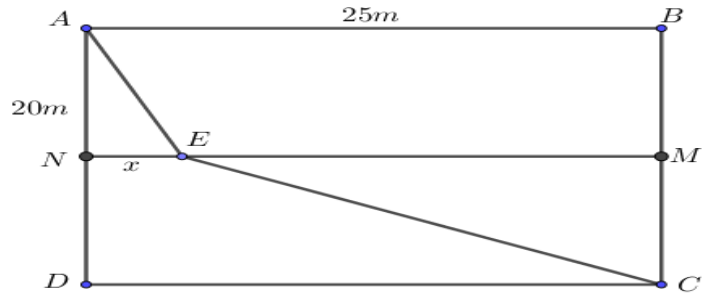
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 42. Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 25$ m, chiều rộng $AD = 20$ m được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN, biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được 15 m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30 m. Tính thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C.

A. 5. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{10+2\sqrt{725}}{30}$. **D.** $\frac{20+\sqrt{725}}{30}$.

Lời giải

Chọn B



Do cần thời gian xây là ngắn nhất nên con đường làm trên mỗi miền phải là những đường thẳng.
Gọi AE và EC lần lượt là đoạn đường cần làm. Với $NE = x$ (m) (với $0 \le x \le 25$).
$\Rightarrow EM = 25 - x$ (m).
Ta được $\begin{cases} AE = \sqrt{AN^2 + EN^2} = \sqrt{100 + x^2} \\ EC = \sqrt{MC^2 + EM^2} = \sqrt{100 + (25-x)^2} \end{cases}$.
$\Rightarrow$ Thời gian để làm đoạn đường từ A đến C là:
$t(x) = \frac{AE}{15} + \frac{EC}{30} = \frac{\sqrt{100+x^2}}{15} + \frac{\sqrt{(25-x)^2+100}}{30}$ (h) (Với $0 \le x \le 25$)
$\Rightarrow t'(x) = \frac{x}{15\sqrt{100+x^2}} - \frac{25-x}{30.\sqrt{(25-x)^2+100}}$.
Xét $t'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{15\sqrt{100+x^2}} - \frac{25-x}{30.\sqrt{(25-x)^2+100}} = 0$
$\Leftrightarrow 2x\sqrt{(25-x)^2+100} = (25-x)\sqrt{100+x^2}$
$\Leftrightarrow 4x^2((25-x)^2+100) = (25-x)^2(100+x^2)$
$\Leftrightarrow 4x^2(25-x)^2 + 400x^2 - 100(25-x)^2 - (25-x)^2x^2 = 0$
$\Leftrightarrow 4(25-x)^2(x^2-25) + x^2(20^2 - (25-x)^2) = 0$
$\Leftrightarrow (x-5)\big(4(25-x)^2(x+5) + x^2(45-x)\big) = 0$
$\Leftrightarrow x = 5$
Ta được $\begin{cases} t(0) = \frac{4+\sqrt{29}}{6} \\ t(5) = \frac{2\sqrt{5}}{3} \\ t(25) = \frac{1+\sqrt{29}}{3} \end{cases}$.
Vậy thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C là $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (h).
$*$ Cách 2:
Xét $t(x) = \frac{\sqrt{10^2+x^2}}{15} + \frac{\sqrt{(25-x)^2+10^2}}{30} = \frac{\sqrt{20^2+(2x)^2}+\sqrt{(25-x)^2+10^2}}{30}$ (Với $0 \le x \le 25$).
Lại có $\sqrt{20^2+(2x)^2} + \sqrt{(25-x)^2+10^2} \ge \sqrt{(45-x)^2+(2x+10)^2}$ (do $|\vec{u}| + |\vec{v}| \ge |\vec{u} + \vec{v}|$).
$\Leftrightarrow \sqrt{20^2+(2x)^2} + \sqrt{(25-x)^2+10^2} \ge \sqrt{5(x-5)^2+2000}$.
Do đó $t(x) \ge \frac{\sqrt{5(x-5)^2+2000}}{30} \ge \frac{\sqrt{2000}}{30} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.
Vậy $t(x)_{\min} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ (h) khi và chỉ khi $x = 5$ (m).
Vậy thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C là $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (h).

Câu 43. Cho số phức $z \ne 0$ thỏa mãn $\frac{1-i}{z} + i = \frac{(2-3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2$. Hỏi mệnh đề nào **đúng**?

A. $\frac{1}{2} \le |z| \le \frac{3}{2}$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| \le \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2} < |z| \le 2$.

Lời giải

Chọn A

$\frac{1-i}{z}+i=\frac{(2-3i)\bar{z}}{|z|^2}+2\Leftrightarrow\frac{1-i}{z}+i=\frac{(2-3i)}{z}+2\Leftrightarrow\frac{1-i}{z}-\frac{(2-3i)}{z}=2-i\Leftrightarrow\frac{-1+2i}{z}=2-i\Leftrightarrow z=\frac{-1+2i}{2-i}=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i.$

Khi đó $|z|=\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2}=1.$

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2020;2020)$ sao cho hàm số $y=\frac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** 2018. **D.** 2023.

Lời giải:

Chọn D

Hàm số xác định trên $D=\mathbb{R}\backslash\{m\}$.

$y'=\frac{-3m-18}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ khi:

$\begin{cases}y'<0\\m\notin(-\infty;-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3m-18<0\\m\geq-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-6\\m\geq-3\end{cases}\Leftrightarrow m\geq-3.$

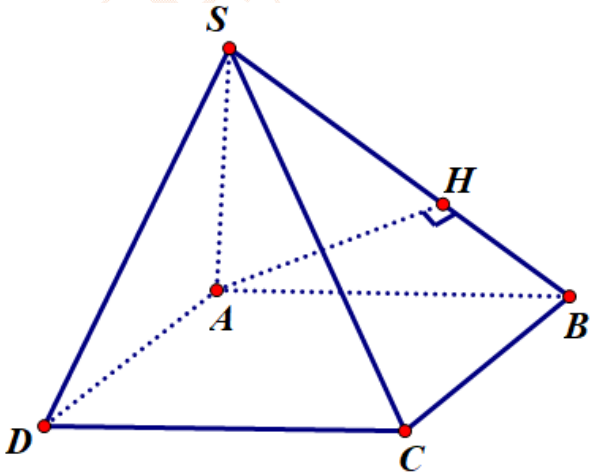
Do $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m\in(-2020;2020)\end{cases}$ nên $m\in\{-3;-2;\cdots;2019\}$. Do đó có 2023 giá trị m thỏa mãn.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Vì SA vuông góc với đáy nên ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}\Rightarrow SA=\frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}}=\frac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{a^2}=a\sqrt{3}.$

Ta có AD song song với mặt phẳng (SBC) nên $\mathrm{d(D,(SBC))=d(A,(SBC))}$.

Lại có $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow(SAB)\perp(SBC)$ theo giao tuyến SB

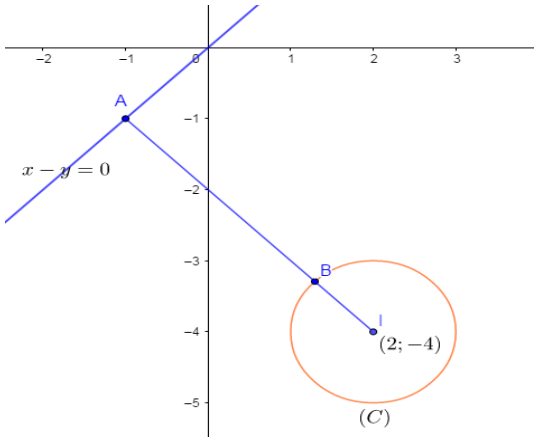
Vẽ $AH\perp SB\Rightarrow AH\perp(SBC)$ nên $AH=d(A,(SBC))$ và $AH=\frac{SA.AB}{SB}=\frac{a\sqrt{3}.a}{2a}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $\mathrm{d(D,(SBC))}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46. Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|z-2+4i|=1$ và $|w+2-3i|=|w-3+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|w-z|$ bằng

A. $3\sqrt{2}-1$. **B.** $3\sqrt{2}+1$. **C.** $2\sqrt{3}-1$. **D.** $2\sqrt{3}+1$.

Lời giải



Chọn A

Đặt $z = x + yi, w = a + bi$.

$\Rightarrow |z - 2 + 4i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = 1 \rightarrow$ tập hợp các số phức z là đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 1$

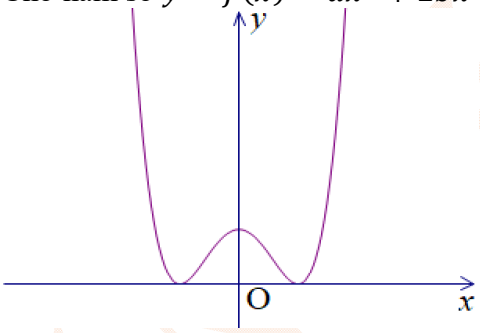
$\Rightarrow |w + 2 - 3i| = |w - 3 + 2i| . \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-3)^2 = (a-3)^2 + (b+2)^2 \Leftrightarrow a - b = 0 \rightarrow$ tập hợp các số phức w là đường thẳng d: $x - y = 0$.

Ta có $|w - z| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ chính là khoảng cách từ một điểm $A(a;\ b) \in (C)$ đến một điểm $B(x;\ y) \in d$.

Do $d(I;\ d) = \frac{|2-(-4)|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} > 1$ nên d không cắt (C), do đó $AB_{min} = d(I;\ d) - R = \frac{|2-(-4)|}{\sqrt{2}} - 1 = 3\sqrt{2} - 1$.

$\Rightarrow \min|w - z| = \min AB = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + 2bx^2 + c (a < 0)$, đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ.



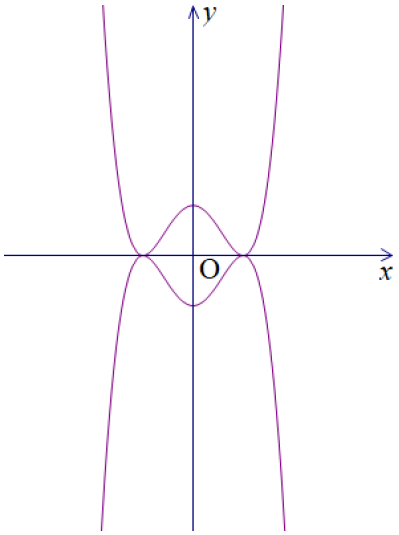
Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực tiểu là $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) $y = f(x)$ và trục hoành là

A. $\frac{14}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = |f(x)| \Rightarrow y = f(x) = ax^4 + 2bx^2 + c (a < 0)$ có đồ thị là phần nằm dưới trục hoành như hình vẽ:



Ta có $f'(x)=4ax^3+4bx$.

Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ đi qua $(1;0)$ và $\left(\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)$ nên ta có hệ:

$\begin{cases}f'(1)=0\\ f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{8\sqrt{3}}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+4b=0\\ 4a\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3+4b\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases}\Rightarrow f'(x)=-4x^3+4x.$

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+2x^2+c$ tiếp xúc với trục Ox tại hai điểm có hoành độ là ±1

$\Rightarrow f(1)=0\Rightarrow c=-1\Rightarrow (C):y=-x^4+2x^2-1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $-x^4+2x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_{-1}^{1}|-x^4+2x^2-1|\mathrm{d}x=\frac{16}{15}$.

Câu 48. Cho hai số thực x,y với $x>0,0<y<2$. Biết biểu thức $S=\frac{(2y)^x}{(2^x-y^x)^2}+\frac{2^x+2y^x}{2y^x}$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$, với a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=a+b$.

A. $P=11$. **B.** $P=15$. **C.** $P=17$. **D.** $P=13$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S=\frac{2^x.y^x}{2^{2x}-2.2^x.y^x+y^{2x}}+\frac{2^x}{2.y^x}+1=\frac{\left(\frac{2}{y}\right)^x}{\left[\left(\frac{2}{y}\right)^x\right]^2-2.\left(\frac{2}{y}\right)^x+1}+\frac{1}{2}.\left(\frac{2}{y}\right)^x+1$.

Đặt $t=\left(\frac{2}{y}\right)^x$, vì $0<y<2,x>0$ nên $\frac{2}{y}>1$ và suy ra $t>1$.

Khi đó $S=\frac{t}{t^2-2t+1}+\frac{1}{2}t+1,t>1$. Có $S'=\frac{-t^2+1}{(t-1)^4}+\frac{1}{2}=\frac{(t-3)(t^2+1)}{(t-1)^3}$.

$S'=0\Rightarrow t=3$.

Bảng biến thiên

t	1		3		$+\infty$
S'	‖	$-$	0	$+$	
S	$+\infty$ ‖	↘	$\frac{13}{4}$	↗	$+\infty$

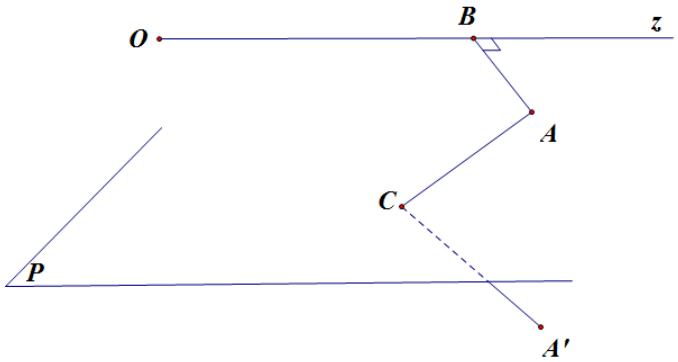
Từ đó ta có $S_{\min}=\frac{13}{4}$ khi $\left(\frac{2}{y}\right)^x=3$. Suy ra $\begin{cases}a=13\\b=4\end{cases}\Rightarrow P=a+b=17$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+7=0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz;điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là

A. $B(0;0;1)$. **B.** $B(0;0;-2)$. **C.** $B(0;0;-1)$. **D.** $B(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết ta nhận thấy $Oz//(P)$ và $(x_O+y_O+7)(x_A+y_A+7)>0$ nên A và Oz nằm về một phía của mặt phẳng (P).

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Gọi p là chu vi tam giác ABC.

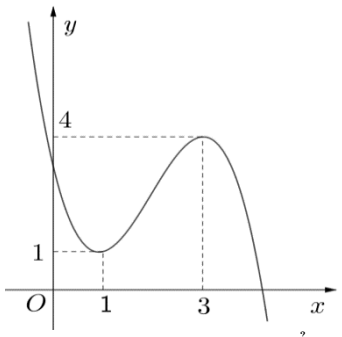
Ta có $p=AB+BC+CA=AB+BC+A'C\geq AB+A'B$.

Do $Oz//(P)$ nên $AA'\perp Oz$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên Oz, ta có $Oz\perp A'K$.

Lúc đó $\begin{cases}AB\geq AK\\A'B\geq A'K\end{cases}\Rightarrow p_{\min}$ khi $K\equiv B$.

Vậy $B(0;0;1)$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d;a\neq 0$ là các số thực, có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2020;2020)$ để hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2+m)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 4040. **B.** 4038. **C.** 2020. **D.** 2013.

Lời giải:

Chọn D

Ta có $g'(x) = (3x^2 - 6x)f'(x^3 - 3x + m)$.
Với mọi $x \in (2; +\infty)$ ta có $3x^2 - 6x > 0$ nên hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow f'(x^3 - 3x^2 + m) \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$.
Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ nên $f'(x) \leq 0$ với $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.
Do đó: $f'(x^3 - 3x^2 + m) \leq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x^3 - 3x^2 + m \leq 1, \forall x \in (2; +\infty) \\ x^3 - 3x^2 + m \geq 3, \forall x \in (2; +\infty) \end{bmatrix} \Leftrightarrow$
$\begin{bmatrix} m \leq -x^3 + 3x^2 + 1, \forall x \in (2; +\infty) \\ m \geq -x^3 + 3x^2 + 3, \forall x \in (2; +\infty) \end{bmatrix}$.
Nhận thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} (-x^3 + 3x^2 + 1) = -\infty$ nên trường hợp $m \leq -x^3 + 3x^2 + 1, \forall x \in (2; +\infty)$ không xảy ra.
Trường hợp: $m \geq -x^3 + 3x^2 + 3, \forall x \in (2; +\infty)$. Ta có hàm số $h(x) = -x^3 + 3x^2 + 3$ liên tục trên $[2; +\infty)$ và $h'(x) = -3x^2 + 6x < 0, \forall x \in (2; +\infty)$ nên $h(x)$ nghịch biến trên $[2; +\infty)$ suy ra $\max\limits_{[2;+\infty)} h(x) = h(2)$.
Do đó $m \geq -x^3 + 3x^2 + 3, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \max\limits_{[2;+\infty)} h(x) = h(2) \Leftrightarrow m \geq 7$.
Do m nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ nên $m \in \{7; 8; 9; \ldots; 2019\}$.
Vậy có 2013 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 027

Câu 1. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là
A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $\frac{4}{3}Bh$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)<0, \forall x\in(-3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $f(-3)>f(5)$. **B.** $f(-3)<f(5)$**C.** $f(0)<f(5)$**D.** $f(-2)=f(2)$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d.
A. $\vec{u}=(8;-6;3)$. **B.** $\vec{u}=(8;11;2)$. **C.** $\vec{u}=(4;-6;2)$. **D.** $\vec{u}=(4;-6;3)$.

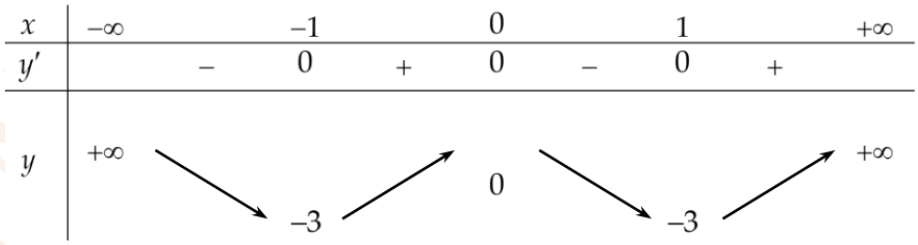
Câu 4. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\cos 2x$ là
A. $x^2+\sin 2x+C$. **B.** $x^2+\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **C.** $x^2-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $x^2+2\sin 2x+C$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y=(3-x)^{\frac{1}{3}}$ trên tập xác định của nó.
A. $y'=\frac{1}{3}(3-x)^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=-\frac{1}{3}(3-x)^{-\frac{2}{3}}$.
C. $y'=-\frac{1}{3}(3-x)^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}(3-x)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 6. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy bằng $r=2$ là
A. 18π. **B.** 24π. **C.** 6π. **D.** 12π.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 e^{2x}\mathrm{d}x$ bằng
A. e^2-1. **B.** $\frac{e^2-1}{2}$. **C.** $\frac{e-1}{2}$. **D.** $2(e^2-1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình đã cho:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Cho các số thực a, b $(a<b)$. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì
A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(b)-f'(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(a)-f'(b)$.
C. $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$. **D.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

Câu 11. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4-1$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.
A. $\bar{z}=3+i$. **B.** $\bar{z}=-3-i$. **C.** $\bar{z}=3-i$. **D.** $\bar{z}=-3+i$.

Câu 13. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3)=1$.

A. $S=\{-1\}$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\{3\}$.

Câu 14. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^5=\frac{5!(n-5)!}{n!}$. **B.** $C_n^5=\frac{(n-5)!}{n!}$. **C.** $C_n^5=\frac{n!}{(n-5)!}$. **D.** $C_n^5=\frac{n!}{5!(n-5)!}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n=3n-10$. Khi đó, u_{15} bằng

A. 35. **B.** 45. **C.** 15. **D.** 25.

Câu 16. Môđun của số phức $3-2i$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 13.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18. Biết $\int_{-1}^{3}f(2x-1)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-3}^{5}[3-f(x)]\mathrm{d}x$.

A. $I=21$. **B.** $I=18$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\frac{45}{2}$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Tổng diện tích 6 mặt của khối hộp đã cho bằng

A. 120. **B.** 60. **C.** 94. **D.** 72.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0;-3;2)$. **B.** $Q(3;0;-4)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $N(2;1;1)$.

Câu 21. Phương trình $z^2+2z+10=0$ có hai nghiệm z_1, z_2. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22. Bất phương trình $2^x>4$ có tập nghiệm là

A. $T=(0;2)$. **B.** $T=\emptyset$.

C. $T=(2;+\infty)$. **D.** $T=(-\infty;2)$.

Câu 23. Đặt $\log_a b=m$, $\log_b c=n$. Khi đó $\log_a(ab^2c^3)$ bằng

A. $1+2m+3mn$ **B.** $1+6mn$ **C.** $1+2m+3n$ **D.** $6mn$

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y-6=0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;3;3)$. **C.** $I(1;-3;-3)$. **D.** $I(1;-3;0)$.

Câu 25. Một quả bóng đá có dạng hình cầu bán kính 12 cm. Diện tích mặt ngoài quả bóng là

A. $576\,\pi(\mathrm{cm}^2)$. **B.** $192\,\pi(\mathrm{cm}^2)$. **C.** $144\pi\,(\mathrm{cm}^2)$. **D.** $576\,(\mathrm{cm}^2)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

B. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

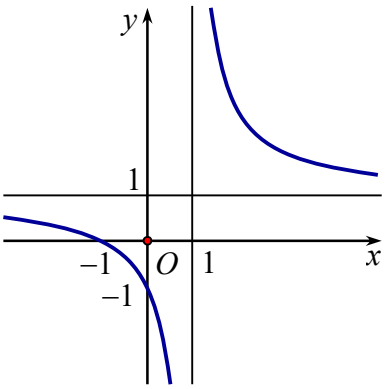
D. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=\log_2(x+1)$. Câu khẳng định đúng là

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty)$.

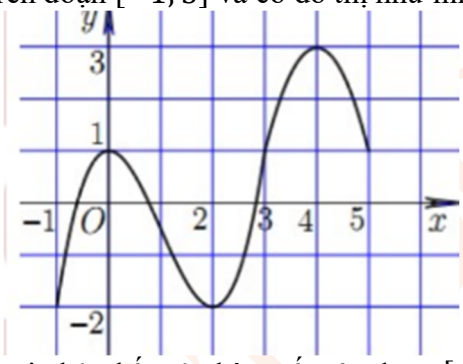
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$. **D.** Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Câu 28. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



A. $y=\frac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\frac{x}{x-1}$. **C.** $\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ



Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông có chiều cao $AB=a$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB,CD. Tính khoảng cách giữa đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=\frac{3a}{2}$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 32. Ông An gửi ngân hàng 150 triệu đồng với lãi suất 0,8%/tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn (lãi kép). Hỏi sau một năm số **tiền lãi** ông An thu được gần nhất với kết quả nào sau đây.

A. 165.051.000 đồng. **B.** 15.051.000 đồng.
C. 15.050.000 đồng. **D.** 165.050.000 đồng.

Câu 33. Cho số phức $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $1+i\sqrt{3}$. **C.** $1-i\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=\pi$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;\ 1;\ 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x-y+2z+1=0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$.
C. $6x-2y-2z-1=0$. **D.** $3x+y+z-6=0$.

Câu 37. Nguyên hàm của hàm số $2x(1+3x^3)$ là

A. $x^2(x+x^3)+C$. **B.** $x^2(1+3x^2)+C$. **C.** $2x(x+x^3)+C$. **D.** $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$.

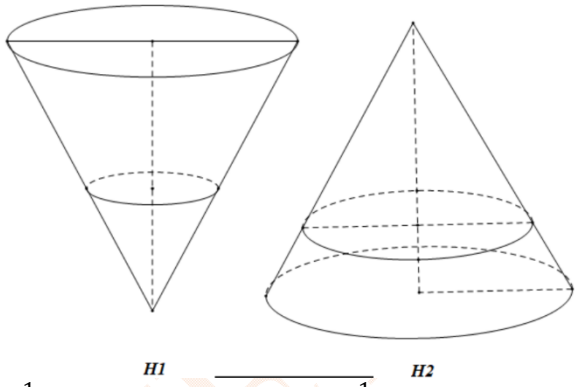
Câu 38. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) hợp với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 40. Một cái phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là h. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu là $h_1=\frac{\sqrt[3]{7}}{2}h$ (hình H_1). Ta bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H_2), gọi chiều cao của cột nước trong phễu ở hình H_2 là k. Tính $\frac{k}{h}$.



A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2-x}+9^{3-2x}+x^2+6\le 4^{2x-3}+3^{x-x^2}+5x$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 5. **B.** 25. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 42. Cho z và w là hai số phức liên hợp của nhau đồng thời thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z-w|=2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1\le|z|\le 3$. **B.** $|z|<1$. **C.** $|z|>4$. **D.** $3<|z|<4$.

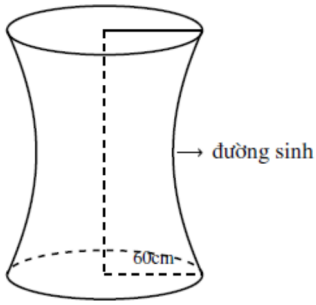
Câu 43. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=4t^3-\frac{t^4}{2}$ (người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 3**B.** 4**C.** 6**D.** 5

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};0\right)$.

A. $-1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -1\\0\le m<2\end{array}\right.$.

Câu 45. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng $80cm$, độ dài trục bé bằng $60cm$ và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng $60cm$. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



A. $V = 344964cm^3$. **B.** $V = 208347cm^3$.
C. $V = 208346cm^3$. **D.** $V = 344963cm^3$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1 và z_2 thõa mãn hệ thức $|z_1 - 2| = |z_2 3 + 2i| = R$, với số thực dương cố định R. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z_1 + iz_2|$ bằng 1 và giá trị lớn nhất của P bằng M. Giá trị M tương ứng bằng.

A. 5**B.** $6\sqrt{5} - 1$**C.** $4\sqrt{5}$**D.** $1 + 4\sqrt{5}$

Câu 47. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

A. 2018. **B.** 2013. **C.** 8. **D.** 2019.

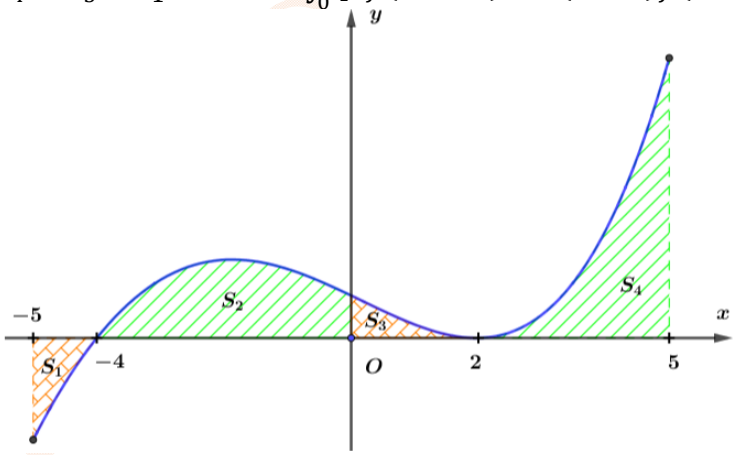
Câu 48. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{3(x+y)}{x^2+y^2+xy+3} = x^2 + y^2 + xy - 6(x+y) + 2$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x+3y+2}{x+y+1}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $(M+m)$ bằng

A. $\frac{26}{5}$. **B.** $\frac{40}{13}$. **C.** $\frac{60}{13}$. **D.** 12.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một (P) đi qua điểm $M(2;2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho mặt cầu tâm $I(m;n;p)$ ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị $2m + n + q$ bằng bao nhiêu?

A. 12. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 18.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C). Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là diện tích các phần hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) với các trục tọa độ và các đường thẳng $x = -5, x = 5$ như hình vẽ. Biết $S_2 - S_4 = S_3 - S_1$. Tính $I = \int_0^2 [5f(5-5x) + 4(x-2)f(x^2-4x)]dx$.



A. $\frac{6}{5}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{23}{5}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	B	B	C	B	A	D	C	C	B	B	D	A	C	D	B	C	D	A	C	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	A	C	D	B	A	D	A	A	D	C	B	D	D	A	B	D	A	B	B	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $\frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết, thể tích khối chóp được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x) < 0, \forall x \in (-3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(-3) > f(5)$. **B.** $f(-3) < f(5)$**C.** $f(0) < f(5)$**D.** $f(-2) = f(2)$

Lời giải:

Chọn C

Dễ thấy hàm số nghịch biến trên đoạn $[-3;5]$ và $-3 < 5$ nên suy ra $f(-3) > f(5)$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 4 + 8t \\ y = -6 + 11t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u} = (8;-6;3)$. **B.** $\vec{u} = (8;11;2)$. **C.** $\vec{u} = (4;-6;2)$. **D.** $\vec{u} = (4;-6;3)$.

Lời giải

Chọn B

d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (8;11;2)$.

Câu 4. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \cos 2x$ là

A. $x^2 + \sin 2x + C$. **B.** $x^2 + \frac{1}{2}\sin 2x + C$. **C.** $x^2 - \frac{1}{2}\sin 2x + C$. **D.** $x^2 + 2\sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức: $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$; $\int \cos(ax+b) \, dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + C$.

Vậy $\int (2x + \cos 2x) dx = x^2 + \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = (3-x)^{\frac{1}{3}}$ trên tập xác định của nó.

A. $y' = \frac{1}{3}(3-x)^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y' = -\frac{1}{3}(3-x)^{-\frac{2}{3}}$.

C. $y' = -\frac{1}{3}(3-x)^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y' = \frac{1}{3}(3-x)^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tập xác định $D = (-\infty;3)$

$y' = \frac{1}{3}(3-x)'.(3-x)^{\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{3}(3-x)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 6. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l = 3$ và bán kính đáy bằng $r = 2$ là

A. 18π. **B.** 24π. **C.** 6π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi 2.3 = 6\pi$.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 e^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e^2-1. **B.** $\frac{e^2-1}{2}$. **C.** $\frac{e-1}{2}$. **D.** $2(e^2-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^1 e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^1=\frac{e^2-1}{2}$

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình đã cho:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $2f(x)+5=0\Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{2}$, từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-1;-2)$.

Dễ thấy $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$ nên hai vecto $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương do đó ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Khi đó không có điểm D nào để bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10. Cho các số thực a, b $(a<b)$. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(b)-f'(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(a)-f'(b)$.

C. $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$. **D.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(x)|_a^b=f(b)-f(a)$.

Câu 11. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4-1$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-4x^3$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có một điểm cực trị.

Câu 12. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

A. $\bar{z} = 3 + i$. **B.** $\bar{z} = -3 - i$. **C.** $\bar{z} = 3 - i$. **D.** $\bar{z} = -3 + i$.

Lời giải

Chọn B

$z = i(3i + 1) = 3i^2 + i = -3 + i \Rightarrow \bar{z} = -3 - i$.

Câu 13. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 3) = 1$.

A. $S = \{-1\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{1\}$. **D.** $S = \{3\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

$\log_3(2x + 3) = 1 \Leftrightarrow 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy $S = \{0\}$.

Câu 14. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. **B.** $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$. **C.** $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **D.** $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.

Lời giải

Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, ta có $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n - 10$. Khi đó, u_{15} bằng

A. 35. **B.** 45. **C.** 15. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

$u_{15} = 3.15 - 10 = 35$.

Ta chọn phương án D làm đáp án.

Câu 16. Môđun của số phức $3 - 2i$ bằng

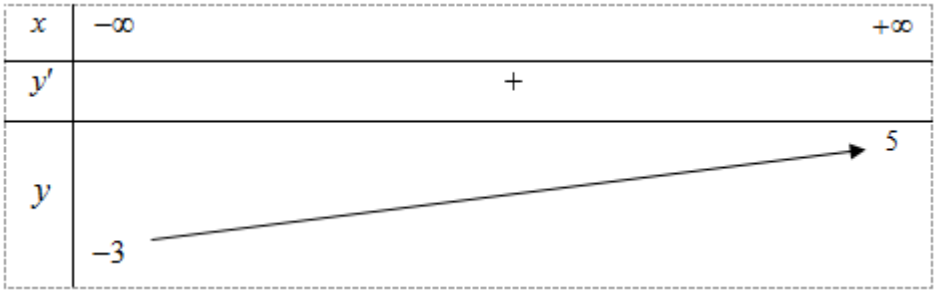
A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -3$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$. Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $y = -3, y = 5$.

Câu 18. Biết $\int_{-1}^{3} f(2x - 1)\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_{-3}^{5}[3 - f(x)]\mathrm{d}x$.

A. $I = 21$. **B.** $I = 18$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = \frac{45}{2}$.

Lời giải

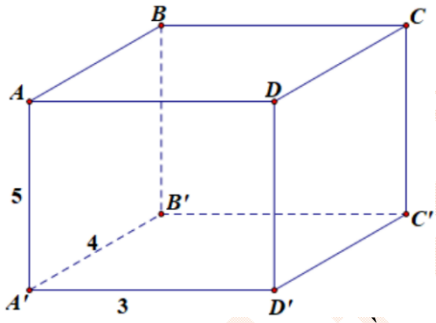
Chọn B

Đặt $t = 2x - 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}t$.
Đổi cận
$x = -1 \Rightarrow t = -3; x = 3 \Rightarrow t = 5$.
Khi đó
$3 = \int_{-1}^{3} f(2x-1)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-3}^{5} f(t)\mathrm{d}t \Rightarrow \int_{-3}^{5} f(t)\mathrm{d}t = 6$.
Vậy $I = \int_{-3}^{5}[3 - f(x)]\mathrm{d}x = 3\int_{-3}^{5}\mathrm{d}x - \int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 24 - 6 = 18$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Tổng diện tích 6 mặt của khối hộp đã cho bằng
A. 120. **B.** 60. **C.** 94. **D.** 72.

Lời giải

Chọn C



Ta có các mặt đối diện của hình hộp là những hình chữ nhật bằng nhau. Do đó tổng diện tích 6 mặt của khối hộp đã cho bằng $2(3.4 + 4.5 + 5.3) = 94$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?
A. $P(0;-3;2)$. **B.** $Q(3;0;-4)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $N(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D
Lần lượt thay toạ độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình (P), ta thấy toạ độ điểm N thoả mãn phương trình (P). Do đó điểm N thuộc (P). Chọn đáp án **B.**

Câu 21. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là
A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A
Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{array}\right.$.
Vậy $|z_1 - z_2| = |(-1 + 3i) - (-1 - 3i)| = |6i| = 6$.

Câu 22. Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là
A. $T = (0;2)$. **B.** $T = \emptyset$.
C. $T = (2;+\infty)$. **D.** $T = (-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C
Ta có $2^x > 4 \Leftrightarrow 2^x > 2^2 \Leftrightarrow x > 2$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T = (2;+\infty)$.

Câu 23. Đặt $\log_a b = m$, $\log_b c = n$. Khi đó $\log_a(ab^2c^3)$ bằng
A. $1 + 2m + 3mn$ **B.** $1 + 6mn$ **C.** $1 + 2m + 3n$ **D.** $6mn$

Lời giải

Chọn C
Ta có $\log_a(ab^2c^3) = \log_a a + 2\log_a b + 3\log_a c = 1 + 2\log_a b + 3\log_a b.\log_b c = 1 + 2m + 3n$

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là
A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;3;3)$. **C.** $I(1;-3;-3)$. **D.** $I(1;-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2+2x-6y-6=0$ ta được tâm mặt cầu là $I(-1;3;0)$.

Câu 25. Một quả bóng đá có dạng hình cầu bán kính 12 cm. Diện tích mặt ngoài quả bóng là

A. $576\,\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $192\,\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $144\pi\,(\text{cm}^2)$. **D.** $576\,(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $R=12$ cm.

Diện tích mặt ngoài quả bóng là Vì $S=4\pi R^2=4\pi.12^2=576\,\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

B. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

D. Hàm số đã cho chỉ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Ta có $y'=\frac{1}{x^2}>0,\forall x\in D$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 27. Cho hàm số $y=\log_2(x+1)$. Câu khẳng định đúng là

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty)$.

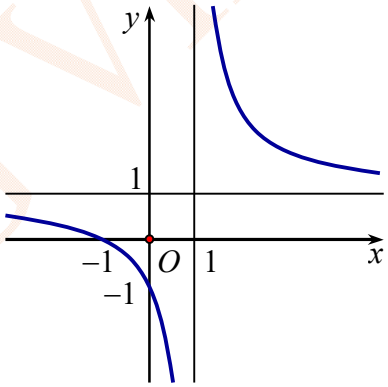
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$. **D.** Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào $y=\log_2(x+1)$ ta có $0=\log_2(0+1)$. Vậy đồ thị hàm số $y=\log_2(x+1)$ đi qua gốc tọa độ.

Câu 28. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



A. $y=\frac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\frac{x}{x-1}$. **C.** $\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

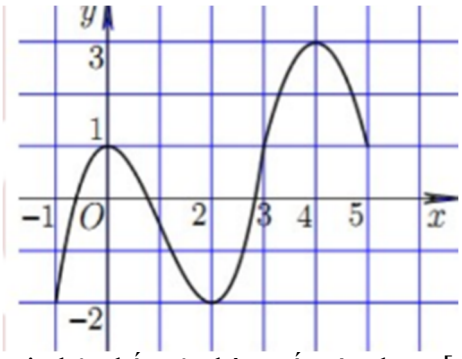
Chọn D

↳ $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

↳ Đồ thị hàm số cắt Oy tại $y=-1$.

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ



Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy:

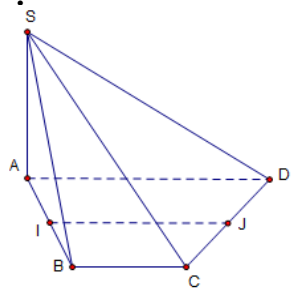
$\max\limits_{[-1;5]} f(x)=f(4)=3;\ \min\limits_{[-1;5]} f(x)=f(-1)=f(2)=-2$. Do đó hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;5]$ bằng $3-(-2)=5$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông có chiều cao $AB=a$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB,CD. Tính khoảng cách giữa đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



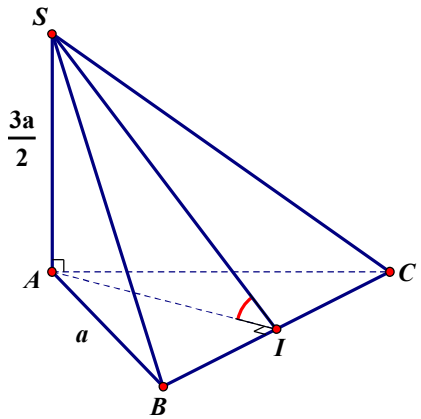
$IJ//(SAD)\Rightarrow d(IJ;(SAD))=d(I;(SAD))=\frac{AB}{2}=\frac{a}{2}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=\frac{3a}{2}$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm BC, vì ABC là tam giác đều cạnh $a\Rightarrow AI\perp BC$ tại I và $AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\left.\begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \\ AI \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow SA \perp BC \Big\} \Rightarrow SI \perp BC$ tại I

$\left.\begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ Trong\ (SBC): SI \perp BC \\ Trong\ (ABC): AI \perp BC \end{array}\right\}$

$\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng SI và AI, và là góc $\widehat{SIA}$.

Xét ΔSAI vuông tại A: $\tan\widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60°$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $60°$.

Câu 32. Ông An gửi ngân hàng 150 triệu đồng với lãi suất 0,8%/tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn (lãi kép). Hỏi sau một năm số **tiền lãi** ông An thu được gần nhất với kết quả nào sau đây.

A. 165.051.000 đồng. **B.** 15.051.000 đồng.

C. 15.050.000 đồng. **D.** 165.050.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Sau một năm số tiền lãi ông An thu được là: $M = A.(1+r)^n - A$ (đồng).

Trong đó

A: Số tiền ông An gửi ngân hàng.

r: Lãi suất ngân hàng (%/tháng).

n: Tổng số tháng.

Vậy sau một năm $(n = 12)$ số tiền lãi ông An thu được là:

$M = 150.000.000(1 + 0{,}8\%)^{12} - 150.000.000 \approx 15.050.804{,}06$ (đồng) gần nhất với đáp án **D**

Câu 33. Cho số phức $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $1 + i\sqrt{3}$. **C.** $1 - i\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\overline{z} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \pi$ bằng

A. 4. **B. 1**. **C. 3**. **D. 2**.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục hoành là nghiệm phương trình

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Xét trên $[0;\pi]$ suy ra $x = \frac{\pi}{2}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx = 2$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;\ 1;\ 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 1 = 0$ nên bán kính

$R = d\big(A,(P)\big) = 2 \Rightarrow (S)$: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$.

C. $6x-2y-2z-1=0$. **D.** $3x+y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;1;2)$ và $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I(1;1;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-1)$ nên có phương trình là: $3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Câu 37. Nguyên hàm của hàm số $2x(1+3x^3)$ là

A. $x^2(x+x^3)+C$. **B.** $x^2(1+3x^2)+C$. **C.** $2x(x+x^3)+C$. **D.** $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\int 2x(1+3x^3)\mathrm{d}x=\int(2x+6x^4)\mathrm{d}x=x^2+\frac{6}{5}x^5+C=x^2\left(1+\frac{6}{5}x^3\right)+C$.

Câu 38. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{10}^3=120$.

Gọi A là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn có học sinh nữ,

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ $\Rightarrow n(\overline{A})=C_6^3=20$.

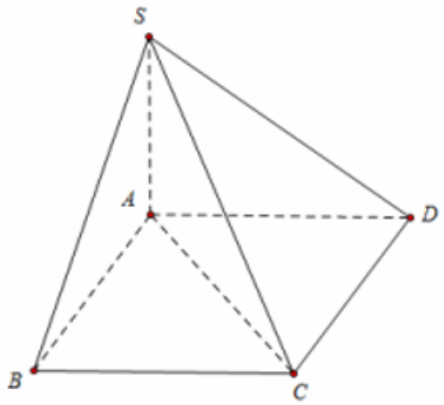
Vậy xác suất cần tìm $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\frac{5}{6}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) hợp với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do $\begin{cases}AD\perp CD\\SA\perp CD\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SDA)\Rightarrow CD\perp SD$

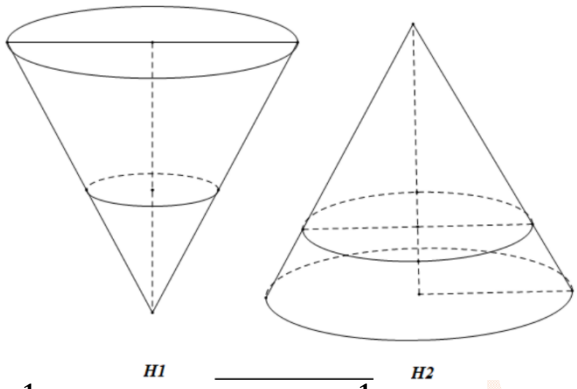
Ta có:

$\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\AD\subset(ABCD),AD\perp CD\Rightarrow\big((ABCD),(SCD)\big)=\widehat{SDA}=60^0\\SD\subset(SCD),SD\perp CD\end{cases}$

Khi đó $SA=AD.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40. Một cái phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là h. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu là $h_1 = \frac{\sqrt[3]{7}}{2}h$ (hình H_1). Ta bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H_2), gọi chiều cao của cột nước trong phễu ở hình H_2 là k. Tính $\frac{k}{h}$.



H1 H2

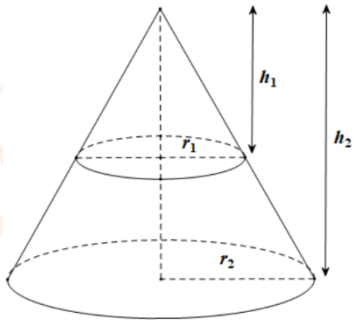
A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Trước hết ta chứng minh: Hai khối nón đồng dạng (như hình vẽ dưới đây) lần lượt có chiều cao h_1, h_2 có tỉ số thể tích là:

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3.$$



Thật vậy: Ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi {r_1}^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi {r_2}^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2.\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2.\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$.

Áp dụng vào bài toán:

+ Gọi thể tích khối nón có chiều cao h là V.

+ Thể tích phần chứa nước trong hình H_1 là thể tích khối nón có chiều cao h_1: $V_1 = \left(\frac{h_1}{h}\right)^3.V = \frac{7}{8}V$.

+ Thể tích phần không chứa nước trong hình H_2 là thể tích khối nón có chiều cao $h-k$: $V_2 = V - \frac{7}{8}V = \frac{V}{8}$.

Do đó ta có: $\frac{V_2}{V} = \left(\frac{h-k}{h}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{h-k}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{k}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{k}{h} = \frac{1}{2}$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2-x} + 9^{3-2x} + x^2 + 6 \le 4^{2x-3} + 3^{x-x^2} + 5x$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 5. **B.** 25. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-x} + 3^{6-4x} + x^2 + 6 \le 2^{4x-6} + 3^{x-x^2} + 5x$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-x} - 3^{x-x^2} + (x^2 - x) \le 2^{4x-6} - 3^{6-4x} + (4x-6);\ (1)$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t - 3^{-t} + t$ trên tập $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = 2^t.\ln 2 + 3^{-t}.\ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó:
Bất phương trình $(1) \Leftrightarrow f(x^2-x) \le f(4x-6) \Leftrightarrow x^2-x \le 4x-6 \Leftrightarrow 2 \le x \le 3$.
Mặt khác $x \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{2;\ 3\}$.
Vậy tổng cần tìm là $2^2+3^2 = 13$.

Câu 42. Cho z và w là hai số phức liên hợp của nhau đồng thời thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z-w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $1 \le |z| \le 3$. **B.** $|z| < 1$. **C.** $|z| > 4$. **D.** $3 < |z| < 4$.

Lời giải

Chọn A
Đặt $z = x+yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ ta được $w = x-yi$. Điều kiện $x^2+y^2 \ne 0$.
$+ |z-w| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2yi| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow y^2 = 3 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}$.
$+ \frac{z}{w^2} = \frac{x+yi}{x^2-y^2-2xyi} = \frac{(x+yi)(x^2-y^2+2xyi)}{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2} = \frac{x^3-3xy^2+(3x^2y-y^3)i}{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2}$
Vì $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $3x^2y-y^3 = 0 \Leftrightarrow y(3x^2-y^2) = 0 \xrightarrow{y^2=3} x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow |z| = 2$.
Vậy $1 \le |z| \le 3$.

Câu 43. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?
A. 3**B.** 4**C.** 6**D.** 5

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g(t) = f'(t) = 12t^2 - 2t^3$, $g'(t) = 24t - 6t^2$, $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 4 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(t)$, ta thấy $\max\limits_{(0;+\infty)} g(t) = g(4) = 64$.

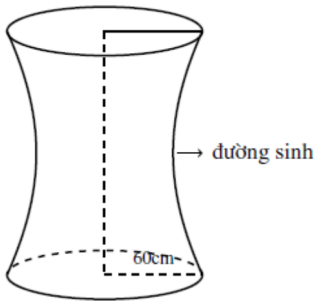
Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 4.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$.
A. $-1 \le m < 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m \ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ 0 \le m < 2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D
Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Rightarrow t \in (-1; 0)$. Khi đó ta có $t'_x = \frac{1}{\cos^2 x} > 0\ \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.
Do đó tính đồng biến của hàm số $y = \frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ giống như hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}$.
Xét hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}\ \forall t \in (-1; 0)$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{m\}$
Ta có $f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$.
Để hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t) > 0\ \forall t \in (-1; 0)$
$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0\ \forall t \in (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1] \cup [0; 2)$
CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x-m)-(\tan x-2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x-m)^2}$
Ta nhập vào máy tính thằng y' \CALC\Calc $x = -\frac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc) $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$
\ = \ m =? 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Câu 45. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng $80cm$, độ dài trục bé bằng $60cm$ và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng $60cm$. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

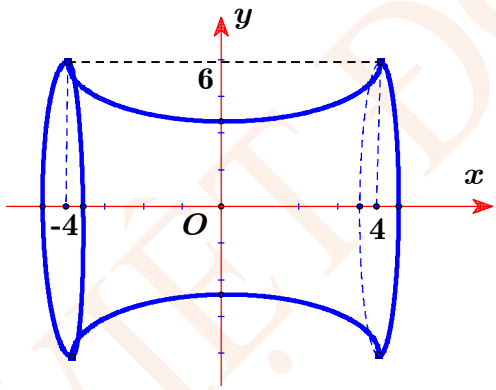


A. $V = 344964cm^3$. **B.** $V = 208347cm^3$.
C. $V = 208346cm^3$. **D.** $V = 344963cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta thấy elip có tâm $I(0;6)$, độ dài trục lớn $8dm$ và độ dài trục nhỏ $6dm$.



Suy ra đường sinh chiếc trống thuộc elip có phương trình: $\frac{x^2}{4^2}+\frac{(y-6)^2}{3^2}=1 \Rightarrow y=-3\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}+6$.

Khối tròn xoay giới hạn bởi $\begin{cases} y=-3\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}+6 \\ y=0 \\ x=4 \\ x=-4 \end{cases}$.

Ta có thể tích chiếc trống: $V=\pi\int_{-4}^{4}\left(-3\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}+6\right)^2 dx \approx 344{,}9636dm^3 \approx 344964cm^3$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn hệ thức $|z_1-2|=|z_2 3+2i|=R$, với số thực dương cố định R. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|2z_1+iz_2|$ bằng 1 và giá trị lớn nhất của P bằng M. Giá trị M tương ứng bằng.

A. 5 **B.** $6\sqrt{5}-1$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $1+4\sqrt{5}$

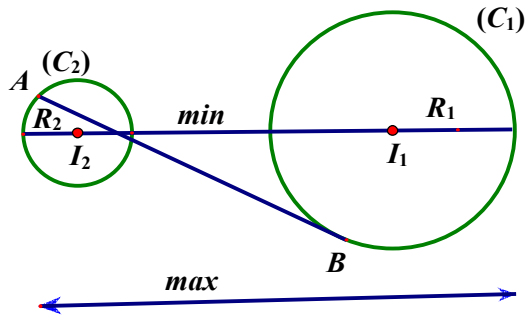
Lời giải

Chọn B

Khoảng cách hóa mô đun như sau: $P=|2z_1+iz_2|=|2z_1-(-iz_2)|=|u-v|$

Trong đó $u=2z_1$; được suy ra từ giả thiết: $|z_1-2|=R \Leftrightarrow |2z_1-4|=2R=|u-4|$, biểu diễn bởi điểm A nằm trên đường tròn (C_1) có tâm $I_1(4;0)$ và bán kính $R_1=2R$.

Số phức $v=-iz_2$; được suy ra từ giả thiết: $|z_2-3+2i|=R \Leftrightarrow |-iz_2+3i-2|=R=|v+2+3i|$; được biểu diễn bởi điểm B nằm trên đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-2;-3)$ và bán kính $R_2=R$.



Từ giả thiết cho giá trị nhỏ nhất của $P = AB = |2z_1 + iz_2| = |2z_1 - (-iz_2)| = |u - v|$ bằng 1. Suy ra hai đường tròn này không cắt nhau (nằm ngoài nhau). Suy ra;

$P_{\min} = AB_{\min} = I_1I_2 - R_1 - R_2 = 3\sqrt{5} - 3R = 1 \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{5}-1}{3}$

$P_{\max} = AB_{\max} = I_1I_2 + R_1 + R_2 = 3\sqrt{5} + 3R = 6\sqrt{5} - 1.$

$4\sqrt{5}.$

$1 + 4\sqrt{5}.$

$\sqrt{5}.$

$6\sqrt{5} - 1.$

Câu 47. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

A. 2018. **B.** 2013. **C.** 8. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \le 0, \forall x \in (a; b)$ (rõ ràng dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm). Có: $\Delta = m^2 - 6m + 9 = (m-3)^2$.

TH1: $\Delta \le 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \ge 0; \forall x \in \mathbb{R}$. (không thỏa mãn yêu cầu).

TH2: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \ne 3 \Rightarrow y'$ có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_2 > x_1)$.

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Yêu cầu đề bài: $\Leftrightarrow x_2 - x_1 > 3 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 > 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P > 9.$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-2) > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ m < 0 \end{array}\right.$$

Do m nguyên thuộc khoảng $(0; 2020)$ nên $m \in \{7; 8; 9; \ldots; 2019\}$.

Vậy số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0; 2020)$ là 2013

Câu 48. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{3(x+y)}{x^2+y^2+xy+3} = x^2 + y^2 + xy - 6(x+y) + 2$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x+3y+2}{x+y+1}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $(M + m)$ bằng

A. $\frac{26}{5}$. **B.** $\frac{40}{13}$. **C.** $\frac{60}{13}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta biến đổi hàm đặc trưng dạng phương trình hay gặp:

◆ $\log_2 \frac{3(x+y)}{x^2+y^2+xy+3} = x^2 + y^2 + xy - 6(x+y) + 2 \Leftrightarrow 1 + \log_2 \frac{3(x+y)}{x^2+y^2+xy+3} = x^2 + y^2 + xy - 6(x+y) + 3$

$\Leftrightarrow 6(x+y) + \log_2 6(x+y) = (x^2 + y^2 + xy + 3) + \log_2 (x^2 + y^2 + xy + 3) \Leftrightarrow f(6x+6y) = f(x^2 + y^2 + xy + 3)$ ◆ Xét hàm đặc trưng $f(t) = \log_2 t + t \Rightarrow f' = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với $t > 0$. Suy ra hàm số đơn điệu tăng.

◆ Suy ra $x^2 + y^2 + xy + 3 = 6x + 6y$ (*)

◆ Đưa hệ thức trên về dạng chuẩn với kỹ năng như sau: đặt $\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \end{cases}$ (bỏ qua điều kiện)

◆ Suy ra $(*) \Leftrightarrow (u+v)^2+(u-v)^2-(u+v)(u-v)+3=6(u+v)+6(u-v)$

◆ $\Leftrightarrow 3(u-2)^2+v^2=9$. Đến đây đặt $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos t+2 \\ y=3\sin t \end{cases}$

◆ Biểu thức $P=\frac{2x+3y+2}{x+y+1}=\frac{2(u+v)+3(u-v)+2}{(u+v)+(u-v)+1}=\frac{5u-2v+2}{2u+1}=\frac{5(\sqrt{3}\cos t+2)-2.3\sin t+2}{2(\sqrt{3}\cos t+2)+1}$.

◆ $P=\frac{5\sqrt{3}\cos t-6\sin t+12}{2\sqrt{3}\cos t+5} \Leftrightarrow (2\sqrt{3}P-5\sqrt{3})\cos t+3\sin t=12-5P$.

◆ Điều kiện có nghiệm $(2\sqrt{3}P-5\sqrt{3})^2+9 \geq (12-5P)^2 \Leftrightarrow \frac{30-2\sqrt{30}}{13} \leq P \leq \frac{30+2\sqrt{30}}{13}$.

◆ Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P là: $\begin{cases} M=\max=\frac{30+2\sqrt{30}}{13} \\ m=\min=\frac{30-2\sqrt{30}}{13} \end{cases}$.

◆ Suy ra $(M+m)=\frac{60}{13}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một (P) đi qua điểm $M(2;2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho mặt cầu tâm $I(m;n;p)$ ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị $2m+n+q$ bằng bao nhiêu?

A. 12. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ $(a,b,c>0)$ Khi đó (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính $R=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$

Thể tích khối cầu là: $V_{(S)}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\frac{\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}}{8}=\frac{\pi}{6}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}$

(P) đi qua $M(2;2;2)$ nên thỏa mãn: $\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}=1 \Leftrightarrow 2bc+2ac+2ab=abc$.

Ta có: $abc=2bc+2ac+2ab \geq 3\sqrt[3]{8(abc)^2} \Leftrightarrow (abc)^3 \geq 27.8(abc)^2$

$\Leftrightarrow abc \geq 216$

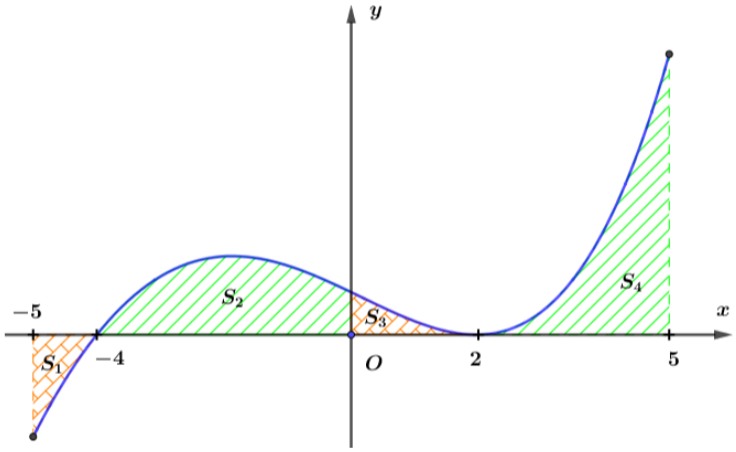
Ta có $a^2+b^2+c^2 \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2}=3\sqrt[3]{216^2}=108 \Rightarrow V_{(S)} \geq 108\pi\sqrt{3}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a=b=c \\ \frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=6 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow I(3;3;3)$.

Suy ra $\min V_{(S)}=108\pi\sqrt{3} \Leftrightarrow I(3;3;3)$.

Vậy $2m+n+q=12$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C). Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là diện tích các phần hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) với các trục tọa độ và các đường thẳng $x=-5, x=5$ như hình vẽ. Biết $S_2-S_4=S_3-S_1$. Tính $I=\int_0^2[5f(5-5x)+4(x-2)f(x^2-4x)]dx$.



A. $\frac{6}{5}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{23}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Từ giả thiết $S_3 - S_1 = S_2 - S_4$ và dựa vào đồ thị (C) ta có:

$\int_0^2 f(x)dx - \int_{-5}^{-4} -f(x)dx = \int_{-4}^0 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$

$\Rightarrow \int_{-5}^{-4} f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = \int_{-4}^0 f(x)dx$

$\Rightarrow \int_{-5}^{-4} f(x)dx + \int_{-4}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 2\int_{-4}^0 f(x)dx$

$\Rightarrow \int_{-5}^5 f(x)dx = 2\int_{-4}^0 f(x)dx$

Xét $I = \int_0^2 [5f(5-5x) + 4(x-2)f(x^2-4x)]dx$

$= \int_0^2 5f(5-5x)dx + \int_0^2 4(x-2)f(x^2-4x)dx = J + K$

Đặt $t = 5 - 5x \Rightarrow dt = -5dx \Rightarrow J = \int_5^{-5} -f(t)dt = \int_{-5}^5 f(t)dt$

Đặt $u = x^2 - 4x \Rightarrow dt = 2(x-2)dx \Rightarrow K = 2\int_0^{-4} f(t)dt = -2\int_{-4}^0 f(t)dt$

$\Rightarrow I = J + K = \int_{-5}^5 f(t)dt - 2\int_{-4}^0 f(t)dt = 0.$

Cách 2:

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-5;\ 5]$.

Từ giả thiết $S_2 - S_4 = S_3 - S_1$ và dựa vào đồ thị (C) ta có:

$\Rightarrow \int_0^2 f(x)dx - \int_{-5}^{-4} -f(x)dx = \int_{-4}^0 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$

$\Rightarrow F(2) - F(0) - [F(-5) - F(-4)] = F(0) - F(-4) - [F(5) - F(2)]$

$\Rightarrow F(5) - F(-5) + 2[F(-4) - F(0)] = 0$

Ta có:

$I = \int_0^2 [5f(5-5x) + 4(x-2)f(x^2-4x)]dx$

$= \int_0^2 5f(5-5x)dx + \int_0^2 4(x-2)f(x^2-4x)dx$

$= \int_0^2 -f(5-5x)d(5-5x) + 2\int_0^2 f(x^2-4x)d(x^2-4x)$

$= -F(5-5x)|_0^2 + 2F(x^2-4x)|_0^2 = -F(-5) + F(5) + 2[F(-4) - F(0)] = 0$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 028

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{100x} \geq 4^{200}$ là
A. $(-\infty; 4]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $[4; +\infty)$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ?
A. C_3^3. **B.** A_{10}^3. **C.** P_3. **D.** C_{10}^3.

Câu 3. Hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x - 2$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?
A. $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 6i$ và $z_2 = 1 - 5i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng
A. i. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $-i$.

Câu 5. Một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h. Thể tích khối chóp bằng
A. Bh. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** $\frac{4}{3}Bh$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2u_2 - n + 3$. Số hạng đầu tiên của dãy số bằng:
A. 0. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 3.

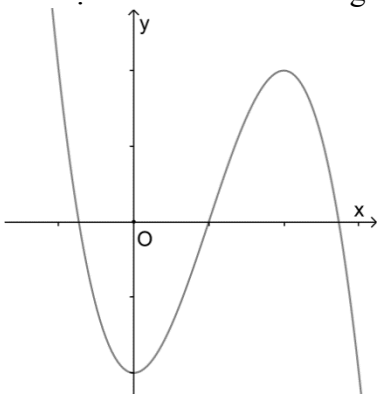
Câu 7. Diện tích của mặt cầu có bán kính 3m là
A. $12\pi(m^2)$. **B.** $9\pi(m^2)$. **C.** $36\pi(m^2)$. **D.** $3\pi(m^2)$.

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 3, \int_3^5 f(x)dx = 7$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng
A. 10. **B.** -4. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 9. Phương trình: $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là
A. $x = \frac{25}{3}$. **B.** 87. **C.** $x = \frac{29}{3}$. **D.** $x = \frac{11}{3}$.

Câu 10. Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và $\log_a\sqrt{2} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_2 a$.
A. $T = \frac{2}{3}$. **B.** $T = \frac{1}{9}$. **C.** $T = \frac{3}{2}$. **D.** $T = \frac{1}{6}$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + y + z - 1 = 0$?
A. $Q(0; 1; 0)$. **B.** $M(1; 1; 2)$. **C.** $N(0; 0; 1)$. **D.** $P\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}(2;-1;2)$.**B.** $\overrightarrow{u_4}(-1;-2;-3)$.**C.** $\overrightarrow{u_1}(1;2;3)$.**D.** $\overrightarrow{u_2}(2;1;2)$.

Câu 15. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}.\sin x dx$ bằng.

A. e. **B.** $1-e$. **C.** $e-1$. **D.** $e+1$.

Câu 16. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $3a$. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

A. $\frac{27\pi a^2}{4}$. **B.** $9\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{9\pi a^2}{4}$.

Câu 17. Trên khoảng $(0;+\infty)$,đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{2}}$là

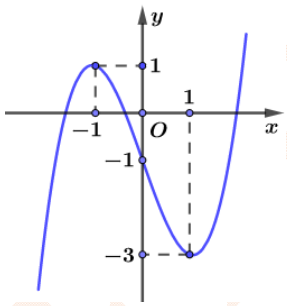
A. $y'=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $y'=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **C.** $y'=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y'=\frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+\cos x+2019$ là

A. $e^x-\sin x+C$. **B.** $e^x+\sin x+2019x+C$.

C. $e^x-\sin x+2019x+C$. **D.** $e^x+\sin x+2019+C$.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 20. Giá trị của tích phân $\int_{2^{2019}}^{2^{2020}} dx$ bằng

A. 2^{2019}.**B.** 0.**C.** 20212022.**D.** 2^{2018}.

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính iz_0.

A. $iz_0=3-i$. **B.** $iz_0=-3i+1$. **C.** $iz_0=-3-i$. **D.** $iz_0=3i-1$.

Câu 22. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

A. $2+\sqrt{3}\,i$. **B.** $3+i$. **C.** $1-i$. **D.** $-3i$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2;1;0)$ và $A(1;1;0), B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

A. $(3;-1;-5)$. **B.** $(-12;0;8)$. **C.** $(4;2;-1)$. **D.** $(-6;-2;0)$.

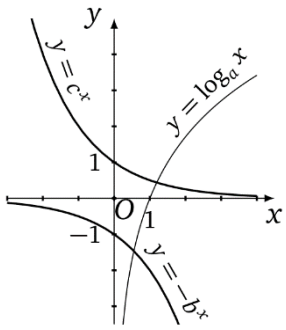
Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x)=-x^2-1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $f(0)<f(-1)$.**B.** $f(1)<f(2)$.**C.** $f(3)>f(2)$.**D.** $f(1)>f(0)$.

Câu 25. Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 36. **B.** 27. **C.** 16. **D.** 24.

Câu 26. Xét các hàm số $y=\log_a x$, $y=-b^x$, $y=c^x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\log_a \frac{b}{c} > 0$. **B.** $\log_b \frac{a}{c} < 0$.
C. $\log_c(a+b) > 1 + \log_c 2$. **D.** $\log_{ab} c > 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(1\,;\,1\,;\,2)$. **B.** $(0\,;\,1\,;\,-2)$. **C.** $(0\,;\,-2\,;\,4)$. **D.** $(0\,;\,-1\,;\,2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	-1

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là
A. $y = -1$. **B.** $y = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -2$.

Câu 29. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{3x-1}$?
A. $3\ln|3x-1| + C$. **B.** $-\frac{1}{3}\ln|3x-1| + C$. **C.** $\frac{1}{3}\ln|3x-1| + C$. **D.** $\ln|3x-1| + C$

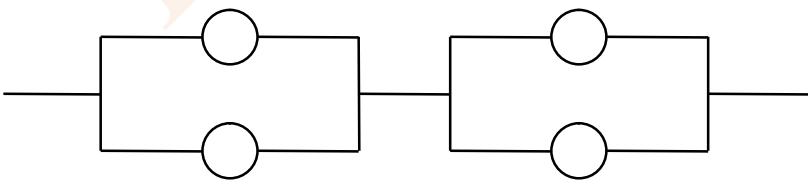
Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - 7 + i = 0$. Số phức liên hợp của số phức z là
A. $\overline{z} = 3 - 4i$. **B.** $\overline{z} = 4 - 3i$. **C.** $\overline{z} = 3 + 4i$. **D.** $\overline{z} = 4 + 3i$.

Câu 31. Diện tích tính phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là
A. $S = 4$. **B.** $S = 16$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 12$.

Câu 32. Một người mỗi đầu tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lại suất 0,6 % mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 15 thì người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?
A. 613.000. **B.** 535.000. **C.** 635.000. **D.** 643.000.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;\,0;\,1)$, $B(4;\,2;\,5)$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là
A. $3x - y + 2z - 10 = 0$. **B.** $3x + y + 2z + 10 = 0$.
C. $3x + y - 2z - 10 = 0$. **D.** $3x + y + 2z - 10 = 0$.

Câu 34. Cho mạch điện gồm 4 bóng đèn, xác xuất hỏng của mỗi bóng là 0,05. Tính xác suất để khi cho dòng điện chạy qua mạch điện thì mạch điện sáng (có ít nhất một bóng sáng).

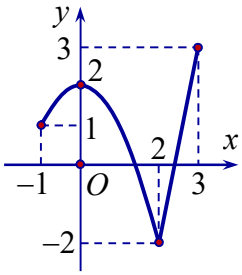


A. 0,99500635. **B.** 0,99750635. **C.** 0,99500625. **D.** 0,99750625.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ có số đo là

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$liên tục trên đoạn $[-1;3]$và có đồ thị như hình bên. Gọi Mvà mlần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$bằng



A. 4. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ AD đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Câu 39. Cho số phức $z = 2 + mi$ $(m \in \mathbb{R})$ thỏa $(2z - i)(2\overline{z} - 2)$ là số thực. Giá trị $|2z - 3|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

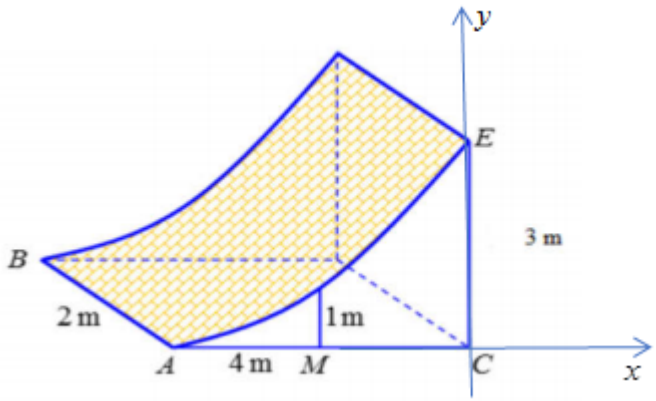
Câu 40. Một chiếc ly hình nón chứa đầy rượu có chiều cao 9 cm. Người ta uống đi một phần rượu sao cho chiều cao phần rượu còn lại bằng một phần ba chiều cao ban đầu. Số phần rượu đã được uống là

A. $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{26}{27}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 41. Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\sqrt{15.2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 42. Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3 m. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2$ m. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4$ m, $CE = 3$ m và cạnh cong AE nằm trên một đường Parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1 m



Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.

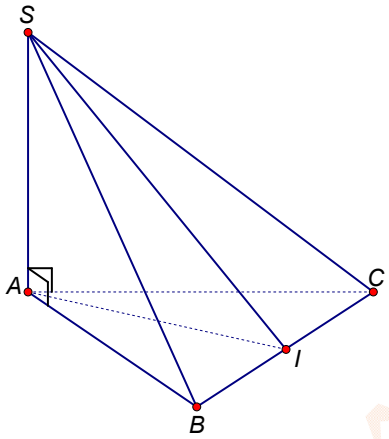
A. 9,5 m^3. **B.** 10,5 m^3. **C.** 9,3 m^3. **D.** 10 m^3.

Câu 43. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

A. $-1 < m < 2$. **B.** $1 \leq m < 2$.

C. $m < 1$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \geq 1$.

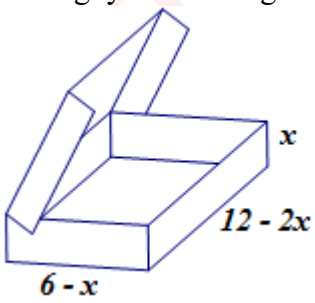
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

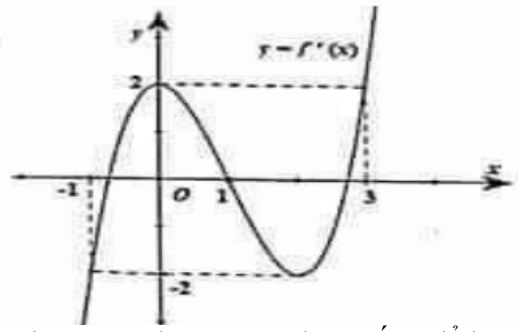
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 45. Một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị V_0 bằng



A. $V_0 = 16$ (đvtt). **B.** $V_0 = 48$ (đvtt). **C.** $V_0 = 64$ (đvtt). **D.** $V_0 = \frac{64}{3}$ (đvtt).

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2020$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 20. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 47. Cho hai số phức z, z' thỏa mãn $|z+5| = 5$ và $|z'+1-3i| = |z'-3-6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-z'|$.

A. $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\sqrt{10}$.

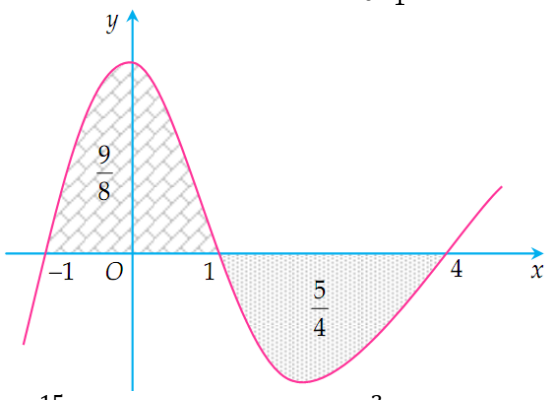
Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Gọi $\vec{n}=(1;a;b)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P). Tính $S=a^3-2b$.

A. $S=-\frac{15}{8}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=6$.

Câu 49. Cho các số thực x,y thỏa mãn $\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right)-\log_2 y=2x+2y+xy-5$. Hỏi giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+xy$ là bao nhiêu?

A. $24-16\sqrt{2}$. **B.** $36-24\sqrt{2}$. **C.** $30-20\sqrt{2}$. **D.** $33-22\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích 2 hình tạo bởi $f'(x)$ và trục hoành là $\frac{9}{8},\frac{5}{4}, f(1)=3$. Tính giá trị của tích phân $\int_{-1}^{4} f'(x)f(x)dx$



A. $\frac{15}{29}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{29}{128}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	B	B	A	C	A	C	D	D	D	A	A	C	A	C	B	A	A	C	D	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	C	C	C	C	D	C	B	B	D	D	B	C	A	C	B	D	B	B	B	B	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{100x} \geq 4^{200}$ là

A. $(-\infty; 4]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $[4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$2^{100x} \geq 4^{200} \Leftrightarrow 2^{100x} \geq 2^{400} \Leftrightarrow 100x \geq 400 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Vậy $S = [4; +\infty)$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ?

A. C_3^3. **B.** A_{10}^3. **C.** P_3. **D.** C_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh là C_{10}^3.

Câu 3. Hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x - 2$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

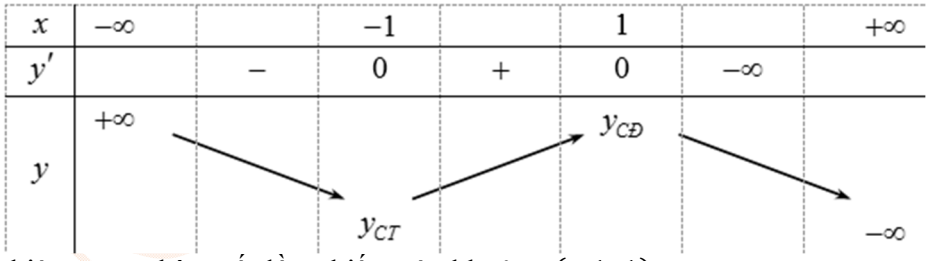
Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = -x^2 + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 6i$ và $z_2 = 1 - 5i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. i. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 + i$.

Vậy phần ảo của $z_1 + z_2$ bằng 1.

Câu 5. Một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h. Thể tích khối chóp bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** $\frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h có thể tích là $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2u_2 - n + 3$. Số hạng đầu tiên của dãy số bằng:

A. 0. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$n = 2 \Rightarrow u_2 = 2u_2 - 2 + 3 \Leftrightarrow u_2 = -1$
$n = 1 \Rightarrow u_1 = 2u_2 - 1 + 3 \Leftrightarrow u_1 = 0$
Vậy số hạng đầu tiên $u_1 = 0$

Câu 7. Diện tích của mặt cầu có bán kính 3m là
A. $12\pi(m^2)$. **B.** $9\pi(m^2)$. **C.** $36\pi(m^2)$. **D.** $3\pi(m^2)$.

Lời giải

Chọn C
Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 36\pi(m^2)$

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 3, \int_3^5 f(x)dx = 7$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng
A. 10. **B.** -4. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A
Ta có: $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 3 + 7 = 10$.

Câu 9. Phương trình: $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là
A. $x = \frac{25}{3}$. **B.** 87. **C.** $x = \frac{29}{3}$. **D.** $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

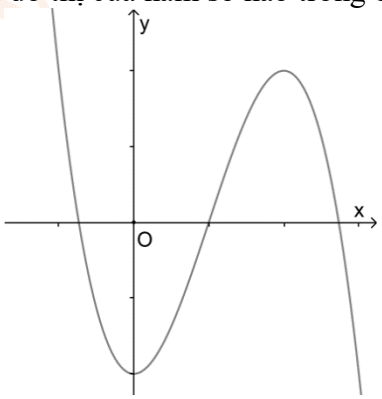
Chọn C
Điều kiện: $x > \frac{2}{3}$.
Khi đó, phương trình tương đương $3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Câu 10. Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a\sqrt{2} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_2 a$.
A. $T = \frac{2}{3}$. **B.** $T = \frac{1}{9}$. **C.** $T = \frac{3}{2}$. **D.** $T = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D
Ta có $\log_a\sqrt{2} = 3 \Leftrightarrow \log_a 2^{\frac{1}{2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_a 2 = 3 \Leftrightarrow \log_a 2 = 6 \Rightarrow \log_2 a = \frac{1}{6}$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn D
+ Từ hình vẽ ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại các đáp án C, D.
+ Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; -2)$ nên loại đáp án A.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

TXĐ $\boldsymbol{D = R\backslash\{-1\}}$

Ta có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$ ⇒hàm số không có điểm cực trị.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + y + z - 1 = 0$?

A. $Q(0;1;0)$. **B.** $M(1;1;2)$. **C.** $N(0;0;1)$. **D.** $P\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm Q, M, N, P vào phương trình của hai mặt phẳng (α) và (β), ta thấy tọa độ điểm Q thoả mãn cả hai phương trình:

$\begin{cases} 2.0 + 1 - 0 - 1 = 0 \\ 2.0 + 1 + 0 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q \in (\alpha) \\ Q \in (\beta) \end{cases}$ ⇒ điểm Q thuộc hai mặt phẳng (α) và (β).

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}(2;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}(-1;-2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(2;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Có $\vec{u}_3(2;-1;2)$ là vectơ chỉ phương của d

Câu 15. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}.\sin x dx$ bằng.

A. e. **B.** $1 - e$. **C.** $e - 1$. **D.** $e + 1$.

Lời giải

Chọn C

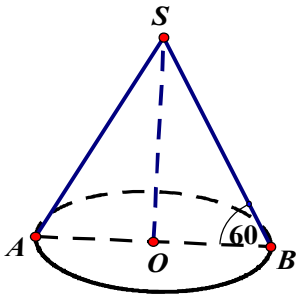
$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}.\sin x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} d(\cos x) = e^{\cos x}|_{\frac{\pi}{2}}^{0} = e - 1.$

Câu 16. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $3a$. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

A. $\frac{27\pi a^2}{4}$. **B.** $9\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{9\pi a^2}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $3a$ nên bán kính đường tròn đáy của hình nón bằng $r = OB = \frac{3a}{2}$. Khi đó đường sinh của hình nón bằng $l = SB = 3a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón bằng:

$S_{tp} = S_{đ} + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r l = \pi\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \pi.\frac{3a}{2}.3a = \frac{27\pi a^2}{4}.$

Câu 17. Trên khoảng $(0;+\infty)$,đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$là

A. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **C.** $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có trên khoảng $(0;+\infty)$ $y' = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)' = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+\cos x+2019$ là

A. $\mathrm{e}^x-\sin x+C$. **B.** $\mathrm{e}^x+\sin x+2019x+C$.

C. $\mathrm{e}^x-\sin x+2019x+C$. **D.** $\mathrm{e}^x+\sin x+2019+C$.

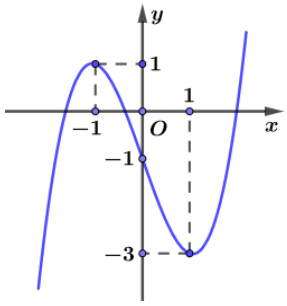
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int(\mathrm{e}^x+\cos x+2019)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\sin x+2019x+C$.

Vậy họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+\cos x+2019$ là $\mathrm{e}^x+\sin x+2019x+C$.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-2$ có ba nghiệm thực.

Câu 20. Giá trị của tích phân $\int_{2^{2019}}^{2^{2020}}\mathrm{d}x$ bằng

A. 2^{2019}.**B.** 0.**C.** 20212022.**D.** 2^{2018}.

Lời giải

Chọn A

• $\int_{2^{2019}}^{2^{2020}}\mathrm{d}x=x\big|_{2^{2019}}^{2^{2020}}=2^{2020}-2^{2019}=2^{2019}$.

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính iz_0.

A. $iz_0=3-i$. **B.** $iz_0=-3i+1$. **C.** $iz_0=-3-i$. **D.** $iz_0=3i-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2+2z+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+3i\\z=-1-3i\end{array}\right.\Rightarrow z_0=-1+3i\Rightarrow iz_0=-3-i$.

Câu 22. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

A. $2+\sqrt{3}\,i$. **B.** $3+i$. **C.** $1-i$. **D.** $-3i$.

Lời giải

Chọn D

Số thuần ảo là số có dạng $bi,(b\in\mathbb{R})$. Trong các đáp án ta thấy $-3i$ là số thuần ảo. Chọn D

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2;1;0)$ và $A(1;1;0),B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

A. $(3;-1;-5)$. **B.** $(-12;0;8)$. **C.** $(4;2;-1)$. **D.** $(-6;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Vì G là trọng tâm ΔABC nên:

$$\begin{cases}x_C=3x_G-x_A-x_B\\y_C=3y_G-y_A-y_B\\z_C=3z_G-z_A-z_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=3.2-1-2=3\\y_C=3.1-1-3=-1\\z_C=3.0-0-5=-5\end{cases}$$

Do đó: $C(3;-1;-5)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x)=-x^2-1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $f(0) < f(-1)$.**B.** $f(1) < f(2)$.**C.** $f(3) > f(2)$.**D.** $f(1) > f(0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = -x^2 - 1 < 0 \ \forall x \in IR \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên IR.

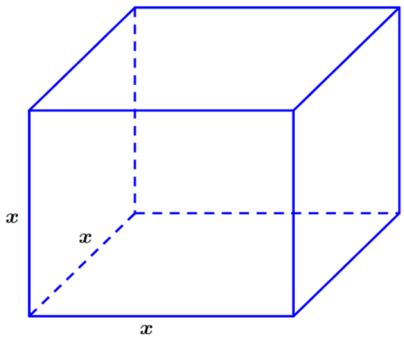
Ta có $f(0) < f(-1)$ là mệnh đề đúng.

Câu 25. Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 36. **B.** 27. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D



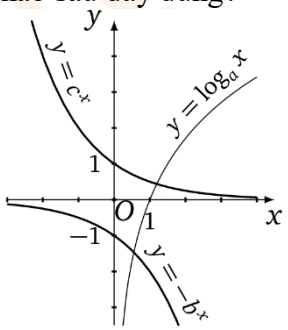
Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương.

Khi đó hình lập phương có thể tích là $V = x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

Hình lập phương có tất cả 6 mặt đều là hình vuông có cạnh x.

Vậy tổng diện tích các mặt của hình lập phương là $S = 6.x^2 = 6.2^2 = 24$.

Câu 26. Xét các hàm số $y = \log_a x$, $y = -b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\log_a \frac{b}{c} > 0$. **B.** $\log_b \frac{a}{c} < 0$.

C. $\log_c(a+b) > 1 + \log_c 2$. **D.** $\log_{ab} c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra $a > 1$, $b > 1$, $0 < c < 1$.

Suy ra $\frac{b}{c} > 1$ và do đó $\log_a \frac{b}{c} > 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1\ ;\ 1\ ;\ 2)$. **B.** $(0\ ;\ 1\ ;\ -2)$. **C.** $(0\ ;\ -2\ ;\ 4)$. **D.** $(0\ ;\ -1\ ;\ 2)$.

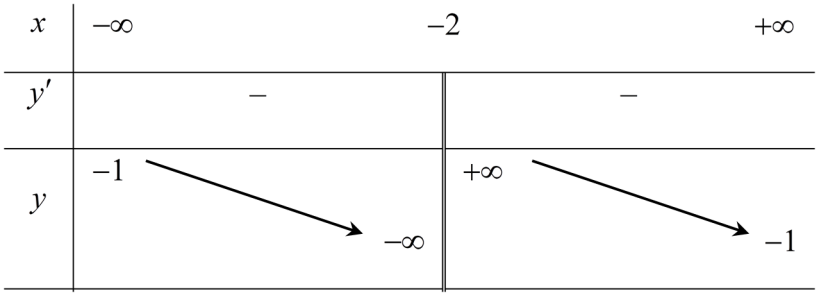
Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$.

Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(0\ ;\ 1\ ;\ -2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 29. Tìm nguyên hàm $I=\int\frac{dx}{3x-1}$?

A. $3\ln|3x-1|+C$. **B.** $-\frac{1}{3}\ln|3x-1|+C$. **C.** $\frac{1}{3}\ln|3x-1|+C$. **D.** $\ln|3x-1|+C$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$I=\int\frac{dx}{3x-1}=\frac{1}{3}\int\frac{d(3x-1)}{3x-1}$$

Áp dụng công thức $\int\frac{dx}{x}=\ln|x|+C$ ta có

$$I=\int\frac{dx}{3x-1}=\frac{1}{3}\int\frac{d(3x-1)}{3x-1}=\frac{1}{3}\ln|3x-1|+C$$

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z-7+i=0$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\overline{z}=3-4i$. **B.** $\overline{z}=4-3i$. **C.** $\overline{z}=3+4i$. **D.** $\overline{z}=4+3i$.

Lời giải

Chọn C

$(1+i)z-7+i=0\Leftrightarrow z=\frac{7-i}{1+i}=3-4i\Leftrightarrow\overline{z}=3+4i.$

Câu 31. Diện tích tính phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x)=x^3-3x+2;\ g(x)=x+2$ là

A. $S=4$. **B.** $S=16$. **C.** $S=8$. **D.** $S=12$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị là $x^3-3x+2=x+2\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$S=\int_{-2}^{2}|x^3-3x+2-x-2|dx=\int_{-2}^{2}|x^3-4x|dx=\int_{-2}^{0}|x^3-4x|dx+\int_{0}^{2}|x^3-4x|dx$

$=\int_{-2}^{0}(x^3-4x).dx+\int_{0}^{2}(4x-x^3).dx=\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{-2}^{0}+\left(2x^2-\frac{x^4}{4}\right)\Big|_{0}^{2}=4+4=8.$

Câu 32. Một người mỗi đầu tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lại suất 0,6 % mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 15 thì người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 613.000. **B.** 535.000. **C.** 635.000. **D.** 643.000.

Lời giải

Chọn C

Xét bài toán: Mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lại suất r % mỗi tháng.

Cuối tháng thứ nhất người đó có số tiền là: $T_1=T(1+r)$.

Cuối tháng thứ hai người đó có: $T_2 = [T(1+r)+T](1+r) = T(1+r)^2 + T(1+r)$.

...

Cuối tháng thứ n người đó có: $T_n = \frac{T(1+r)}{r}[(1+r)^n - 1] \Leftrightarrow T = \frac{T_n.r}{(1+r)[(1+r)^n-1]}$.

Vậy cuối tháng thứ 15 người đó có số tiền là 10 triệu đồng $\Leftrightarrow T = \frac{10.10^6.0{,}006}{(1+0{,}006)[(1+0{,}006)^{15}-1]} \approx$ 635 000 đồng.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;\ 0;\ 1)$, $B(4;\ 2;\ 5)$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $3x - y + 2z - 10 = 0$. **B.** $3x + y + 2z + 10 = 0$.

C. $3x + y - 2z - 10 = 0$. **D.** $3x + y + 2z - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

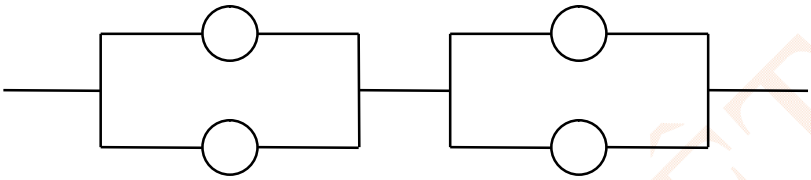
Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M(1;\ 1;\ 3)$.

$\overrightarrow{AB} = (6;\ 2;\ 4) = 2(3;\ 1;\ 2)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua $M(1;\ 1;\ 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;\ 1;\ 2)$.

phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3x + y + 2z - 10 = 0$.

Câu 34. Cho mạch điện gồm 4 bóng đèn, xác xuất hỏng của mỗi bóng là 0,05. Tính xác suất để khi cho dòng điện chạy qua mạch điện thì mạch điện sáng (có ít nhất một bóng sáng).



A. 0,99500635. **B.** 0,99750635. **C.** 0,99500625. **D.** 0,99750625.

Lời giải

Chọn C

Ta sử dụng biến cố đối là khi mạch không sáng và có các trường hợp xảy ra như sau:

TH1: Xác suất để 4 bóng hỏng là $(0{,}05)^4$

TH2: Xác suất để 3 bóng hỏng, 1 bóng sáng là $C_4^3(0{,}05)^3.0{,}95$.

TH3: Xác suất để 2 bóng hỏng, 2 bóng sáng là $2.(0{,}05)^2.(0.95)^2$.

Do đó xác suất để mạch điện sáng (có ít nhất 1 bóng sáng) là

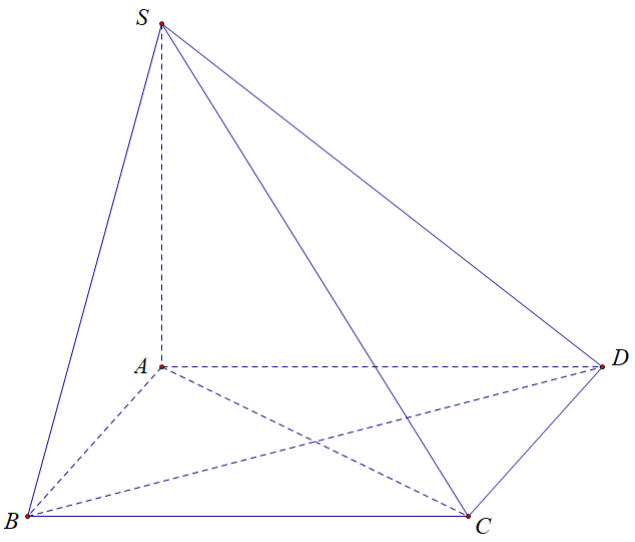
$1 - [(0{,}05)^4 + C_4^3(0.05)^3.0{,}95 + 2.(0{,}05)^2.(0{,}95)^2] = 0{,}99500625$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ có số đo là

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

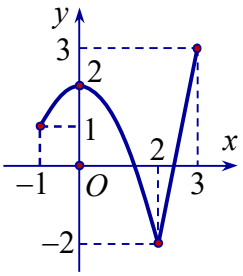
Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD)$ mà $SA \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$. Do đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ có số đo là $90°$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$liên tục trên đoạn $[-1;3]$và có đồ thị như hình bên. Gọi Mvà mlần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$bằng



A. 4. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$trên đoạn $[-1;3]$ta có:

$M = \max\limits_{[-1;3]} y = f(3) = 3$và $m = \min\limits_{[-1;3]} y = f(2) = -2$

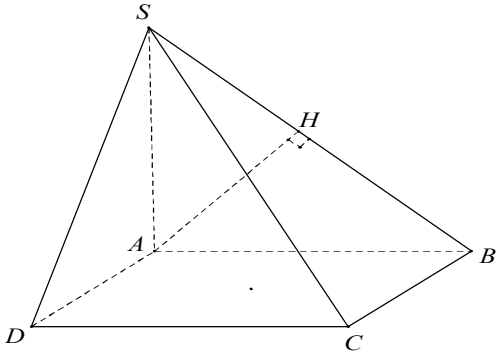
Khi đó $M - m = 5$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ AD đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AH \perp SB$. Ta có: $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Vậy $d(AD,(SBC)) = d(A,(SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính của mặt cầu là $R = d(I;(P)) = \frac{|2.1+2.2+4-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

Câu 39. Cho số phức $z=2+mi$ $(m\in\mathbb{R})$ thỏa $(2z-i)(2\overline{z}-2)$ là số thực. Giá trị $|2z-3|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=2+mi \Rightarrow \overline{z}=2-mi$.

Khi đó: $(2z-i)(2\overline{z}-2) = [4+(2m-1)i](2-2mi)$

$= 8-8mi+2(2m-1)i+2m(2m-1)$

$= 8+2m(2m-1)+[(4m-2)-8m]i$

$= (4m^2-2m+8)-(4m+2)i$.

Số phức $(2z-i)(2\overline{z}-2)$ là số thực khi $4m+2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.

Với $m=-\frac{1}{2}$: $z=2-\frac{1}{2}i$.

Do đó: $|2z-3| = \left|2\left(2-\frac{1}{2}i\right)-3\right| = |1-i| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$.

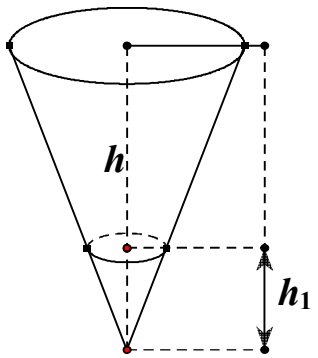
Kết luận: $|2z-3|=\sqrt{2}$.

Câu 40. Một chiếc ly hình nón chứa đầy rượu có chiều cao 9 cm. Người ta uống đi một phần rượu sao cho chiều cao phần rượu còn lại bằng một phần ba chiều cao ban đầu. Số phần rượu đã được uống là

A. $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{26}{27}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $h=9$ cm là chiều cao của ly, R là bán kính miệng ly.

Thể tích ly hình nón: $V=\frac{1}{3}.\pi R^2.9 = 3\pi R^2$.

Ký hiệu $h_1=\frac{1}{3}h=3$ cm là chiều cao và r là bán kính đường tròn tạo bởi mép rượu còn lại trong ly.

Thể tích phần rượu còn lại: $V_1=\frac{1}{3}.\pi r^2.3=\pi r^2$.

Ta có: $\frac{V_1}{V}=\frac{\pi r^2}{3\pi R^2}=\frac{1}{3}\left(\frac{r}{R}\right)^2$.

Mặt khác: $\frac{r}{R}=\frac{h_1}{h}=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}\left(\frac{r}{R}\right)^2=\frac{1}{27} \Leftrightarrow V_1=\frac{V}{27}$.

Thể tích phần rượu đã uống: $V_2 = V - V_1 = \frac{26}{27}V$.

Câu 41. Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\sqrt{15.2^{x+1}+1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2^x, t > 0$.

Bất phương trình trở thành: $\sqrt{30t+1} \geq |t-1| + 2t$ (1).

TH1: Xét $t \geq 1$.

Khi đó ta có bất phương trình (1) tương đương: $\sqrt{30t+1} \geq 3t - 1$ (2).

Với $t \geq 1 \Rightarrow 3t - 1 > 0$ nên bất phương trình (2) tương đương với: $30t + 1 \geq (3t-1)^2 \Leftrightarrow 9t^2 - 36t \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 4$, do $t \geq 1$ nên $1 \leq t \leq 4$ (a).

TH2: Xét $0 < t < 1$.

Khi đó ta có bất phương trình (1) tương đương: $\sqrt{30t+1} \geq t + 1$ (3).

Với $0 < t < 1 \Rightarrow t + 1 > 0$ nên bất phương trình (3) tương đương với: $30t + 1 \geq (t+1)^2 \Leftrightarrow t^2 - 28t \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 28$, do $0 < t < 1$ nên $0 < t < 1$ (b).

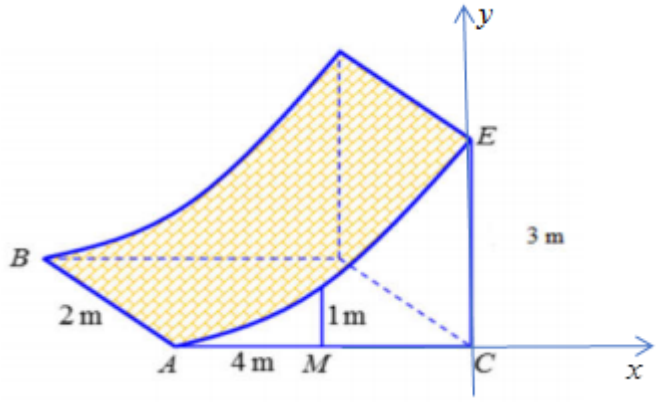
Từ (a) và (b) ta có nghiệm của (1) là: $0 < t \leq 4$.

Suy ra $0 < 2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Suy ra các nghiệm nguyên không âm của bất phương trình là $x \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 3 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3 m. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2$ m. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4$ m, $CE = 3$ m và cạnh cong AE nằm trên một đường Parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1 m



Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.

A. 9,5 m^3. **B.** 10,5 m^3. **C.** 9,3 m^3. **D.** 10 m^3.

Lời giải

Chọn C

Gắn hệ trục tọa độ xCy như hình vẽ. Gọi N là giao điểm của đường cong AE và đường thẳng đi qua M song song với EC.

Giả sử cạnh cong AE có phương trình $y = ax^2 + bx + c$.

Cạnh AE đi qua điểm các điểm $A(-4; 0)$, $E(0; 3)$, $N(-2; 1)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ c = 3 \\ 4a - 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{5}{4} \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow AC: y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{4}x + 3.$$

Ta có $S_{AEC} = \int_{-4}^{0} \left(\frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{4}x + 3\right) dx = \left(\frac{1}{24}x^3 + \frac{5}{8}x^2 + 3x\right)\Big|_{-4}^{0} = \frac{14}{3}$.

$V = S_{AEC}.h = \frac{14}{3}.2 = \frac{28}{3} \approx 9{,}3.$

Câu 43. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

A. $-1 < m < 2$. **B.** $1 \le m < 2$.

C. $m < 1$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \ge 1$.

Lời giải

Chọn B

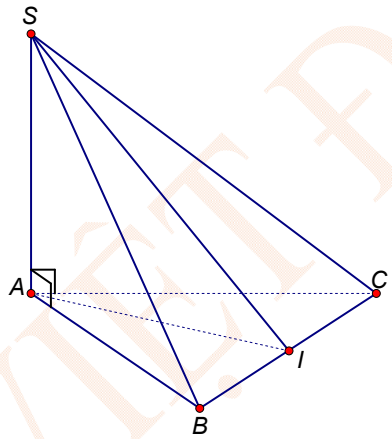
Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{-m\}$

Ta có: $y' = \frac{m^2-m-2}{(x-m)^2}$

Điều kiện để hàm số nghịch biến trên $(-1;\ +\infty) \Leftrightarrow y' > 0\ \forall x \in (-1;\ +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2<0 \\ -m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<2 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2.$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của BC ta có $AI \perp BC$ mà $SA \perp BC \Rightarrow SI \perp BC$

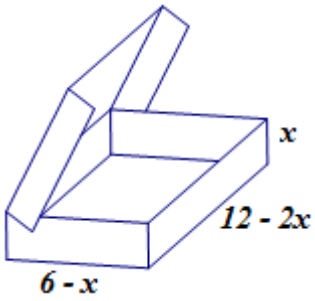
Goi $\varphi = \big((SBC),(ABC)\big) \Rightarrow \varphi = (SI,AI) = \widehat{AIS}$

Ta có $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta SBC}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{2}{a^2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60°.$

Vậy $SA = AI.\tan\varphi = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

Câu 45. Một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị V_0 bằng



A. $V_0 = 16$ (đvtt). **B.** $V_0 = 48$ (đvtt). **C.** $V_0 = 64$ (đvtt). **D.** $V_0 = \frac{64}{3}$ (đvtt).

Lời giải

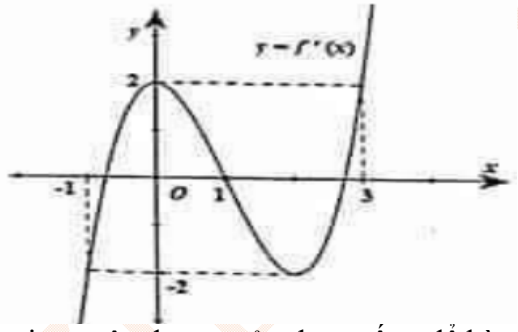
Chọn B

Thể tích của khối hộp kim loại là $V = x(6-x)(12-2x) = 2x(6-x)(6-x) \leq \left(\frac{2x+6-x+6-x}{3}\right)^3 = 64, \forall x \in (0;6)$.

$\Rightarrow \max V = 64$ đạt được khi $2x = 6 - x \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy thể tích chocolate nguyên chất là $V_0 = \frac{3}{4}V = 48$ (đvtt).

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

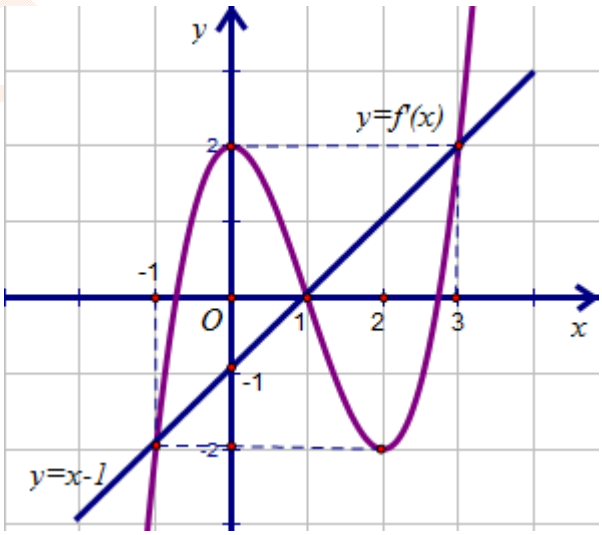


Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2020$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 20. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g'(x) = f'(x-m) - (x-m) + 1$.

Hàm số đồng biến trên $(5;6) \Leftrightarrow g'(x) = f'(x-m) - (x-m) + 1 \geq 0, \forall x \in (5;6)$

$\Leftrightarrow f'(x-m) \geq (x-m) - 1, \forall x \in (5;6)$ (1)

Đặt $u = x - m$, khi đó $f'(u) \geq u - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \leq u \leq 1 \\ 3 \leq u \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 + m \leq x \leq 1 + m \\ 3 + m \leq x \end{array}\right.$ (2)

Kết hợp (1) và (2) ta có: $\left[\begin{array}{l}-1+m\le 5<6\le 1+m\\ 3+m\le 5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5\le m\le 6\\ m\le 2.\end{array}\right.$

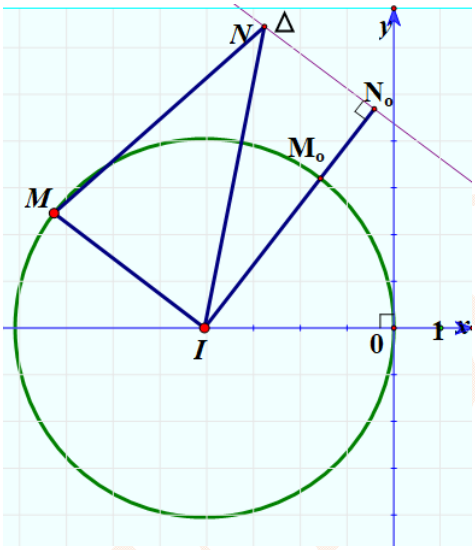
Do m nguyên dương nên $m\in\{1;2;5;6\}\Rightarrow S=14$.

Câu 47. Cho hai số phức z,z' thỏa mãn $|z+5|=5$ và $|z'+1-3i|=|z'-3-6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-z'|$.

A. $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$, $N(x';y')$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x'+y'i$.

Ta có $|z+5|=5\Leftrightarrow|x+5+yi|=5\Leftrightarrow(x+5)^2+y^2=5^2$.

Vậy M thuộc đường tròn (C): $(x+5)^2+y^2=5^2$

$|z'+1-3i|=|z'-3-6i|\Leftrightarrow|(x'+1)+(y'-3)i|=|(x'-3)+(y'-6)i|$

$\Leftrightarrow(x'+1)^2+(y'-3)^2=(x'-3)^2+(y'-6)^2\Leftrightarrow 8x'+6y'=35$

Vậy N thuộc đường thẳng Δ: $8x+6y=35$

Dễ thấy đường thẳng Δ không cắt (C) và $|z-z'|=MN$

Áp dụng bất đẳng thức tam giác, cho bộ ba điểm (I,M,N) ta có.

$MN\ge|IN-IM|=|IN-R|\ge|IN_0-R|=|d(I,\Delta)-R|=\left|\frac{|8.(-5)+6.0-5|}{\sqrt{8^2+6^2}}-5\right|=\frac{5}{2}$

Dấu bằng đạt tại $M\equiv M_0;\ N=N_0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Gọi $\vec{n}=(1;a;b)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P). Tính $S=a^3-2b$.

A. $S=-\frac{15}{8}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=6$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(a,b,c>0)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

+ Mặt phẳng (P) qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}}\Leftrightarrow abc\geq 54$

+ Thể tích khối tứ diện $OABC$: $V=\frac{1}{6}abc\geq 9$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}=\frac{2}{c}=\frac{1}{3}$ suy ra $a=3,b=3,c=6$.

Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$ hay $x+y+\frac{1}{2}z-3=0\Rightarrow a=1,b=\frac{1}{2}$.

Vậy $S=0$.

Câu 49. Cho các số thực x,y thỏa mãn $\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right)-\log_2 y=2x+2y+xy-5$. Hỏi giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+xy$ là bao nhiêu?

A. $24-16\sqrt{2}$. **B.** $36-24\sqrt{2}$. **C.** $30-20\sqrt{2}$. **D.** $33-22\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x\in(-2;2),y>0$.

Ta có $\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right)-\log_2 y=2x+2y+xy-5\Leftrightarrow\log_2(4-2x)+(4-2x)=\log_2(2y+xy)+(2y+xy)$ $(*)$.

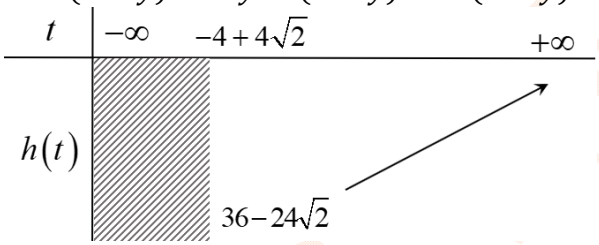
Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0,\forall t>0$.

Suy ra $(*)\Leftrightarrow f(4-2x)=f(2y+xy)$

$\Leftrightarrow 4-2x=2y+xy\Leftrightarrow 4=2x+2y+xy$.

Ta có $(x+y)^2\geq 4xy=16-8(x+y)$ suy ra điều kiện tồn tại x,y là $\left[\begin{array}{l}x+y\geq -4+4\sqrt{2}\\ x+y\leq -4-4\sqrt{2}\ (L)\end{array}\right.$.

$P=(x+y)^2-xy=(x+y)^2+2(x+y)-4\overset{t=x+y}{=}t^2+2t-4=h(t)$.



Vậy $P\min=36-24\sqrt{2}\Leftrightarrow x=y=-2+2\sqrt{2}$.

Cách 2.

$(*)\Leftrightarrow xy+2x+2y=4\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=8$.

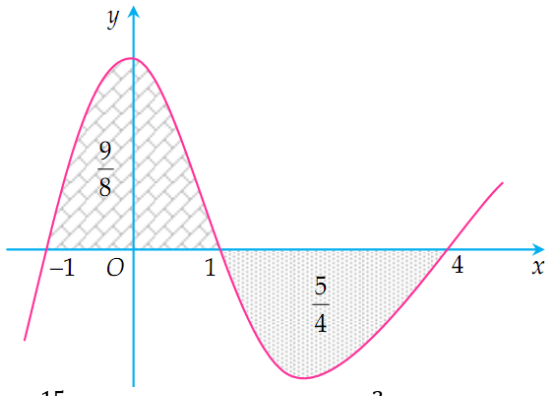
Ta có $x+2>0,y+2>0;x+2+y+2\geq 2\sqrt{(x+2)(y+2)}=4\sqrt{2}\Rightarrow x+y\geq 4\sqrt{2}-4$.

Xét $P=x^2+y^2+xy;P+xy+2x+2y+1=x^2+y^2+1+2xy+2x+2y=(x+y+1)^2$.

$\Rightarrow P\geq\left(4\sqrt{2}-3\right)^2-5=36-24\sqrt{2}$

Vậy Min $P=36-24\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}x+y=4\sqrt{2}-4\\ x=y\end{cases}\Leftrightarrow x=y=2\sqrt{2}-2$

Câu 50. Cho đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích 2 hình tạo bởi $f'(x)$ và trục hoành là $\frac{9}{8},\frac{5}{4},f(1)=3$. Tính giá trị của tích phân $\int_{-1}^{4}f'(x)f(x)dx$



A. $\frac{15}{29}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{29}{128}$.

Lời giải

Chọn D

Phân tích: Một bài khá dễ thở.

Ta đặt $\int_{-1}^{4} f'(x)f(x)dx = \int_{-1}^{4} f(x)df(x) = \frac{f(x)^2}{2}\Big|_{-1}^{4} = \frac{f(4)^2 - f(-1)^2}{2}$ (1)

Từ đồ thị suy ra $\begin{cases} \int_{-1}^{1} f'(x)dx = \frac{9}{8} \\ \int_{1}^{4} f'(x)dx = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) - f(-1) = \frac{9}{8} \\ f(4) - f(1) = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = \frac{15}{8} \\ f(4) = \frac{7}{4} \end{cases}$

Thay vào (1) ta được $\frac{f(4)^2 - f(-1)^2}{2} = -\frac{29}{128}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 029

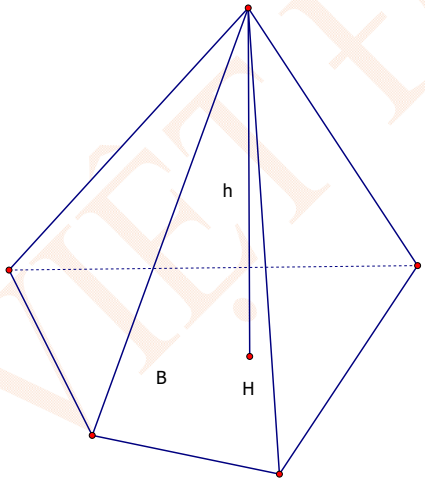
Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.
A. $S=\{4\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Câu 2. Khi tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$ ta được tích phân nào bên dưới?
A. $I=\int_1^2\sqrt{u}du$. **B.** $I=\int_0^3\sqrt{u}du$. **C.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}du$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int_0^3\sqrt{u}du$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2[3f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng
A. 17. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 5. Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là



A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?
A. $P(0;0-5)$. **B.** $Q(2;-1;5)$. **C.** $M(1;1;6)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Câu 7. Cho khối cầu có diện tích $S=64\pi$. Bán kính của khối cầu là
A. $R=4$. **B.** $R=2\sqrt{6}$. **C.** $R=8$. **D.** $R=16$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗		↗	2	↘	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Hàm số có hai điểm cực trị.
B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $10^{2x-4}=100$ là
A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 10. Tìm môđun của số phức z biết $\overline{z}=4+3i$.
A. 5. **B.** 25. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x-2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau;
A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng mà hàm số xác định.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Câu 12. Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 13. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+1=0$ (trong đó số phức z_1 có phần ảo âm). Tính z_1+3z_2.
A. $z_1+3z_2=-\sqrt{2}.i$. **B.** $z_1+3z_2=\sqrt{2}$. **C.** $z_1+3z_2=\sqrt{2}.i$. **D.** $z_1+3z_2=-\sqrt{2}$.

Câu 14. Nguyên hàm $\int \pi^3 dx$ bằng
A. $\pi^3 x+C$. **B.** $\frac{\pi^3}{3}+C$. **C.** $\frac{\pi^4}{4}+C$. **D.** $\frac{x^4}{\pi}+C$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n=n^2+n+1$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?
A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?
A. Đồ thị hàm số $y=a^x$ nằm bên trái trục tung.
B. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nằm bên trái trục tung.
C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ nằm bên phải trục tung.
D. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nằm bên phải trục tung.

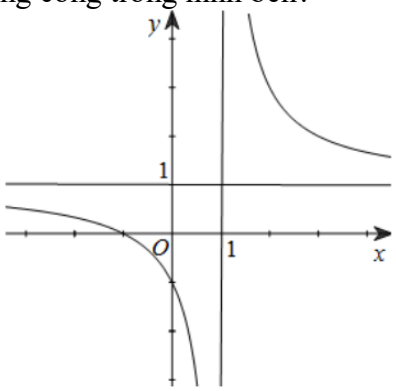
Câu 17. Tìm đạo hàm của hàm số $y=(x-1)^e$ trên khoảng $(1\,;+\infty)$.
A. $y'=(e-1)(x-1)^e$. **B.** $y'=e(x-1)^{e+1}$.
C. $y'=(x-1)^e$. **D.** $y'=e(x-1)^{e-1}$.

Câu 18. Tính tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\sin^2 x}$ bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 19. Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm n phần tử (với $k,n\in\mathbb{N}^*, k\le n$).
A. $\frac{k!(n-k)!}{n!}$. **B.** $\frac{k!}{(k-n)!}$. **C.** $C_n^k k!$. **D.** $C_n^k(n-k)!$.

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$, biết $z=\frac{(1+i)3i}{1-i}$.
A. -3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 21. Đồ thị hàm số nào dưới đây là đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{x}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x}{x-1}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;2;-1), B(-5;4;2), C(-1;0;5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

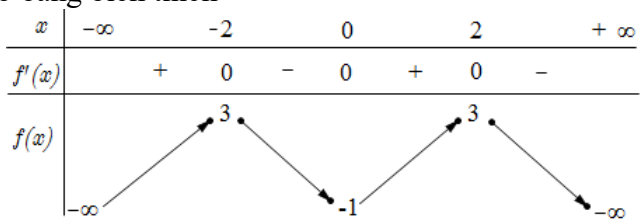
A. $(-2;2;2)$. **B.** $(-6;6;6)$. **C.** $(-3;3;3)$. **D.** $(-1;1;1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-4;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;2;3)$. Phương trình của d là:

A. $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(1;-3;0); R=3$. **B.** $I(-1;3;0); R=9$.

C. $I(-1;3;0); R=3$. **D.** $I(1;-3;0); R=9$.

Câu 26. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 27. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là:

A. $72a^2$. **B.** $54a^2$. **C.** $36a^2$. **D.** $9a^2$.

Câu 28. Đặt $\log_5 3=a$. Tính $\log_{\frac{1}{25}}81$ theo a.

A. $2a$. **B.** $-a$. **C.** $-2a$. **D.** a.

Câu 29. Khi gieo một con xúc sắc, xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25 (do con xúc sắc không cân đối). Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc 5 chấm là

A. 0,9125. **B.** 0,6. **C.** 0,0857. **D.** 0,4875.

Câu 30. Cho số phức $z=(3-2i)(1+i)^2$.Môđun của $w=iz+\overline{z}$ là

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 31. Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(2;-5;-2)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z-1=0$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=2$

C. $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=16$. **D.** $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=4$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.\sin 2x$ là

A. $\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **B.** $\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x$.

C. $\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x$. **D.** $\frac{-x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

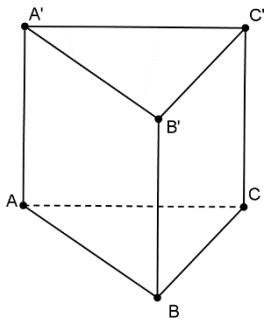
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax+by+cz-13=0$ đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;1;1)$ và vuông góc với (P): $x+y-3z+2=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt bên $(BCC'B')$.



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 36. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=\frac{1}{3}x+1$ và đường cong $y=\sqrt{x+1}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 37. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 236,6 triệu đồng. **B.** 238,6 triệu đồng.
C. 224,7 triệu đồng. **D.** 243,5 triệu đồng.

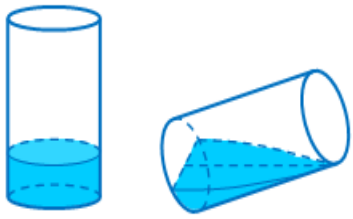
Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $f(1)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(0)$. **D.** Không tồn tại.

Câu 39. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. 120π cm^3. **B.** 240π cm^3. **C.** 120 cm^3. **D.** 240 cm^3.

Câu 40. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

A. 77 triệu đồng. **B.** 74 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 76 triệu đồng.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $(2^x-2)^2<(2^x+2)\left(1-\sqrt{2^x-1}\right)^2$ là

A. $S=[1;+\infty)$. **B.** $S=[0;1)$. **C.** $S=[-3;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;0)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** Vô số.

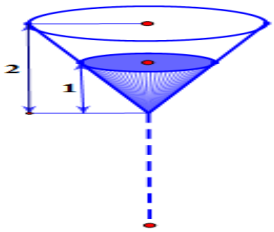
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân$AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC), biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

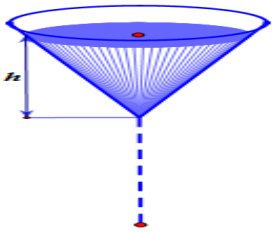
A. $\frac{3\sqrt{310}}{20}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{310}}{20}$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$

A. $|z|=10$. **B.** $|z|=17$. **C.** $|z|=\sqrt{17}$. **D.** $|z|=\sqrt{10}$.

Câu 45. Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).



A. $h \approx 1{,}41$ dm. **B.** $h \approx 1{,}73$ dm. **C.** $h \approx 1{,}89$ dm. **D.** $h \approx 1{,}91$ dm.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. Hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $\left(f'(x)\right)^2 + f''(x).f(x) + 4 = 0$, $f(0)=0, f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{3}$. Tính diện tích S là hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

A. 2π. **B.** π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 47. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|w+i|=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $\frac{5w}{z-4}=2+i$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $\sqrt{52}+\sqrt{55}$. **B.** $2\sqrt{53}$. **C.** $\frac{29}{2}$. **D.** $3+\sqrt{134}$.

Câu 48. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{(x+y)}(x^2+y^2) \le 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $A=48(x+y)^3-156(x+y)^2+133(x+y)+4$ là

A. 29. **B.** $\frac{1369}{36}$. **C.** 30. **D.** $\frac{505}{36}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2x-3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $g(x)=f(x^2+3x-m)+m^2+1$ đồng biến trên $(0;2)$?

A. 18. **B. 19.** **C. 16.** **D. 17.**

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng (P): $ax+by+cz+3=0$ thì giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -3.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	C	B	C	A	B	A	A	A	C	C	A	C	D	D	A	C	B	B	A	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	B	D	D	D	B	D	D	B	B	A	D	C	B	C	D	D	D	B	B	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

A. $S=\{4\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>1$

Ta có $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1 \Leftrightarrow \log_3(2x+1)=\log_3 3(x-1) \Leftrightarrow 2x+1=3(x-1)$ $\Leftrightarrow x=4$.

Câu 2. Khi tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$ ta được tích phân nào bên dưới?

A. $I=\int_1^2 \sqrt{u}du$. **B.** $I=\int_0^3 \sqrt{u}du$. **C.** $I=2\int_0^3 \sqrt{u}du$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int_0^3 \sqrt{u}du$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x^2-1 \Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow u=0; x=2\Rightarrow u=3$.

Từ đó suy ra: $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x=\int_0^3 \sqrt{u}du$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)<0 \Leftrightarrow x+1<0 \Leftrightarrow x<-1$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

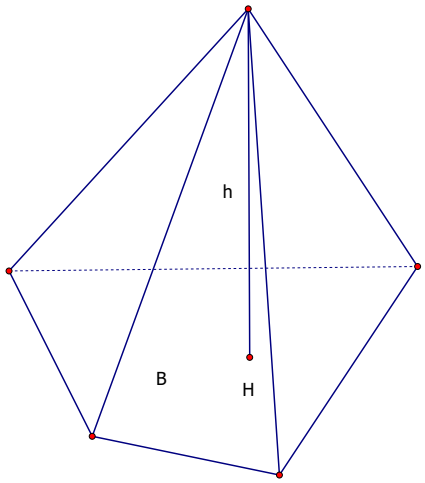
Câu 4. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2[3f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 17. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2[3f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3.4-2.3=6$.

Câu 5. Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là



A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0;0-5)$. **B.** $Q(2;-1;5)$. **C.** $M(1;1;6)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1 - 2.1 + 6 - 5 = 0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 7. Cho khối cầu có diện tích $S = 64\pi$. Bán kính của khối cầu là

A. $R = 4$. **B.** $R = 2\sqrt{6}$. **C.** $R = 8$. **D.** $R = 16$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 64\pi \Rightarrow R^2 = 16 \Rightarrow R = 4$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$			2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $10^{2x-4} = 100$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $10^{2x-4} = 100 \Leftrightarrow 10^{2x-4} = 10^2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 10. Tìm môđun của số phức z biết $\overline{z} = 4 + 3i$.

A. 5. **B.** 25. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{z} = 4 + 3i \Rightarrow z = 4 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau;

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng mà hàm số xác định.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in (-\infty;2) \cup (2;+\infty) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến các khoảng mà hàm số xác định.

Câu 12. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 13. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 1 = 0$ (trong đó số phức z_1 có phần ảo âm). Tính $z_1 + 3z_2$.

A. $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}.i$. **B.** $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}$. **C.** $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}.i$. **D.** $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2z^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$. Khi đó: $z_1 + 3z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i + 3\frac{\sqrt{2}}{2}i = \sqrt{2}i$.

Câu 14. Nguyên hàm $\int \pi^3 \mathrm{d}x$ bằng

A. $\pi^3 x + C$. **B.** $\frac{\pi^3}{3} + C$. **C.** $\frac{\pi^4}{4} + C$. **D.** $\frac{x^4}{\pi} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \pi^3 \mathrm{d}x = \pi^3 \int \mathrm{d}x = \pi^3 x + C$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $u_n = 21 \Leftrightarrow n^2 + n + 1 = 21 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 4 \\ n = -5 \end{array}\right.$ mà $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 4$ nên chọn.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm bên trái trục tung.

B. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm bên trái trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm bên phải trục tung.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \log_a x$ có tập các định $(0\,;\,+\infty)$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

Câu 17. Tìm đạo hàm của hàm số $y = (x-1)^e$ trên khoảng $(1\,;\,+\infty)$.

A. $y' = (e-1)(x-1)^e$. **B.** $y' = e(x-1)^{e+1}$.

C. $y' = (x-1)^e$. **D.** $y' = e(x-1)^{e-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm của hàm số $y=(x-1)^e$ là $y'=e(x-1)^{e-1}.(x-1)'=e(x-1)^{e-1}$.

Câu 18. Tính tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\sin^2 x}$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\sin^2 x}=-\cot x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}=-\cot\frac{\pi}{2}+\cot\frac{\pi}{4}=1.$

Câu 19. Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm n phần tử (với $k,n\in\mathbb{N}^*,k\le n$).

A. $\frac{k!(n-k)!}{n!}$. **B.** $\frac{k!}{(k-n)!}$. **C.** $C_n^k k!$. **D.** $C_n^k(n-k)!$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm n phần tử là: $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{n!.k!}{k!\,(n-k)!}=C_n^k.k!$.

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$, biết $z=\frac{(1+i)3i}{1-i}$.

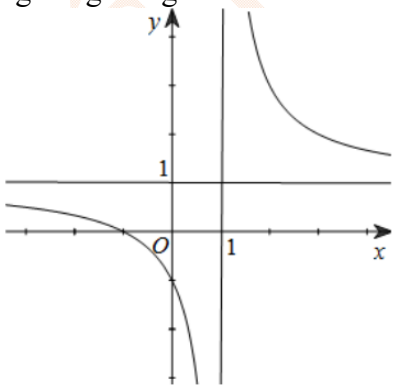
A. -3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=\frac{(1+i)3i}{1-i}=-3$. Vậy phần ảo của số phức $\overline{z}$ là 0.

Câu 21. Đồ thị hàm số nào dưới đây là đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{x}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ nên loại Chọn B và D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0)$ nên loại Chọn B

Vậy Chọn B đúng.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;2;-1),B(-5;4;2),C(-1;0;5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $(-2;2;2)$. **B.** $(-6;6;6)$. **C.** $(-3;3;3)$. **D.** $(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $\begin{cases}x_G=\frac{0-5-1}{3}\\ y_G=\frac{2+4+0}{3}\\ z_G=\frac{-1+2+5}{3}\end{cases}\Rightarrow G(-2;\,2;\,2).$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-4;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;2;3)$. Phương trình của d là:

A. $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

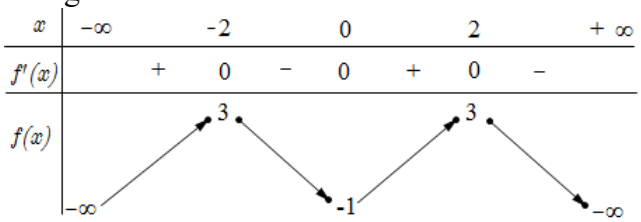
C. $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-4;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;2;3)$. Phương trình của d là $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=3$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=3$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(1;-3;0);R=3$. **B.** $I(-1;3;0);R=9$.

C. $I(-1;3;0);R=3$. **D.** $I(1;-3;0);R=9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R=3$.

Câu 26. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq}=\pi rl$.

Câu 27. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là:

A. $72a^2$. **B.** $54a^2$. **C.** $36a^2$. **D.** $9a^2$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi mặt của hình lập phương cạnh $3a$ là hình vuông cạnh $3a$ nên diện tích mỗi mặt của hình lập phương là $9a^2$. Mặt khác hình lập phương có 6 mặt nên diện tích toàn phần của nó bằng: $S_{tp}=6.9a^2=54a^2(dvdt)$.

Câu 28. Đặt $\log_5 3=a$. Tính $\log_{\frac{1}{25}}81$ theo a.

A. $2a$. **B.** $-a$. **C.** $-2a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\frac{1}{25}}81=\log_{5^{-2}}3^4=-2\log_5 3=-2a$.

Câu 29. Khi gieo một con xúc sắc, xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25 (do con xúc sắc không cân đối). Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc 5 chấm là

A. 0,9125. **B.** 0,6. **C.** 0,0857. **D.** 0,4875.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố "con súc sắc xuất hiện mặt 2 chấm" $\Rightarrow p(A) = 0{,}35$.
và B là biến cố "con súc sắc xuất hiện mặt 2 chấm" $\Rightarrow p(B) = 0{,}25$.
Biến cố 'xuất hiện mặt 2 chấm hoặc 5 chấm' là $C = A \cup B$.
Do A, B xung khắc nên $P(C) = P(A) + P(B) = 0{,}35 + 0{,}25 = 0{,}6$.
Vậy xác suất cần tìm là $P(C) = 0{,}6$.

Câu 30. Cho số phức $z = (3-2i)(1+i)^2$.Môđun của $w = iz + \overline{z}$ là

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = (3-2i)(1+i)^2 = 4+6i$
Suy ra $w = iz + \bar{z} = i(4+6i) + (4-6i) = -2-2i$
Vậy $|w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;-5;-2)$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z - 1 = 0$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 2$
C. $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 16$. **D.** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $d\big(I;(P)\big) = \frac{|2.2+(-5)+2(-2)-1|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{6}{3} = 2$.
Mặt cầu có tâm $I(2;-5;-2)$ và có $R = 2$ nên (S): $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.\sin 2x$ là

A. $\frac{-1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$. **B.** $\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x$.
C. $\frac{-1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x$. **D.** $\frac{-x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

Lời giải

Chọn D

Đặt $I = \int x.\sin 2x\, dx$

Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x\, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \int \sin 2x\, dx = -\frac{1}{2}\cos 2x \ (C=0) \end{cases}$

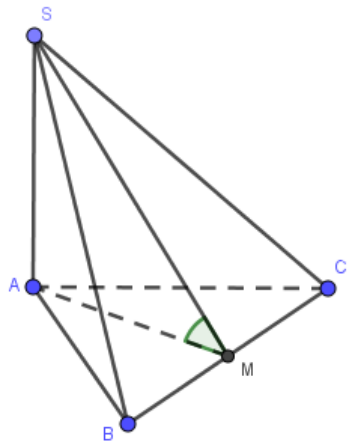
Theo công thức nguyên hàm từng phần thì $I = x.\frac{-1}{2}\cos 2x - \frac{-1}{2}\int \cos 2x\, dx = \frac{-x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có: $AM = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ và $AM \perp BC$ (vì ΔABC đều).

$SA \perp BC$ (vì $SA \perp (ABC)$), suy ra $SM \perp BC$.

Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SMA}$.

Xét tam giác vuông SMA, có $\tan\widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 30^0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax + by + cz - 13 = 0$ đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;1;1)$ và vuông góc với $(P): x + y - 3z + 2 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Gọi $(\alpha): ax + by + cz - 13 = 0$.

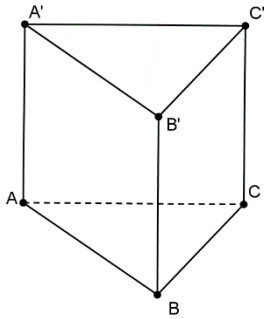
Vì $A(1;2;3) \in (\alpha)$ nên $a + 2b + 3c - 13 = 0$ (1).

Vì $B(2;1;1) \in (\alpha)$ nên $2a + b + c - 13 = 0$ (2).

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên $a + b - 3c = 0$ (3).

Từ (1), (2), (3) ta có hệ: $\begin{cases} a + 2b + 3c - 13 = 0 \\ 2a + b + c - 13 = 0 \\ a + b - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$. Vậy $a + b + c = 8$.

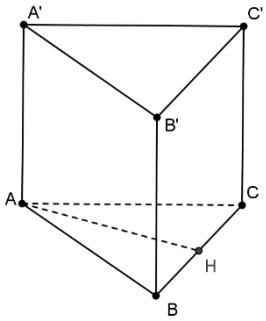
Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt bên $(BCC'B')$.



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Vì $AA'//(BB'C'C)$ nên $d(AA';(BCC'B'))=d(A;(BCC'B'))$.
Trong (ABC) kẻ $AH\perp BC$, H là trung điểm của BC.
Mà $(BCC'B')\perp(ABC)$; $(BCC'B')\cap(ABC)=BC$ nên $AH\perp(BCC'B')$.
Suy ra $d(AA';(BCC'B'))=d(A;(BCC'B'))=AH=\frac{BC}{2}=\frac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Câu 36. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=\frac{1}{3}x+1$ và đường cong $y=\sqrt{x+1}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{3}x+1=\sqrt{x+1}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{3}x+1\geq 0\\ \left(\frac{1}{3}x+1\right)^2=x+1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=3\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^3\left|\frac{1}{3}x+1-\sqrt{x+1}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^3\frac{1}{3}x+1-\sqrt{x+1}\mathrm{d}x\right|=\left|\frac{-1}{6}\right|=\frac{1}{6}.$$

Câu 37. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 236,6 triệu đồng. **B.** 238,6 triệu đồng.
C. 224,7 triệu đồng. **D.** 243,5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Đặt $r=6\%$, $A=100$
Sau 6 tháng (2 kỳ), số tiền người đó có được là $A_1=A(1+r)^2$.
Sau 1 năm, số tiền người đó có được là $T=(A_1+100)(1+r)^2=(A(1+r)^2+100)(1+r)^2\approx 238{,}6$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là:

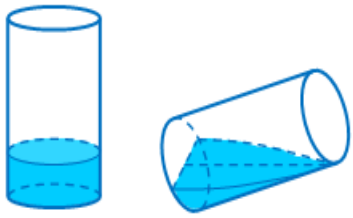
A. $f(1)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(0)$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có:
$f'(x)\leq 0\ \forall x\in(-1;1)$, $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$.
$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$.
$\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]}f(x)=f(1)$.

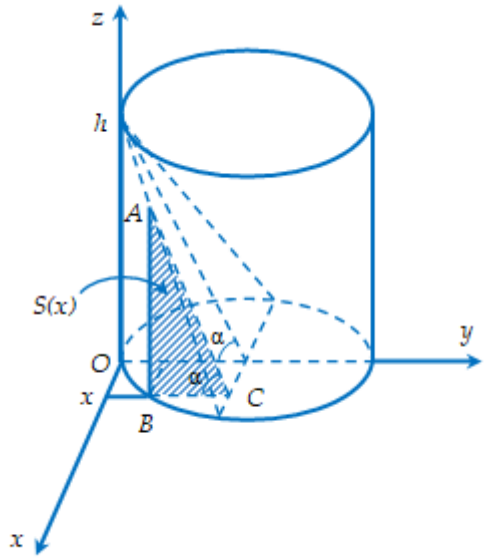
Câu 39. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. 120π cm^3. **B.** 240π cm^3. **C.** 120 cm^3. **D.** 240 cm^3.

Lời giải

Chọn D



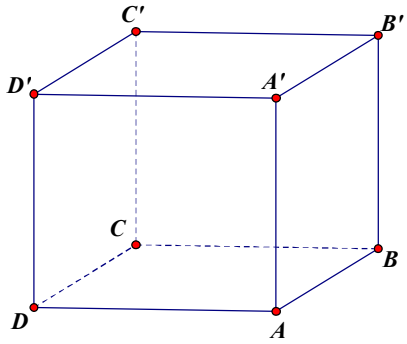
Đặt $R = 6$ (cm), $h = 10$ (cm). Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ.
Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x $(-6 \le x \le 6)$ cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$.
Ta thấy thiết diện đó là một tam giác vuông, giả sử là tam giác ABC vuông tại B như trong hình vẽ.
Ta có $S(x) = S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}BC^2\tan\alpha = \frac{1}{2}(R^2 - x^2)\frac{h}{R} = \frac{5(36-x^2)}{6}$.
Vậy thể tích lượng nước trong cốc là $V = \int_{-6}^{6} S(x)\mathrm{d}x = \int_{-6}^{6} \frac{5(36-x^2)}{6}\mathrm{d}x = 240$ (cm^3).

Câu 40. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

A. 77 triệu đồng. **B.** 74 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 76 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C



Giả sử khối hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB = x$, $AD = 2x$ và $AA' = h$ $(x, h > 0)$.
Ta có $V = x.2x.h \Leftrightarrow 2x^2h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$.
Diện tích cần xây là $S = 2x^2 + 2(xh + 2xh) = 2x^2 + 6xh$.
Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2x^2 + \frac{500}{x}$ với $x > 0$.
Ta có $2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{250}{x}.\frac{250}{x}} \Leftrightarrow 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 150$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi $2x^2 = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x = 5$.
S nhỏ nhất là 150 khi $x = 5$.
Số tiền chi phí là $150.500000 = 75000000$ hay 75 triệu đồng.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $(2^x - 2)^2 < (2^x + 2)\left(1 - \sqrt{2^x - 1}\right)^2$ là
A. $S = [1; +\infty)$. **B.** $S = [0; 1)$. **C.** $S = [-3; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn B
Điều kiện xác định: $2^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$
Đặt $\sqrt{2^x - 1} = t, (t \geq 0) \Rightarrow 2^x - 1 = t^2 \Leftrightarrow 2^x = t^2 + 1$
Bất phương trình trở thành:
$(t^2 + 1 - 2)^2 < (t^2 + 1 + 2)(1 - t)^2 \Leftrightarrow (t^2 - 1)^2 < (t^2 + 3)(1 - t)^2$
$\Leftrightarrow (t - 1)^2(t + 1)^2 < (t^2 + 3)(t - 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases}(t + 1)^2 < t^2 + 3\\ t \neq 1\end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases}t^2 + 2t + 1 < t^2 + 3\\ t \neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t < 1\\ t \neq 1\end{cases} \Leftrightarrow t < 1.$
Do đó $\sqrt{2^x - 1} < 1 \Leftrightarrow 2^x - 1 < 1 \Leftrightarrow 2^x < 2 \Leftrightarrow x < 1$.
Kết hợp điều kiện: $0 \leq x < 1$.
Vậy bất phương trình có tập nghiệm là: $S = [0; 1)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?
A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

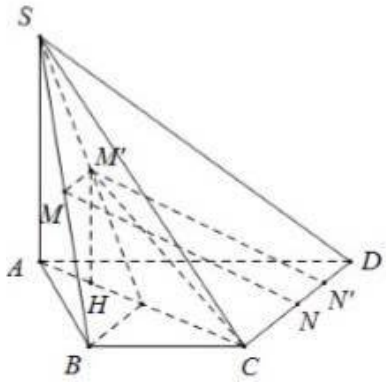
Chọn C
Tập xác định $D = \mathbb{R}(\quad)$; $y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}$.
Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases}y' < 0\\ (6; +\infty) \subset D\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m - 1 < 0\\ -3m \leq 6\end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases}m < \frac{1}{3}\\ m \geq -2\end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}$.
Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân$AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC), biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

A. $\frac{3\sqrt{310}}{20}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{310}}{20}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là trung điểm AC. M', N' lần lượt là trung điểm SO, ND. H là trung điểm AO.

Chứng minh được $MN//M'N'$

(vì $MM' // BO // NN'$ và $MM' = NN' = \frac{1}{2}BO$ nên $MM'N'N$ là hình bình hành, do đó $MN//M'N'$)

$N'C \perp M'C$(vì $AC \perp CD$).

Góc giữa MN và (SAC) là góc $\alpha = \widehat{CM'N'}$. Ta có $S_{ABCD} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = a$.

$M'H = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}, CH = \frac{3}{4}CA = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$, $M'C = \sqrt{M'H^2 + CH^2} = \frac{a\sqrt{31}}{4}$, $CN' = \frac{3}{4}CD = \frac{3a}{4}$,

$M'N' = \sqrt{M'C^2 + CN'^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{M'C}{M'N'} = \frac{\sqrt{310}}{20}$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| = 5$ và $|z - 2i| = |z - 2 - 2i|$. Tính $|z|$

A. $|z| = 10$. **B.** $|z| = 17$. **C.** $|z| = \sqrt{17}$. **D.** $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó:

$* |z+3| = 5 \Leftrightarrow |(x+3) + iy| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 5 \Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 25$. (1)

$* |z - 2i| = |z - 2 - 2i| \Leftrightarrow |x + (y-2)i| = |(x-2) + (y-2)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2}$

$\Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = (x-2)^2 + (y-2)^2$

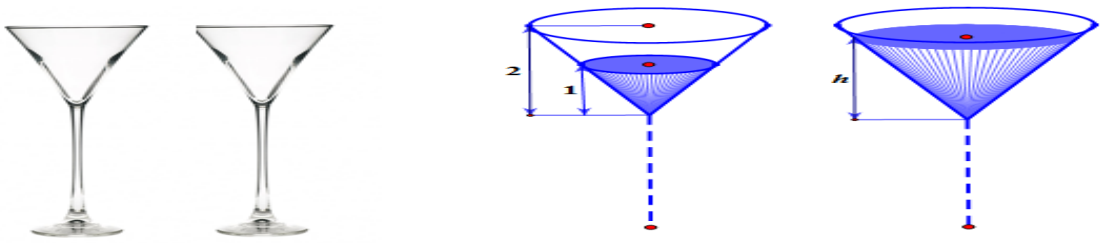
$\Leftrightarrow -4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. (2)

* Từ (1) và (2). Suy ra: $\begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 9 \end{cases}$.

* Ta có: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$.

Vậy $|z| = \sqrt{10}$.

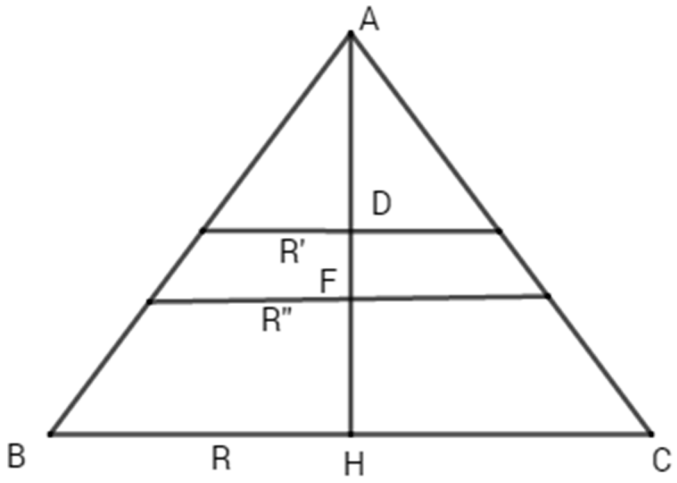
Câu 45. Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).



A. $h \approx 1{,}41$ dm. **B.** $h \approx 1{,}73$ dm. **C.** $h \approx 1{,}89$ dm. **D.** $h \approx 1{,}91$ dm.

Lời giải

Chọn D

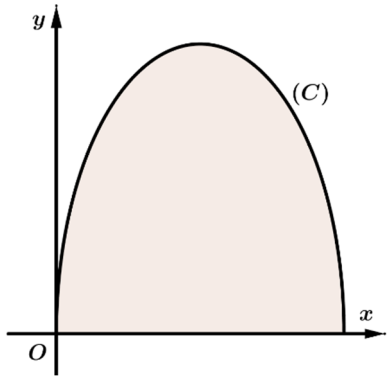


Có chiều cao hình nón khi đựng đầy nước ở ly thứ nhất: $AH = 2$.
Chiều cao phần nước ở ly thứ nhất sau khi đổ sang ly thứ hai: $AD = 1$.
Chiều cao phần nước ở ly thứ hai sau khi đổ sang ly thứ hai: $AF = h$.
Theo Ta let ta có: $\frac{R'}{R} = \frac{AD}{AH} = \frac{1}{2}, \frac{R''}{R} = \frac{AF}{AH} = \frac{h}{2}$ suy ra $R' = \frac{R}{2}, R'' = \frac{Rh}{2}$.
Thể tích phần nước ban đầu ở ly thứ nhất: $V = 2\pi R^2$.
Thể tích phần nước ở ly thứ hai: $V_1 = \pi R''^2 h = \frac{\pi R^2 h^3}{4}$.
Thể tích phần nước còn lại ở ly thứ nhất: $V_2 = \frac{\pi R^2}{4}$.
Mà: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \frac{\pi R^2 h^3}{4} + \frac{\pi R^2}{4} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{h^3}{4} + \frac{1}{4} = 2 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7} \approx 1{,}91$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. Hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $\left(f'(x)\right)^2 + f''(x).f(x) + 4 = 0$, $f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$. Tính diện tích S là hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

A. 2π. **B.** π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải



Ta có: $\left(f'(x)\right)^2 + f''(x).f(x) + 4 = 0.$

$\Leftrightarrow \left(f'(x)\right)^2 + f''(x).f(x) = -4 \Leftrightarrow \left(f'(x).f(x)\right)' = -4.$

$\Rightarrow \int \left(f'(x).f(x)\right)' dx = \int (-4)\ dx \Leftrightarrow f'(x).f(x) = -4x + C.$

$\Rightarrow \int f'(x).f(x)dx = \int (-4x + C)\ dx \Leftrightarrow \int f(x)\ df(x) = -2x^2 + Cx + C_1.$

$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = -2x^2 + Cx + C_1 \Leftrightarrow f^2(x) = -4x^2 + 2Cx + 2C_1$

Mà $f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}.$

Nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases} 2C_1 = 0 \\ C + 2C_1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C = 4 \end{cases}.$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{-4x^2 + 8x}.$

$-4x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$S = \int_0^2 \sqrt{-4x^2 + 8x}\, dx = 2\int_0^2 \sqrt{x(2-x)}\, dx.$

Đặt $x = 2\sin^2 t \Rightarrow dx = 2\sin 2t dt.$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$

$2\int_0^2 \sqrt{x(2-x)}\, dx = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t dt = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t)\, dt = 2\left(t - \frac{\sin 4t}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi.$

Vậy: $S = \pi.$

Câu 47. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $\frac{5w}{z-4} = 2 + i$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $\sqrt{52} + \sqrt{55}.$ **B.** $2\sqrt{53}.$ **C.** $\frac{29}{2}.$ **D.** $3 + \sqrt{134}.$

Lời giải

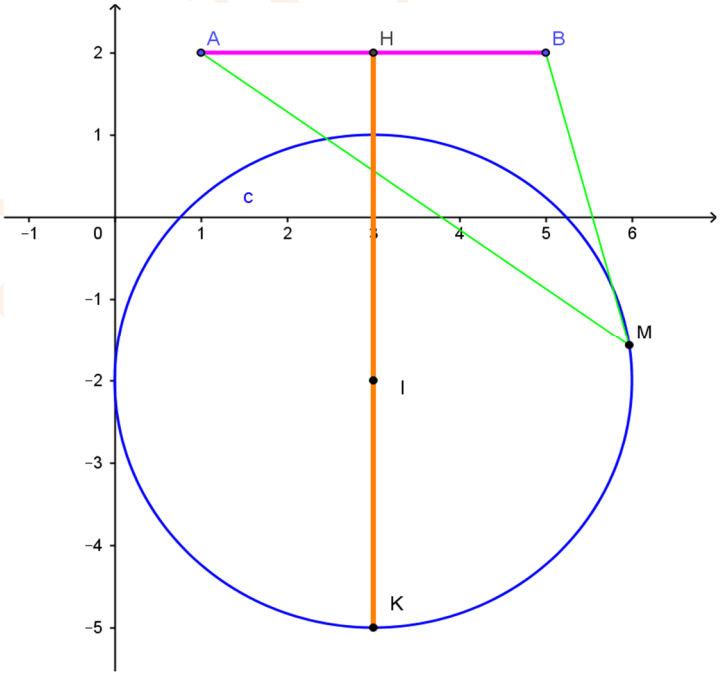
Chọn B

Từ giả thiết $\frac{5w}{z-4} = 2 + i$, ta có $5w = (2 + i)(z - 4).$

Khi đó: $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow |5w + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow |(2 + i)(z - 4) + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3.$

Suy ra điểm $M(x\ ;\ y)$ biểu diễn cho số phức z sẽ thuộc đường tròn $(C):\ (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9.$

Ta có: $P = MA + MB$, với $A(1\ ;\ 2), B(5\ ;\ 2).$



Gọi H là trung điểm của AB, ta có $H(3\,;\,2)$. Khi đó:

$P = MA + MB \le \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{4MH^2 + AB^2}$.

Mặt khác: $MH \le KH$ với mọi điểm $M \in (C)$, nên $P \le \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4(IH + R)^2 + AB^2} = 2\sqrt{53}$.

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases} M \equiv K \\ MA = MB \end{cases}$ hay $z = 3 - 5i$ và $w = \frac{3}{5} - \frac{11}{5}i$.

Câu 48. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \le 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 48(x+y)^3 - 156(x+y)^2 + 133(x+y) + 4$ là

A. 29. **B.** $\frac{1369}{36}$. **C.** 30. **D.** $\frac{505}{36}$.

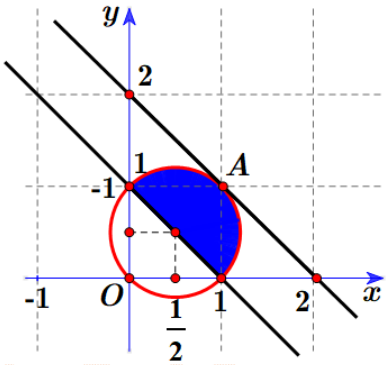
Lời giải

Chọn C

TH1: $\log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 1 \\ x^2 + y^2 \le x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \le \frac{1}{2} (*) \end{cases}$ (1).

Tập nghiệm của BPT (*) là tọa độ tất cả các điểm thuộc hình tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Miền nghiệm của hệ (1) là phần tô màu như hình vẽ.

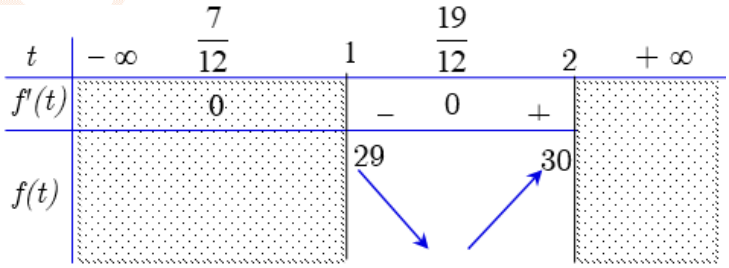


Đặt $t = x + y \Rightarrow 1 < t \le 2$

Khi đó $f(t) = 48t^3 - 156t^2 + 133t + 4$

$f'(t) = 144t^2 - 312t + 133$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{19}{12} \\ t = \frac{7}{12} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Do đó, $\max\limits_{1<t\le 2} f(t) = 30 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x + y = 2$.

TH2: $\log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ x^2 + y^2 \ge x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \ge \frac{1}{2} \end{cases}$ (2).

(2) không thỏa điều kiện $x > 0, y > 0$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m) + m^2 + 1$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 18. **B.** 19. **C.** 16. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(t) = t^2 + 2t - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -3 \\ t \geq 1 \end{array}\right.$ $(*)$.

Có $g'(x) = (2x+3)f'(x^2+3x-m)$

Vì $2x+3 > 0, \forall x \in (0;2)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;2) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow f'(x^2+3x-m) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-m \leq -3, \forall x \in (0;2) \\ x^2+3x-m \geq 1, \forall x \in (0;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x \leq m-3, \forall x \in (0;2) \\ x^2+3x \geq m+1, \forall x \in (0;2) \end{array}\right.$ $(**)$

Có $h(x) = x^2+3x$ luôn đồng biến trên $(0;2)$ nên từ $(**) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m-3 \geq 10 \\ m+1 \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$

Vì $\left\{\begin{array}{l} m \in [-10;20] \\ m \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Rightarrow$ Có 18 giá trị của tham số m.

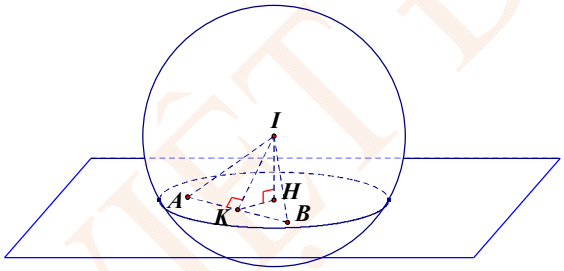
Vậy có 18 giá trị của tham số m cần tìm.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng (P): $ax + by + cz + 3 = 0$ thì giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D



◆ Mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 4$.

◆ Ta có: $IA = IB = \sqrt{5} < R$. Do đó hai điểm A và B nằm trong mặt cầu (S). Suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{16 - IH^2}$.

◆ Để thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất thì r nhỏ nhất, suy ra IH lớn nhất.

◆ Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AB thì $IH = d(I,(P)) \leq d(I,AB) = IK$. Do đó, Để thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất thì $H \equiv K$ hay $IK \perp (P)$.

Mà $IA = IB = \sqrt{5}$ nên K là trung điểm của $AB \Rightarrow K(0;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (-1;-1;-1)$.

◆ Khi đó phương trình (P) là: $-x - y - z + 3 = 0$. Vậy $a+b+c = -3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
PT ĐỀ THAM KHẢO BGD 2024

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 030

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+z-1=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?
A. $P(1;-2;0)$. **B.** $N(0;1;-2)$. **C.** $Q(1;-3;-4)$. **D.** $M(2;-1;1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?
A. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$.
C. $2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$. **D.** $2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$.

Câu 3. Biết $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$. Tính $\log_3 5$ theo a và b được kết quả?
A. $\frac{b}{1-a}$. **B.** $\frac{a}{1-b}$. **C.** $\frac{a-1}{b}$. **D.** $\frac{b-1}{a}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$; $f'(x)=(x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,1)\cup(1\,;\,+\infty)$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,+\infty)$.

Câu 5. Cho $\int_0^6 f(x)dx=12$. Tính $I=\int_0^2 f(3x)dx$.
A. $I=6$ **B.** $I=36$ **C.** $I=4$ **D.** $I=2$

Câu 6. Tìm tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$.
A. $(0;0)$ và $(-2;-4)$. **B.** $(0;0)$ và $(1;-2)$.
C. $(0;0)$ và $(2;4)$. **D.** $(0;0)$ và $(2;-4)$.

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^3 f(x)dx=5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
A. -3. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -7.

Câu 8. Cho $I=\int_1^5 f(x)dx=4; J=\int_1^5 g(x)dx=3$. Khi đó $K=\int_1^5[4f(x)-3g(x)]dx$ bằng
A. 8. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây ***sai***?
A. $\int \frac{1}{x}\,dx=\ln x+C$. **B.** $\int x^4\,dx=\frac{x^5}{5}+C$. **C.** $\int 0\,dx=C$. **D.** $\int e^x\,dx=e^x+C$.

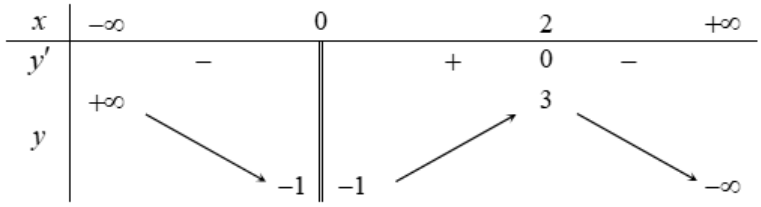
Câu 10. Khối lập phương có độ dài cạnh bằng $\sqrt{2}$ thì tổng diện tích tất cả các mặt là
A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 11. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là
A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, chiều cao $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho số phức $z_1=1+i$ và $z_2=3-2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=z_1+2z_2$.
A. $\overline{w}=7+3i$. **B.** $\overline{w}=7-3i$. **C.** $\overline{w}=4-i$. **D.** $\overline{w}=3-7i$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15. Phương trình $\log_3(5x+2)=3$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=\frac{29}{5}$. **C.** $x=\frac{25}{3}$. **D.** $x=\frac{7}{5}$.

Câu 16. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5=\frac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5=\frac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5=\frac{5!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5=\frac{n!}{(n-5)!}$.

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0$.

A. $S=(-1\,;\,+\infty)$. **B.** $S=(-\infty\,;\,-2)$. **C.** $S=(-2\,;\,+\infty)$. **D.** $S=(1\,;\,+\infty)$.

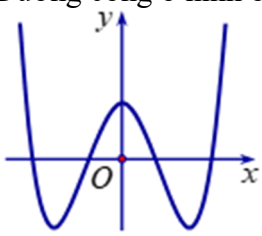
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=3+4t\\z=5-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Véctơ nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2\,;\,3\,;\,5)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(2\,;\,-4\,;\,-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0\,;\,4\,;\,-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2\,;\,4\,;\,-1)$.

Câu 20. Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2-4z+8=0$. Môđun của số phức z_0+i bằng?

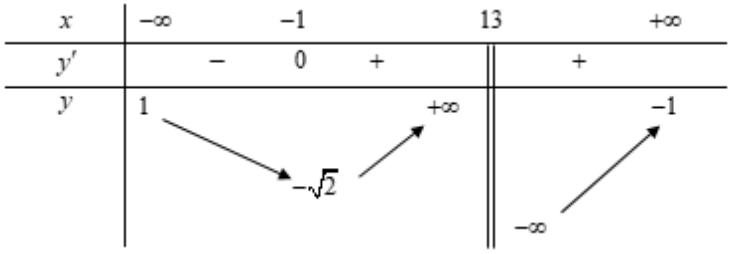
A. 13. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 21. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-3x^2+1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 23. Cho mặt cầu có bán kính $R=3$. Thể tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 3π. **B.** 4π. **C.** 36π. **D.** 9π.

Câu 24. Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[8]{x^{15}}$ bằng

A. $\frac{15}{8}\sqrt[8]{x^7}$. **B.** $\sqrt[7]{x^8}$. **C.** $\frac{15}{8}\sqrt[7]{x^8}$. **D.** $\sqrt[8]{x^7}$.

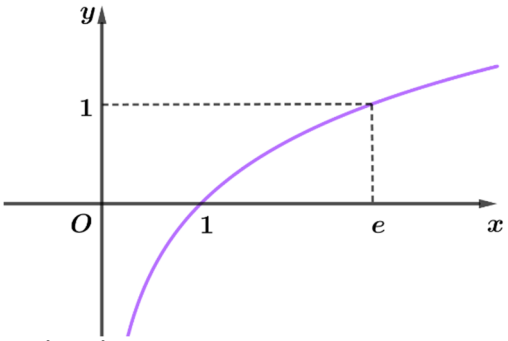
Câu 25. Cho số phức $\overline{z}=2+3i$. Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là

A. Phần thực bằng bằng 2, phần ảo bằng -3.
B. Phần thực bằng bằng -2, phần ảo bằng -3.
C. Phần thực bằng bằng 3, phần ảo bằng 2.
D. Phần thực bằng bằng 3, phần ảo bằng -2.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1;-2;3)$ và ba điểm $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a+b+c$ bằng
A. 9. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 3.

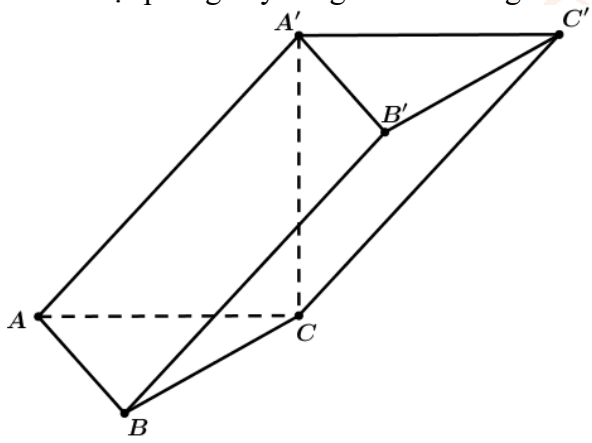
Câu 27. Cho (u_n) với $u_n = 2n-2$ thì u_5 bằng
A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 28. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



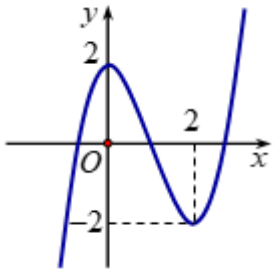
A. $|\ln x|$. **B.** $\ln x$. **C.** e^x. **D.** $-e^x$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$ và C là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) (Tham khảo hình bên). Biết góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ bằng



A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
D. Hàm số có ba cực trị.

Câu 31. Gọi S là diện hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x, y = x$.
Tính S.

A. $S=0$. **B.** $S=2$. **C.** $S=4$. **D.** $S=8$.

Câu 32. Hàm số $y=2x-\cos x+1$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y=x^2-\sin x+x$#**B.** $y=x^2+\sin x+x$. **C.** $y=2-\sin x$. **D.** $y=2+\sin x$.

Câu 33. Cho $z_1=2+4i, z_2=3-5i$. Xác định phần thực của $w=z_1.\overline{z_2}^2$.

A. 88. **B.** -120. **C.** -32. **D.** -152.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2)$, $B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $2x-y+2z+2=0$. **B.** $2x-y+2z-2=0$.

C. $3x+14y+4z-5=0$. **D.** $3x+14y+4z+5=0$.

Câu 35. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

A. 22 tháng. **B.** 30 tháng. **C.** 21 tháng. **D.** 24 tháng.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAB}$. **C.** $\widehat{SBA}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;5;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x+2y-z+7=0$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=\frac{25}{9}$. **B.** $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+1)^2=16$.

C. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=16$.

Câu 38. Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên T. Cho $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A\cup B)=\frac{1}{2}$. Biết A,B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{4x+m}{2x+m+3}$ đồng biến $(0;1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|=\sqrt{2}$ và $|z+i|+|z-2-i|=4$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, $\widehat{BSC}=45^o$, $\widehat{ASB}=30^o$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tìm tỉ số $\frac{a^3}{V}$.

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}\le\frac{4}{2-\sqrt{3}}$ là đoạn $[a\,;b]$. Giá trị của biểu thức $a+3b$bằng

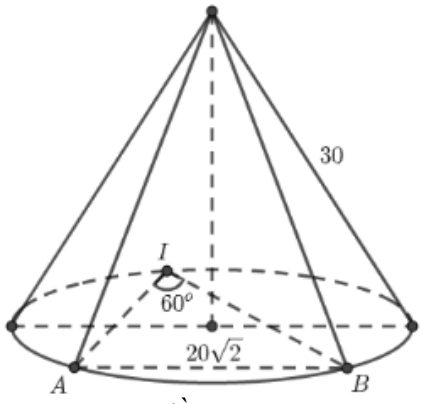
A. $8+2\sqrt{3}$. **B.** $2+4\sqrt{2}$. **C.** $4+2\sqrt{2}$. **D.** $2+4\sqrt{3}$.

Câu 43. Một cái trống (hình vẽ dưới) có đường kính 1 m, hai mặt trống có đường kính 0,7 m và chiều cao của trống là 1 m. Thể tích khối giới hạn bởi bề mặt của trống gần với số nào?



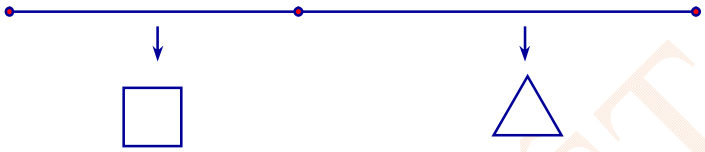
A. 0,20 (m^3). **B.** 0,64 (m^3). **C.** 1,41 (m^3). **D.** 0,45 (m^3).

Câu 44. Bà Hương nhận làm 100 chiếc nón lá giống nhau có độ dài đường sinh là 30 cm. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón (từ A đến B như hình vẽ) bà Hương thuê người sơn và vẽ hình trang trí. Biết $AB = 20\sqrt{2}$ cm và giá tiền công để sơn trang trí 1 m^2 là 50000 đồng. Tính số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà bà Hương phải thuê sơn trang trí cho cả đợt làm nón.



A. 209.000 đồng. **B.** 384.000 đồng. **C.** 128.000 đồng. **D.** 257.000 đồng.

Câu 45. Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



A. $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **B.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m). **C.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **D.** $\frac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m).

Câu 46. Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{2x^2+y^2}(x+2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + 2y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{2}$.

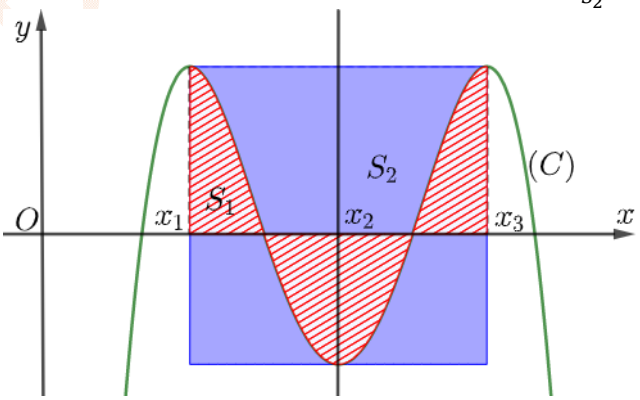
Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2019]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 4038. **B.** 4025. **C.** 4037. **D.** 4024.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình vẽ bên dưới. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 4$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{18}{7}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng được gạch chéo và hình phẳng được tô màu xanh. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{5}{16}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Câu 49. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z+i$.

A. $|z+i|=5\sqrt{2}$. **B.** $|z+i|=3\sqrt{5}$. **C.** $|z+i|=2\sqrt{41}$. **D.** $|z+i|=\sqrt{61}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=48$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S), đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{128\pi}{3}$. **B.** $\frac{215\pi}{3}$. **C.** 39π. **D.** $\frac{88\pi}{3}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	A	D	C	D	C	C	A	B	A	D	A	A	A	D	C	C	C	B	D	A	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	C	A	D	D	D	D	C	C	D	C	B	B	A	C	B	D	B	D	B	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(1;-2;0)$. **B.** $N(0;1;-2)$. **C.** $Q(1;-3;-4)$. **D.** $M(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $Q \in (P)$ vì $2.1 - (-3) - 4 - 1 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$. **D.** $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu nếu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Xét Chọn A ta thấy: $a = 1, b = -2, c = 2, d = 10 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = -1 < 0$ nên chọn D

Câu 3. Biết $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. Tính $\log_3 5$ theo a và b được kết quả?

A. $\frac{b}{1-a}$. **B.** $\frac{a}{1-b}$. **C.** $\frac{a-1}{b}$. **D.** $\frac{b-1}{a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{b}{\log_6 \frac{6}{2}} = \frac{b}{\log_6 6 - \log_6 2} = \frac{b}{1-a}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$; $f'(x) = (x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,1) \cup (1\,;\,+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = (x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty\,;\,+\infty)$.

Câu 5. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

A. $I = 6$ **B.** $I = 36$ **C.** $I = 4$ **D.** $I = 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_0^2 f(3x)dx = \frac{1}{3}\int_0^2 f(3x)d3x = \frac{1}{3}\int_0^6 f(t)dt = \frac{1}{3}.12 = 4$.

Câu 6. Tìm tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

A. $(0;0)$ và $(-2;-4)$. **B.** $(0;0)$ và $(1;-2)$.

C. $(0;0)$ và $(2;4)$. **D.** $(0;0)$ và $(2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -4 \end{array}\right.$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là: $(0;0)$ và $(2;-4)$.

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$.

$\Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 5 - 2 = 3$.

Câu 8. Cho $I = \int_1^5 f(x)dx = 4; J = \int_1^5 g(x)dx = 3$. Khi đó $K = \int_1^5 [4f(x) - 3g(x)]dx$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $K = \int_1^5 [4f(x) - 3g(x)]\mathrm{d}x = 4\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x - 3\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = 16 - 9 = 7$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. $\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln x + C$. **B.** $\int x^4\,\mathrm{d}x = \frac{x^5}{5} + C$. **C.** $\int 0\,\mathrm{d}x = C$. **D.** $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C \Rightarrow$ C sai.

Câu 10. Khối lập phương có độ dài cạnh bằng $\sqrt{2}$ thì tổng diện tích tất cả các mặt là

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Mỗi mặt hình lập phương là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$ nên diện tích một mặt của hình lập phương là $\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$.

Hình lập phương có tất cả 6 mặt. Do đó tổng diện tích tất cả các mặt là $6.2 = 12$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

$y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Suy ra hàm đồng biến trên các khoảng xác định $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, chiều cao $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối khóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 3 - 2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + 2z_2$.

A. $\overline{w} = 7 + 3i$. **B.** $\overline{w} = 7 - 3i$. **C.** $\overline{w} = 4 - i$. **D.** $\overline{w} = 3 - 7i$.

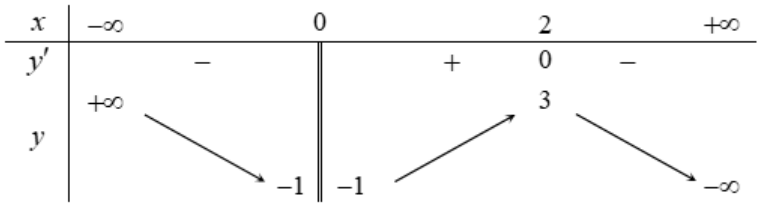
Lời giải

Chọn A

Ta có $w = z_1 + 2z_2 \Leftrightarrow w = (1+i) + 2(3-2i) = 7 - 3i$.

Khi đó số phức liên hợp của số phức w là $\overline{w} = 7 + 3i$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

✓ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

✓ $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = -1$ và $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 0.

Câu 15. Phương trình $\log_3(5x+2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 5$. **B.** $x = \frac{29}{5}$. **C.** $x = \frac{25}{3}$. **D.** $x = \frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3(5x+2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2 > 0 \\ 5x+2 = 3^3 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$

Câu 16. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}.h.\pi R^2 = \frac{1}{3}.2a.\pi.a^2 = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

A. $S = (-1\,;\,+\infty)$. **B.** $S = (-\infty\,;\,-2)$. **C.** $S = (-2\,;\,+\infty)$. **D.** $S = (1\,;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$

Vậy tập nghiệm S của bất phương trình là $S = (-2; +\infty)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$. Véctơ nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (2\,;\,3\,;\,5)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (2\,;\,-4\,;\,-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (0\,;\,4\,;\,-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (2\,;\,4\,;\,-1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=3+4t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ có $\overrightarrow{u_3}=(0\,;\,4\,;\,-1)$ là một vecto chỉ phương.

Câu 20. Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2-4z+8=0$. Môđun của số phức z_0+i bằng?

A. 13. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

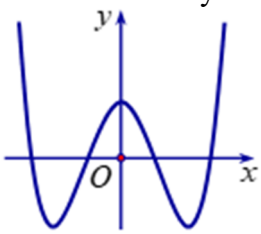
Chọn B

Ta có $z^2-4z+8=0\Leftrightarrow z^2-4z+4=-4\Leftrightarrow(z-2)^2=(2i)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z-2=2i\\z-2=-2i\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+2i\\z=2-2i\end{array}\right.$

Vì z_0 là nghiệm có phần ảo âm nên $z_0=2-2i\Rightarrow z_0+i=2-2i+i=2-i$

Suy ra $|z_0+1|=|2-i|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 21. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-3x^2+1$.

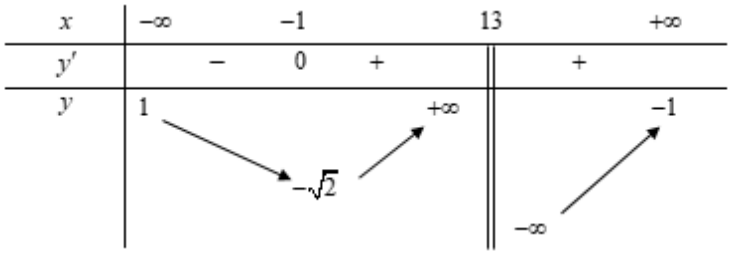
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4

Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi lên nên ta có hệ số $a>0$ nên ta chọn phương án **B.**

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-1$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 23. Cho mặt cầu có bán kính $R=3$. Thể tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 3π. **B.** 4π. **C.** 36π. **D.** 9π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của mặt cầu đã cho bằng $\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$.

Câu 24. Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[8]{x^{15}}$ bằng

A. $\frac{15}{8}\sqrt[8]{x^7}$. **B.** $\sqrt[7]{x^8}$. **C.** $\frac{15}{8}\sqrt[7]{x^8}$. **D.** $\sqrt[8]{x^7}$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[8]{x^{15}}=x^{\frac{15}{8}}$ là $y'=\frac{15}{8}x^{\frac{7}{8}}=\frac{15}{8}\sqrt[8]{x^7}$.

Câu 25. Cho số phức $\overline{z}=2+3i$. Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là

A. Phần thực bằng bằng 2, phần ảo bằng -3.

B. Phần thực bằng bằng -2, phần ảo bằng -3.

C. Phần thực bằng bằng 3, phần ảo bằng 2.

D. Phần thực bằng bằng 3, phần ảo bằng -2.

Lời giải

Chọn A

$\overline{z}=2+3i\Rightarrow z=2-3i$.

Vậy z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1;-2;3)$ và ba điểm $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a+b+c$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có trọng tâm G của tam giác ABC: $\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=\frac{a}{3}\\ -2=\frac{b}{3}\\ 3=\frac{c}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-6.\\ c=9\end{cases}$

Khi đó: $a+b+c=3+(-6)+9=6$.

Câu 27. Cho (u_n) với $u_n=2n-2$ thì u_5 bằng

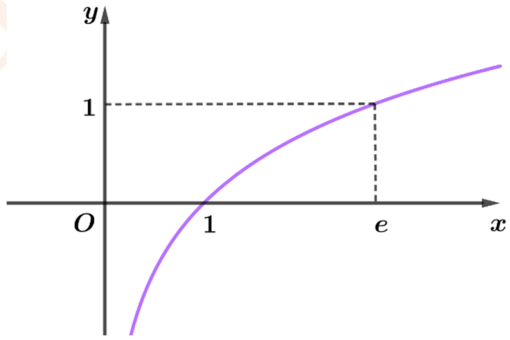
A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_5=2.5-2=8$.

Câu 28. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $|\ln x|$. **B.** $\ln x$. **C.** e^x. **D.** $-e^x$.

Lời giải

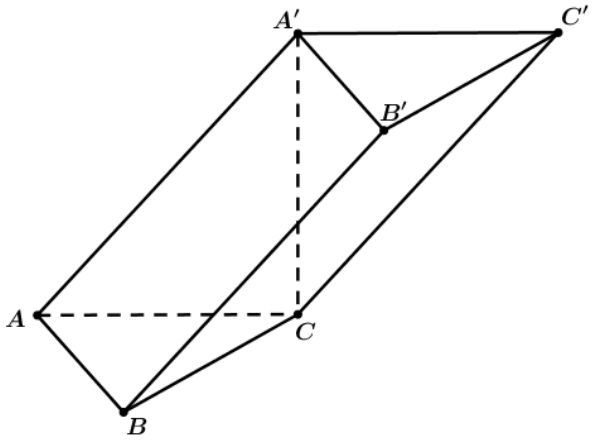
Chọn B

Từ đồ thị ta thấy

- $y(1)=0\Rightarrow$ loại đáp án $y=-e^x$ và $y=e^x$
- $0<x<1$ thì $y<0\Rightarrow$ loại đáp án $y=|\ln x|$

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=\ln x$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=a\sqrt{2}$ và C là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) (Tham khảo hình bên). Biết góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ bằng



A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Do ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AB = AC = a$.

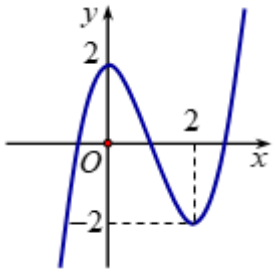
Do $(ABC) \parallel (A'B'C')$ suy ra $d\big((ABC),(A'B'C')\big) = d\big(A',(ABC)\big) = A'C$.

Biết góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng đáy bằng 30^0 suy ra $\widehat{A'AC} = 30^0$.

Khi đó ta có $A'\mathrm{C} = AC.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\big((ABC),(A'B'C')\big) = A'C = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

D. Hàm số có ba cực trị.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 31. Gọi S là diện hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x\,, y = x$.

Tính S.

A. $S = 0$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 8$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x = x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	-2		0		2
$x^3 - 4x$	0	$+$	0	$-$	0

Diện tích hình phẳng giới hạn thỏa yêu cầu là:

$S = \int_{-2}^{2} |(x^3 - 3x) - x|\,\mathrm{d}x$

$= \int_{-2}^{2} |x^3 - 4x| \, dx$

$= \int_{-2}^{0} |x^3 - 4x| \, dx + \int_{0}^{2} |x^3 - 4x| \, dx$

$= \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x) \, dx - \int_{0}^{2} (x^3 - 4x) \, dx = 8.$

Câu 32. Hàm số $y = 2x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^2 - \sin x + x$ **B.** $y = x^2 + \sin x + x$. **C.** $y = 2 - \sin x$. **D.** $y = 2 + \sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(2x - \cos x + 1)' = 2 + \sin x$ nên theo định nghĩa nguyên hàm thì $y = 2x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm $y = 2 + \sin x$.

Câu 33. Cho $z_1 = 2 + 4i, z_2 = 3 - 5i$. Xác định phần thực của $w = z_1 . \overline{z_2}^2$.

A. 88. **B.** -120. **C.** -32. **D.** -152.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{z_2} = 3 + 5i \Rightarrow \overline{z_2}^2 = -16 + 30i \Rightarrow w = z_1 . \overline{z_2}^2 = (2 + 4i)(-16 + 30i) = -152 - 4i$.

Vậy phần thực của w là -152.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 0; -2)$, $B(-1; -1; 3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $2x - y + 2z + 2 = 0$. **B.** $2x - y + 2z - 2 = 0$.

C. $3x + 14y + 4z - 5 = 0$. **D.** $3x + 14y + 4z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; 5)$; $\vec{n}_P = (2; -1; 2)$

VTPT $\vec{n}_Q = \left[\overrightarrow{AB}; \vec{n}_P\right] = (3; 14; 4)$

PTTQ mp (Q) là: $3x + 14y + 4z + 5 = 0$

Câu 35. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

A. 22 tháng. **B.** 30 tháng. **C.** 21 tháng. **D.** 24 tháng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $225 \le 200\left(1 + \frac{0{,}58}{100}\right)^n \Leftrightarrow n \ge \log_{1{,}0058}\left(\frac{9}{8}\right) \approx 20{,}37$

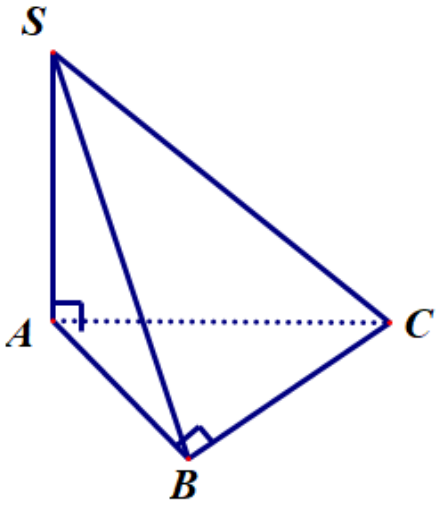
Vậy sau ít nhất 21 tháng thì người đó có 225 triệu đồng

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAB}$. **C.** $\widehat{SBA}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{cases}$ nên $SA \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \\ AB \subset (ABC), AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng SB và AB.

Vì $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases}$ nên $SA \perp AB$. Do đó ΔSAB vuông tại A. Suy ra $\widehat{SBA}$ là góc nhọn.

Do đó góc giữa hai đường thẳng SB và AB là góc SBA.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc SBA.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;5;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x + 2y - z + 7 = 0$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = \frac{25}{9}$. **B.** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+1)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 16$.

.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P), nên ta có:

$R = d\big(I,(P)\big) \Leftrightarrow R = \frac{|2.(-2)+2.5-1+7|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow R = 4$.

Vậy pt mặt cầu (S) có tâm $I(-2;5;1)$ và bán kính $R = 4$ là: $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 16$.

Câu 38. Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên T. Cho $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Biết A, B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{4}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{4x+m}{2x+m+3}$ đồng biến $(0;1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{m+3}{2}\right\}$, khi đó $y'=\frac{2m+12}{(2x+m+3)}$

Để hàm số đồng biến trên $(0;1)$ thì

$$\begin{cases} y'>0,\forall x\in(0;1) \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{m+3}{2}\geq 1 \\ -\frac{m+3}{2}\leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+12>0 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq -5 \\ m\geq -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-6 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq -5 \\ m\geq -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-6;-5]\cup[-3;+\infty).$$

Vậy các giá trị nguyên âm cần tìm của m là $\{-5;-3;-2;-1\}$

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|=\sqrt{2}$ và $|z+i|+|z-2-i|=4$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=2 \\ \sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}=4 \end{cases}\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1+2x\ (1) \\ \sqrt{2+2x+2y}+\sqrt{6-2x-2y}=4\ (2) \end{cases}.$$

Xét (2): $\sqrt{2+2x+2y}+\sqrt{6-2x-2y}\leq\sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{2+6}=4$.

Dấu " = " xảy ra khi $x+y=1$.

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=1+2x \\ x+y=1 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \end{array}\right.$.

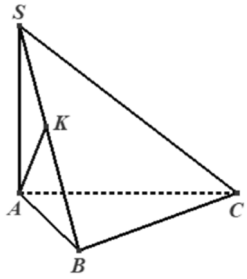
Vậy có 2 số phức thỏa mãn là: $z=i$ và $z=2-i$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, $\widehat{BSC}=45^{\circ}$, $\widehat{ASB}=30^{\circ}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tìm tỉ số $\frac{a^3}{V}$.

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



ΔSAB vuông tại A có $SB=a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB}=30^{\circ}\Rightarrow AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}, SA=\frac{3a}{2}$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SB. Vì $(SAB)\perp(SBC)\Rightarrow AK\perp(SBC)\Rightarrow AK\perp BC$.

Mà $SA\perp BC\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB, BC\perp AB$.

Do đó ΔSBC vuông cân tại B, ΔABC vuông tại A.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{3a^3}{8}\Rightarrow\frac{a^3}{V}=\frac{8}{3}$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}\leq\frac{4}{2-\sqrt{3}}$ là đoạn $[a\,;b]$. Giá trị của biểu thức $a+3b$bằng

A. $8+2\sqrt{3}$. **B.** $2+4\sqrt{2}$. **C.** $4+2\sqrt{2}$. **D.** $2+4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1 \Rightarrow (2-\sqrt{3})=\frac{1}{(2+\sqrt{3})}$.

Do đó: $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1}+(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} \le \frac{4}{2-\sqrt{3}}$

$$\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x^2-2x}(2+\sqrt{3})+\frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})^{x^2-2x}} \le 4(2+\sqrt{3})$$

$\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x^2-2x}+\frac{1}{(2+\sqrt{3})^{x^2-2x}} \le 4.(1)$

Đặt $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x}=t; t>0$

(1)trở thành $t+\frac{1}{t} \le 4 \Leftrightarrow t^2-4t+1 \le 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{3} \le t \le 2+\sqrt{3}$.

Ta có $2-\sqrt{3} \le (2+\sqrt{3})^{x^2-2x} \le 2+\sqrt{3} \Leftrightarrow -1 \le x^2-2x \le 1 \Leftrightarrow x \in [1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$.

Do đó $\begin{cases} a=1-\sqrt{2} \\ b=1+\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a+3b=4+2\sqrt{2}$.

Câu 43. Một cái trống (hình vẽ dưới) có đường kính 1 m, hai mặt trống có đường kính 0,7 m và chiều cao của trống là 1 m. Thể tích khối giới hạn bởi bề mặt của trống gần với số nào?

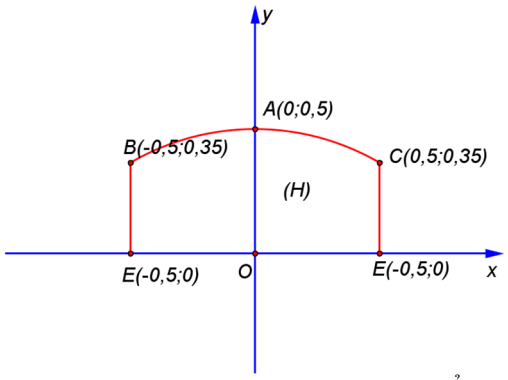


A. $0,20\ (m^3)$. **B.** $0,64\ (m^3)$. **C.** $1,41\ (m^3)$. **D.** $0,45\ (m^3)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hình phẳng (H) (hình vẽ). Thể tích khối được giới hạn bởi bề mặt của trống là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.



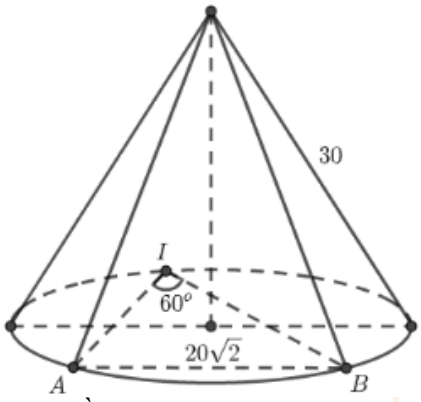
Gọi phương trình parabol đi qua 3 điểm A, B, C là $(P): y=ax^2+bx+c\ (a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$

Thay tọa độ các điểm $A(0;0,5), B(-0,5;0,35), C(0,5;0,35)$ vào phương trình của (P) ta được:

$$\begin{cases} c=0,5 \\ 0,25a-0,5b+c=0,35 \\ 0,25a+0,5b+c=0,35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-0,6 \\ b=0 \\ c=0,5 \end{cases} \Rightarrow (P): y=-0,6x^2+0,5$$

Thể tích cần tìm $V=\pi \int_{-0,5}^{0,5}(-0,6x^2+0,5)^2dx=\frac{409\pi}{2000}\ (m^3)$.

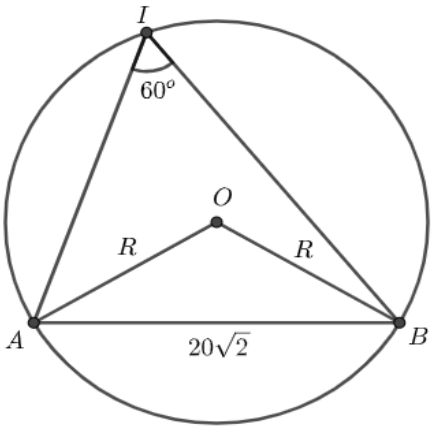
Câu 44. Bà Hương nhận làm 100 chiếc nón lá giống nhau có độ dài đường sinh là 30 cm. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón (từ A đến B như hình vẽ) bà Hương thuê người sơn và vẽ hình trang trí. Biết $AB = 20\sqrt{2}$ cm và giá tiền công để sơn trang trí 1 m^2 là 50000 đồng. Tính số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà bà Hương phải thuê sơn trang trí cho cả đợt làm nón.



A. 209.000 đồng. **B.** 384.000 đồng. **C.** 128.000 đồng. **D.** 257.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



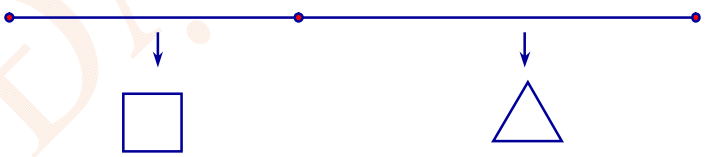
Xét (O) có $\widehat{AOB} = 2\widehat{AIB} = 120°$.

Xét ΔAIB có $\frac{AB}{\sin I} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{AB}{2\sin I} = \frac{20\sqrt{2}}{2.\sin 60°} = \frac{20\sqrt{6}}{3}$ (cm).

$\Rightarrow$ Diện tích mặt trước chiếc nón là $\frac{\pi Rl.120}{360} = \frac{\pi Rl}{3} = \frac{200\pi\sqrt{6}}{3}$ $(cm^2) = \frac{\pi\sqrt{6}}{150}$ (m^2)

$\Rightarrow$ Số tiền để thuê sơn cả 100 chiếc nón là $100.\frac{\pi\sqrt{6}}{150}.50000 \approx 257.000$ đồng.

Câu 45. Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



A. $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **B.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m). **C.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m). **D.** $\frac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m).

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh tam giác đều là x khi đó chu vi tam giác đều là $3x$ và chu vi hình vuông là $6 - 3x$ và do đó cạnh hình vuông có độ dài là $\frac{6-3x}{4}$, $(0 < x < 2)$

Tổng diện tích hình tam giác đều và hình vuông là

$S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{6-3x}{4}\right)^2 = \frac{(4\sqrt{3}+9)x^2-36x+36}{16} = f(x)$

Khảo sát hàm số $f(x)$ trên $(0 < x < 2)$ ta thấy $S_{\min} \Leftrightarrow x = \frac{18}{4\sqrt{3}+9}$.

Câu 46. Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{2x^2+y^2}(x+2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + 2y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Bất PT $\Leftrightarrow \log_{2x^2+y^2}(x+2y) \geq 1 \Leftrightarrow \left[\begin{cases} 2x^2+y^2 > 1 \\ x+2y \geq 2x^2+y^2 \end{cases} (I) \right.$
$\left. \begin{cases} 0 < 2x^2+y^2 < 1 \\ 0 < x+2y \leq 2x^2+y^2 \end{cases} (II) \right.$.

Xét $T = x + 2y$

TH1: $(x;y)$ thỏa mãn (II) khi đó $0 < T = x + 2y \leq 2x^2 + y^2 < 1$ Không tồn tại maxT.

TH2: $(x;y)$ thỏa mãn (I) $2x^2 + y^2 \leq x + 2y \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 + (y-1)^2 \leq \frac{9}{8}$.

Khi đó

$x + 2y = \frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}\left(x-\frac{1}{4}\right) + 2(y-1) + \frac{9}{4} \leq \sqrt{\left(\frac{1}{2}+2^2\right)\left[2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 + (y-1)^2\right]} + \frac{9}{4}$

$\leq \sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{9}{8}} + \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$.

Suy ra: $\max T = \frac{9}{2} \Leftrightarrow (x;y) = \left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2019]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 4038. **B.** 4025. **C.** 4037. **D.** 4024.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = (2x+3).f'(x^2+3x-m)$.

Để $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì $g'(x) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow (2x+3).f'(x^2+3x-m) \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow f'(x^2+3x-m) \geq, \forall x \in (0;2)$

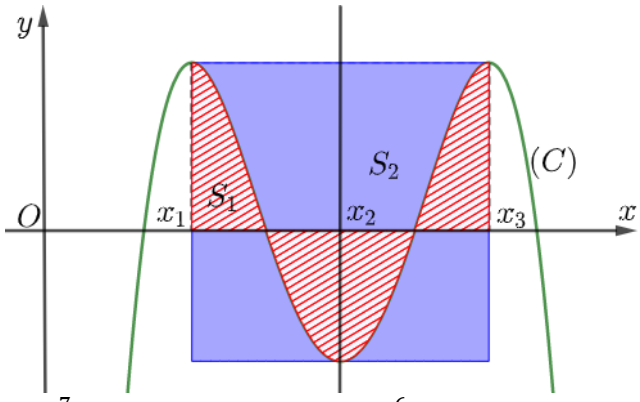
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-m \geq 1, \forall x \in (0;2) \\ x^2+3x-m \leq -3, \forall x \in (0;2) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq x^2+3x-1, \forall x \in (0;2) \\ m \geq x^2+3x+3, \forall x \in (0;2) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -1 \\ m \geq 13 \end{array}\right.$

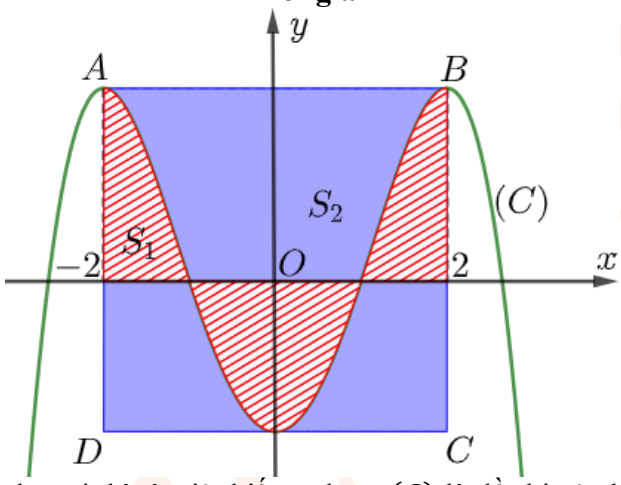
Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2018;2019] \end{cases}$ nên có $2018 + (2019 - 13) + 1 = 4025$ giá trị m thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình vẽ bên dưới. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 4$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{18}{7}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng được gạch chéo và hình phẳng được tô màu xanh. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{5}{16}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Lời giải



Tịnh tiến (C) sang trái x_2 đơn vị thì từ giả thiết ta được (C) là đồ thị của hàm trùng phương $y = g(x)$ có ba điểm cực trị là $-2\ ;\ 0\ ;\ 2$. Suy ra: $g(x) = a(x^4 - 8x^2) + b\ (a < 0)$.

Khi đó: $f(x_1) = g(-2) = -16a + b, f(x_3) = g(2) = -16a + b, f(x_2) = g(0) = b$.

Vậy $f(x_1) + f(x_3) + \frac{18}{7}f(x_2) = 0 \Leftrightarrow -32a + 2b + \frac{18}{7}b = 0 \Leftrightarrow b = 7a \Rightarrow g(x) = a(x^4 - 8x^2 + 7)$.

$S_1 = \int_{-2}^{2}|a(x^4 - 8x^2 + 7)|\,dx = -20a; S_{ABCD} = AB.BC = 4.[g(2) - g(0)] = -64a \Rightarrow S_2 = S_{ABCD} - S_1 = -44a$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{11}$.

Câu 49. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z + i$.

A. $|z + i| = 5\sqrt{2}$. **B.** $|z + i| = 3\sqrt{5}$. **C.** $|z + i| = 2\sqrt{41}$. **D.** $|z + i| = \sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x + yi - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Lại có $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = |x + yi + 2|^2 - |x + yi - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3$.

Áp dụng bất đẳng thức: $am + bn \le \sqrt{(a^2 + b^2)(m^2 + n^2)}$ ta được

$4x + 2y + 3 = 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \le \sqrt{(16 + 4)[(x - 3)^2 + (y - 4)^2]} + 23 = 33$.

$\Rightarrow M \le 33$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y + 3 = 33 \\ \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z = 5 + 5i$.

Vậy $\max M = 33$ khi $z = 5 + 5i$.

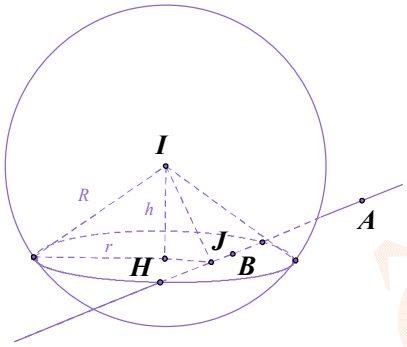
Từ đó ta tính được $|z+i|=|5+6i|=\sqrt{61}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=48$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S), đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{128\pi}{3}$. **B.** $\frac{215\pi}{3}$. **C.** 39π. **D.** $\frac{88\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4\sqrt{3}$. $\overrightarrow{AB}=(2;0;4)$

Vì: $LA=\sqrt{54}>R; IB=\sqrt{14}<R$ nên A nằm ngoài và B nằm trong mặt cầu (S) nên mặt phẳng (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính $7'$.

Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=2+2t\\y=0\\z=4t\end{cases}$.

Gọi J là hình chiếu của I trên $AB \Rightarrow J(2+2t;0;4t) \Rightarrow \overrightarrow{IJ}=(1+2t;2;4t-3)$.

$\overrightarrow{IJ}\perp\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2(1+2t)+4(4t-3)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{IJ}=(2;2;-1) \Rightarrow IJ=3$.

Gọi h là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α), ta có: $0\le h\le 3$ và $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{48-h^2}$.

Thể tích khối nón (N) là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi(48-h^2)h=\frac{1}{3}\pi(48h-h^3)$.

Xét hàm số $V(h)=\frac{1}{3}\pi(48h-h^3)$ với $0\le h\le 3$.

$V'(h)=\frac{1}{3}\pi(48-3h^2)=\pi(16-h^2)$.

$V'(h)=0 \Leftrightarrow \pi(16-h^2)=0 \Leftrightarrow h=\pm 4$.

Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}=39\pi$.

---------- **HẾT** ----------